#### **Bachelorarbeit**

#### mein thema

vorgelegt von

#### **Maximilian Huber**

am

Institut für Mathematik

der

Universität Augsburg

betreut durch

Prof. Dr. Marco Hien

abgegeben am

noch nicht

stand: 27. November 2012

#### Inhaltsverzeichnis

Ei	inleitung	ii
I	Grundlagen	1
1	Mathematische Grundlagen	2
	1.1 Einige Ergebnise aus der Kommutativen Algebra	. 2
	1.2 Weiterführende Definitionen	
	1.3 Weyl-Algebra und der Ring $\mathcal{D}$	. 3
	1.3.1 Weyl Algebra als Graduierter Ring	. 5
	1.4 Struktur von Links-Idealen auf $\mathcal{D}$	. 5
	1.5 Lokalisierung eines $\mathbb{C}\{x\}$ -Modules	
	1.6 Lokalisierung eines holonomen $\mathcal{D}$ -Modules	
2	Der Meromorpher Zusammenhang	6
	2.1 Definition	. 6
	2.2 Eigenschaften	
	2.3 Elementare Meromorphe Zusammenhänge	
3	Weiterführende Aussagen	8
Ш		11
	3.1 Meromorpher zusammenhang der Formal zuerfällt aber nicht Konvergent	. 12
Ar	nhang	12
Δ	Aufteilung von	13

#### **Einleitung**

# Teil I Grundlagen

#### 1 Mathematische Grundlagen

Hier werde ich mich auf [6] und [1] beziehen.

#### 1.1 Einige Ergebnise aus der Kommutativen Algebra

In dieser Arbeit spielen die folgenden Ringe eine Große Rolle:

- $\mathbb{C}[x] := \{\sum_{i=1}^{N} a_i x^i | N \in \mathbb{N} \}$
- $\mathbb{C}[x] := \{\sum_{i=1}^{\infty} a_i x^i\}$
- $\mathbb{C}\{x\} := \{\sum_{i=1}^{\infty} a_i x^i | \text{pos. Konvergenz radius} \}$
- $\bullet \ K := \mathbb{C}(\{x\}) := \mathbb{C}\{x\}[x^{-1}]$
- $\hat{K} := \mathbb{C}((x)) := \mathbb{C}[x][x^{-1}]$

wobei offensichtlich gilt  $\mathbb{C}[x] \subset \mathbb{C}\{x\} \subset \mathbb{C}[x]$ .

#### Lemma 1.1 (Seite 2). ein paar eigenschaften

1.  $\mathbb{C}[x]$  ist ein graduierter Ring, durch die Grad der Polynome. Diese graduierung induziert eine aufsteigende Filtrierung.

alle Ideale haben die form (x-a) mit  $a \in \mathbb{C}$ 

2. wenn  $\mathfrak{m}$  das maximale Ideal von  $\mathbb{C}[x]$  (erzeugt von x ist), so ist

$$\mathbb{C}[[x]] = \varprojlim_{k} \mathbb{C}[X] \backslash \mathfrak{m}^{k}$$

The ring  $\mathbb{C}[[x]]$  ist ein nöterscher lokaler Ring: jede Potenzreihe mit konstantem term  $\neq 0$  ist invertierbar.

Der ring ist ebenfalls ein diskreter ??? Ring (discrete valuation ring)

Die Filtrierung nach grad des Maximalen Ideals, genannt  $\mathfrak{m}$ -adische Fitration, ist die Filtrierung  $\mathfrak{m}^k = \{f \in \mathbb{C}[[x]] | v(f) \geq k\}$ 

und es gilt  $gr_{\mathfrak{m}}(\mathbb{C}[[x]]) = \mathbb{C}[x]$ 

3.  $\mathbb{C}\{x\}\subset\mathbb{C}[[x]]$  ist ein Untering der Potenzreihen, wobei der Konvergenzradius echt positiv ist. ist ähnlich zu  $\mathbb{C}[[x]]$ 

#### 1.2 Weiterführende Definitionen

**Definition 1.2** (Kommutator). Sei R ein Ring. Für  $a, b \in R$  wird

$$[a,b] = b \cdot a - a \cdot b$$

der Kommutator von a und b genannt.

**Definition 1.3** (pull-back). Der pull-back  $\rho^+M$  ist der Vektorraum  $\rho^*M = \mathbb{C}((u)) \otimes_{\mathbb{C}((u))} M$  mit dem pull-back Zusammenhang  $\rho^*\nabla$  definiert durch  $\partial_u(1 \otimes m) := \rho'(u) \otimes \partial_t m$ 

sei nun N ein  $\mathbb{C}((u))$ -VR mit Verknüpfung

**Definition 1.4** (push-forward). Der push-forward  $\rho_+N$  ist definiert durch:

- der  $\mathbb{C}((t))$ -VR  $\rho_*N$  ist der  $\mathbb{C}$ -VR N mit der  $\mathbb{C}((t))$  Struktur durch  $f(t)\cdot 0:=f(\rho(t))m$
- die wirkung von  $\partial_t$  ist die von  $\rho'(u)^- 1 \partial_u$

Satz 1.5. es gilt dir Projektionsformel

$$\rho_{+}(N \otimes_{\mathbb{C}((u))} \rho^{+}M) \cong \rho_{+}N \otimes_{\mathbb{C}((t))} M \tag{1.1}$$

TEST für ref

1.5

TEST für egref

(1.1)

#### 1.3 Weyl-Algebra und der Ring $\mathcal D$

Ich werde hier die Weyl Algebra, wie in [6, Chapter 1], in einer Veränderlichen einführen. Sei  $\frac{\partial}{\partial x} = \partial_x$  der Ableitungsoperator nach x und sei  $f \in \mathbb{C}[x]$  (bzw.  $\mathbb{C}[x]$ ). Man hat die folgende Kommutations-Relation zwischen dem Ableitungsoperator und dem Multiplikations Operator f:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}, f\right] = \frac{\partial f}{\partial x} \tag{1.2}$$

wobei die Rechte Seite die Multiplikation mit  $\frac{\partial f}{\partial x}$  darstellt. Dies bedeutet, für alle  $g \in \mathbb{C}[x]$  hat man:

$$[\frac{\partial}{\partial x}, f] \cdot g = \frac{\partial fg}{\partial x} - f \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g$$

**Definition 1.6** (Weyl Algebra). Definiere nun die Weyl Algebra  $A_1(\mathbb{C})$  (bzw. die Algebra  $\mathcal{D}$  von linearen Operatoren mit Koeffizienten in  $\mathbb{C}\{x\}$  bzw. die Algebra  $\hat{\mathcal{D}}$  (Koeffizienten in  $\mathbb{C}[x]$ )) als die Quotientenalgebra der freien Algebra, welche von dem Koeffizientenring zusammen mit dem Element  $\partial_x$ , erzeugt wird, Modulo der Relation (1.2).

Wir werden die Notation  $A_1(\mathbb{C}) := \mathbb{C}[x] < \partial_x > (\text{bzw. } \mathcal{D} := \mathbb{C}\{x\} < \partial_x > \text{bzw. } \hat{\mathcal{D}} := \mathbb{C}[x] < \partial_x > )$  verwenden.

Lemma 1.7. Sei A einder der 3 soeben eingeführten Objekten, die Addition

$$+: A \times A \rightarrow A$$

und die Multiplikation

$$\cdot: A \times A \to A$$

definieren auf A eine Ringstruktur  $(A, +, \cdot)$ .

Beweis. Zula Barbara: Kapittel 2 section 1

Bemerkung 1.8.  $A_1(\mathbb{C})$ ,  $\mathcal{D}$  und  $\hat{\mathcal{D}}$  sind nicht kommutative Algebren.

Lemma 1.9. Es gelten die Formeln

$$\begin{split} [\partial_x, x^k] &= k x^{k-1} \\ [\partial_x^j, x] &= j \partial_x^{j-1} \\ [\partial_x^j, x^k] &= \sum_{i \geq 1} \frac{k(k-1) \cdots (k-i+1) \cdot j(j-1) \cdots (j-i+1)}{i!} x^{k-i} \partial_x^{j-i} \end{split}$$

Beweis. Zula Barbara

**Proposition 1.10.** Jedes Element in  $A_1(\mathbb{C})$  (bzw.  $\mathcal{D}$  oder  $\hat{\mathcal{D}}$ ) kann auf eindeutige weiße als  $P = \sum_{i=0}^n a_i(x) \partial_x^i$ , mit  $a_i(x) \in A_1(\mathbb{C})$  (bzw.  $\mathcal{D}$  oder  $\hat{\mathcal{D}}$ ), geschrieben werden.

Beweis. [6, Proposition 1.2.3]

ein teil des Beweises ist "left as an exersice"

**Definition 1.11.** Sei  $P = \sum_{i=0}^{n} a_i(x) \partial_x^i$  gegeben, so definiere

$$\deg P := \max\{i | a_i \neq 0\}$$

In natürlicher Weise erhält man  $F_N\mathcal{D} := \{P \in \mathcal{D} | \deg P \leq N\}$  sowie die entsprechende aufsteigende Filtrierung

$$\cdots \subset F_{-1}\mathcal{D} \subset F_0\mathcal{D} \subset F_1\mathcal{D} \subset \cdots \subset \mathcal{D}$$

und erhalte  $gr_k^F \mathcal{D} = F_N \mathcal{D}/F_{N-1} \mathcal{D} = \{P \in \mathcal{D} | \deg P = N\} \cong \mathbb{C}\{x\}.$ 

Beweis. Sei  $P \in F_N \mathcal{D}$  so betrachte den Isomorphismus:

$$F_N \mathcal{D}/F_{N-1} \mathcal{D} \to \mathbb{C}\{x\}; [P] = P + F_{N-1} \mathcal{D} \mapsto a_n(x)$$

Proposition 1.12. Es gilt:

$$gr^F \mathcal{D} := \bigoplus_{\mathbb{N} \in \mathbb{Z}} gr_N^F \mathcal{D} = \bigoplus_{\mathbb{N} \in \mathbb{N}_0} gr_N^F \mathcal{D} \cong \bigoplus_{\mathbb{N} \in \mathbb{N}_0} \mathbb{C}\{x\} \cong \mathbb{C}\{x\}[\xi] = \bigoplus_{\mathbb{N} \in \mathbb{N}_0} \mathbb{C}\{x\} \cdot \xi^N$$

$$isomorph \ als \ grad. \ Ringen$$

#### 1.3.1 Weyl Algebra als Graduierter Ring

Sei A nun einer der drei Koeffizienten Ringe, welche zuvor behandelt wurden. Der Ring  $A < \partial_x >$  kommt zusammen mit einer aufsteigenden Filtrierung, welche wir mit  $F(A < \partial_x)$  bezeichen werden. Sei P ein bzgl. 1.10 minimal geschriebener Operator, so ist P in  $F_k$  falls der maximale Grad von  $\partial_x$  in P kleiner oder gleich k. So definiere den Grad degP von P als die Eindeutige ganze Zahl k mit  $P \in F_k A < \partial_x > /F_{k-1} < \partial_x >$ 

Unabhängigkeit von Schreibung wird in Sabbah Script behauptet

- 1.4 Struktur von Links-Idealen auf  $\mathcal{D}$
- **1.5** Lokalisierung eines  $\mathbb{C}\{x\}$ -Modules
- 1.6 Lokalisierung eines holonomen  $\mathcal{D}$ -Modules

#### 2 Der Meromorpher Zusammenhang

Quelle ist [6]

#### 2.1 Definition

**Definition 2.1** (Meromorpher Zusammenhang). Ein Meromorpher zusammenhang (Bzw. besser Keim eines Meromorphen Zusammenhangs)  $(\mathcal{M}_K, \partial)$  besteht aus folgenden Daten:

- $\mathcal{M}_K$ , ein endlich dimensionaler K-Vr
- einer  $\mathbb{C}$ -linearen Abbildung  $\partial: \mathcal{M}_K \to \mathcal{M}_K$ , genannt *Derivation*. Wobei für alle  $f \in K$  und  $u \in \mathcal{M}_K$  die *Leibnitzregel*

$$\partial(fu) = f'u + f\partial u \tag{2.1}$$

erfüllt sein soll.

#### 2.2 Eigenschaften

Hier nun einige Eigenschaften von Meromorphen Zusammenhängen.

**Lemma 2.2.** Sei  $(M, \partial)$  ein gegebener Meromorpher Zusammenhang, und  $\varphi$  ein Basisisomorphismus von  $K^r$  nach  $\mathcal{M}$ , also in der Situation

$$\mathcal{M} \xrightarrow{\partial} \mathcal{M}$$

$$\uparrow \qquad \uparrow \qquad \qquad \uparrow$$

$$\cong \varphi \qquad \qquad \varphi \cong$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$K^{r} \xrightarrow{\varphi^{-1}\partial \varphi} K^{r}$$

gilt:  $(K^r, \varphi^{-1}\partial \varphi)$  ist ebenfalls ein Meromorpher Zusammenhang.

Beweis. TODO, (3. Treffen)  $\Box$ 

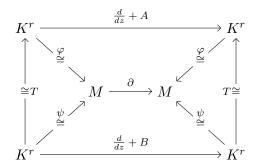
Sind  $\partial_1$  und  $\partial_2$  zwei Meromorphe Zusammenhänge auf  $\mathcal{M}_K \cong K^r$ . So betrachte  $\partial_1 - \partial_2 : \mathcal{M} \to \mathcal{M}$  für alle  $f \in K$  und  $u \in \mathcal{M}_K$ :

$$(\partial_1 - \partial_2)(fu) = \partial_1(fu) - \partial_2(fu)$$
$$= f'u + f\partial_1 u - f'u - f\partial_2 u$$
$$= f \cdot (\partial_1 - \partial_2)(u)$$

**Lemma 2.3.** Da  $\partial_1 - \partial_2$   $\mathbb{C}$ -linear und, wie eben gezeigt,  $(\partial_1 - \partial_2)(fu) = f \cdot (\partial_1 - \partial_2)(u)$  allgemein gilt: Die differenz zweier Meromorpher Zusammenhäge ist K-linear.

Insbesondere ist  $\frac{d}{dz} - \partial : K^r \to K^r$  K-linear, also es existiert eine Matrix  $A \in M(r \times r, K)$  mit  $\frac{d}{dz} - \partial = A$ , also ist  $\partial = \frac{d}{dz} - A$ .

**Definition 2.4** (Transformationsformel). In der Situation



mit  $\varphi, \psi$  und T K-Linear und  $\partial, (\frac{d}{dz} + A)$  und  $(\frac{d}{dz} + B)$   $\mathbb{C}$ -Linear, gilt: Der Merom. Zush.  $\frac{d}{dz} + A$  auf  $K^r$  wird durch Basiswechsel  $T \in GL(r, K)$  zu

$$\frac{d}{dz} + (T^{-1} \cdot T' + T^{-1}AT) = \frac{d}{dz} + B$$

**Definition 2.5.**  $A \sim B$  differenziell Äquivalent : $\Leftrightarrow \exists T \in GL(r,K)$  mit  $B = T^{-1} \cdot T' + T^{-1}AT$ 

$$\begin{array}{l} 1 = TT^{-1} \leadsto T'T^{-1} + T(T^{-1})' = 0 \\ 1 = T^{-1}T \leadsto (T^{-1})'T + T^{-1}T' = 0 \end{array}$$

#### 2.3 Elementare Meromorphe Zusammenhänge

Sabbah redet in [5] von formal meromorphic connenctions

**Definition 2.6** (Elementarer formaler Zusammenhang). Zu einem gegebenen  $\rho \in u\mathbb{C}[\![u]\!], \varphi \in \mathbb{C}((u))$  und einem endlich dimensionalen  $\mathbb{C}((u))$ -Vektorraum R mit regulärem Zusammenhang  $\nabla$ , definieren wir den assoziierten Elementaren endlich dimensionalen  $\mathbb{C}((t))$ -Vektorraum mit Zusammenhang, durch:

$$El(\rho, \varphi, R) = \rho_{+}(\mathscr{E} \otimes R)$$

#### 3 Weiterführende Aussagen

**Lemma 3.1.**  $\rho: u \mapsto u^p$ ,  $\mu_{\xi}: u \mapsto \xi u$ , für alle  $\varphi \in \mathbb{C}((u))$  gilt

$$\rho^+\rho_+\mathscr{E}^\varphi=\bigoplus_{\xi^p=1}\mathscr{E}^{\varphi\circ\mu_\xi}$$

Wir wählen eine  $\mathbb{C}((u))$  Basis  $\{e\}$  von  $\mathscr{E}^{\varphi}$  und zur vereinfachung nehmen wir an, dass  $\varphi \in u^{-1}\mathbb{C}[u^{-1}]$ 

Dann ist die Familie  $e, ue, ..., u^{p-1}e$  eine  $\mathbb{C}((t))$ -Basis von  $\rho_+\mathscr{E}^{\varphi}$ .

Setze  $e_k = u^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^k e$ . Dann ist die Familie  $\mathbf{e} = (e_0, ..., e_{p-1})$  eine  $\mathbb{C}((u))$ -Basis von  $\rho^+ \rho_+ \mathcal{E}^{\varphi}$ . Zerlege nun  $u\varphi'(u) = \sum_{j=0}^{p-1} u^j \psi_j(u^p) \in u^{-2}\mathbb{C}[u^{-1}]$  mit  $\psi_j \in \mathbb{C}[t^{-1}]$  für alle j > 0 und  $\psi_0 \in t^{-1}\mathbb{C}[u^{-1}]$  (siehe: Anhang A).

Sei P die Permutationsmatrix, definiert durch  $\mathbf{e} \cdot P = (e_1,...,e_{p-1},e_0)$  [2]. Es gilt:

$$u\partial_u e_k = \sum_{i=0}^{p-1-k} u^i \psi_i(u^p) e_{k+1} + \sum_{i=p-k}^{p-1} u^i \psi_i(u^p) e_{k+i-p}$$

denn:

$$u\partial_{u}e_{k} = u\partial_{u}(u^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k}e)$$

$$= u(-ku^{-k-1} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k}e + pu^{p-1}u^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} \partial_{t}(\underbrace{u^{k}e}_{\in \rho_{+}\mathscr{E}^{\varphi}}))$$

$$= -ku^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k}e + pu^{p-1}u^{-k+1} \otimes_{\mathbb{C}((t))} (pu^{p-1})^{-1}(ku^{k-1}e + u^{k}\varphi'(u)e)$$

$$= -ku^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k}e + u^{-k+1} \otimes_{\mathbb{C}((t))} (ku^{k-1}e + u^{k}\varphi'(u)e)$$

$$= \underbrace{-ku^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k}e + u^{-k+1} \otimes_{\mathbb{C}((t))} ku^{k-1}e}_{=0} + u^{-k+1} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k}\varphi'(u)e$$

$$= u^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k+1}\varphi'(u)e$$

$$= \sum_{i=0}^{p-1} u^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k}u^{i}\psi_{i}(u^{p})e$$

$$\in \mathbb{C}((t))$$

$$\overline{ \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \mathscr{E}^{\varphi} = \mathscr{E}^{\psi} \Leftrightarrow \varphi \equiv \psi \mod \mathbb{C}[[u]] }$$

$$\overline{ \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} } P = \begin{pmatrix} 0 & & 1 \\ 1 & 0 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \sum_{i=0}^{p-1} u^{i} \psi_{i}(u^{p}) (u^{-k} \otimes_{\mathbb{C}((t))} u^{k} e)$$

$$= \sum_{i=0}^{p-1-k} u^{i} \psi_{i}(u^{p}) e_{k+1} + \sum_{i=p-k}^{p-1} u^{i} \psi_{i}(u^{p}) e_{k+i-p}$$

so dass gilt:

$$u\partial_u \mathbf{e} = \mathbf{e} \left[ \sum_{j=0}^{p-1} u^j \psi_j P^j \right]$$

denn:

$$\begin{split} u\partial_{u}\mathbf{e} &= (u\partial_{u}e_{0},...,u\partial_{u}e_{p-1}) \\ &= \left(\sum_{i=0}^{p-1-k}u^{i}\psi_{i}(u^{p})e_{k+1} + \sum_{i=p-k}^{p-1}u^{i}\psi_{i}(u^{p})e_{k+i-p}\right)_{k\in\{0,...,p-1\}} \\ &= \mathbf{e} \begin{pmatrix} u^{p-1}\psi_{p-1}(u^{p}) & \cdots & u^{3}\psi_{3}(u^{p}) & u^{2}\psi_{2}(u^{p}) & u^{1}\psi_{1}(u^{p}) \\ u^{1}\psi_{1}(u^{p}) & u^{p-1}\psi_{p-1}(u^{p}) & \ddots & u^{2}\psi_{2}(u^{p}) \\ u^{2}\psi_{2}(u^{p}) & u^{1}\psi_{1}(u^{p}) & \ddots & u^{3}\psi_{3}(u^{p}) \\ u^{3}\psi_{3}(u^{p}) & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & u^{1}\psi_{1}(u^{p}) & u^{p-1}\psi_{p-1}(u^{p}) \\ u^{p-2}\psi_{p-2}(u^{p}) & \cdots & u^{3}\psi_{3}(u^{p}) & u^{2}\psi_{2}(u^{p}) & u^{1}\psi_{1}(u^{p}) & u^{p-1}\psi_{p-1}(u^{p}) \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{e} [\sum_{j=0}^{p-1}u^{j}\psi_{j}(u^{p})P^{j}] \end{split}$$

Die Wirkung von  $\partial_u$  auf die Basis von  $\rho^+\rho_+\mathscr{E}^{\varphi(u)}$  ist also Beschrieben durch:

$$\partial_u \mathbf{e} = \mathbf{e} \left[ \sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_j P^j \right]$$

Diagonalisiere nun 
$$TPT^{-1}=D=\begin{pmatrix} \xi^0 & & & \\ & \xi^1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \xi^{p-1} \end{pmatrix}^{[3]},$$
 mit  $\xi^p=1$  und  $T\in Gl_p(\mathbb{C}).$ 

So dass gilt:

$$T[\sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_j(u^p) P^j] T^{-1} = [\sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_j(u^p) (TPT^{-1})^j]$$
$$= [\sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_j(u^p) D^j]$$

 $<sup>\</sup>overline{}^{[3]}$ Klar, da mipo  $X^p - 1$ 

$$=\begin{pmatrix} \sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_{j} & & & \\ & \sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_{j} \left(\xi^{1}\right)^{j} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & \sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_{j} \left(\xi^{p-1}\right)^{j} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} \sum_{j=0}^{p-1} u^{j-1} \psi_{j} & & & \\ & \sum_{j=0}^{p-1} (u\xi^{1})^{j-1} \psi_{j} \xi^{1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & \sum_{j=0}^{p-1} (u\xi^{p-1})^{j-1} \psi_{j} \xi^{p-1} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} \varphi'(u) & & & & \\ & \varphi'(\xi u) \xi^{1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & \varphi'(\xi^{p-1} u) \xi^{p-1} \end{pmatrix}$$

Wie sieht dann die Wirkung auf die Basis von  $\bigoplus_{\xi^p=1} \mathscr{E}^{\varphi\circ\mu_\xi}$  aus?

Also kommutiert das Diagram:

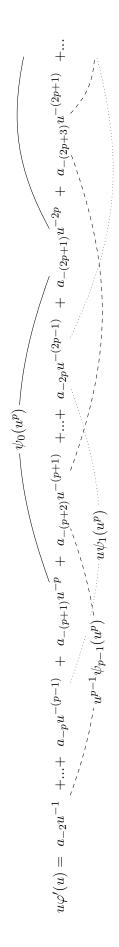
# Teil II

### Beispiele

# 3.1 Meromorpher zusammenhang der Formal zuerfällt aber nicht Konvergent

# A Aufteilung von ...

Sei  $\varphi \in u^{-1}\mathbb{C}[u^{-1}]$ , so ist  $\varphi' \coloneqq \sum_{i=2}^N a_{-i}u^{-i} \in u^{-2}\mathbb{C}[u^{-1}]$  also  $u\varphi'(u) = \sum_{i=1}^N a_{-i-1}u^{-i} \in u^{-1}\mathbb{C}[u^{-1}]$ , welches wir zerlegen wollen. Zerlege also  $u\varphi'(u) = \sum_{j=0}^{p-1} u^j \psi_j(u^p)$  mit  $\psi_j \in \mathbb{C}[t^{-1}]$  für alle j > 0 und  $\psi_0 \in t^{-1}\mathbb{C}[t^{-1}]$ :



also:

$$\psi_0(u^p) = a_{-(p+1)}u^{-p} + a_{-(2p+1)}u^{-2p} + \dots$$

$$\psi_1(u^p) = a_{-p}u^{-p} + a_{-2p}u^{2p} + \dots$$

$$\vdots$$

$$\psi_{p-1}(u^p) = a_{-2}u^p + a_{-(p+2)}u^{2p} + \dots$$

#### Literaturverzeichnis

- [1] S.C. Coutinho. A Primer of Algebraic D-Modules. London Mathematical Society Student Texts. Cambridge University Press, 1995.
- [2] R. Hartshorne. Algebraic Geometry. Graduate Texts in Mathematics. Springer, 1977.
- [3] H. Matsumura and M. Reid. *Commutative Ring Theory*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics. Cambridge University Press, 1989.
- [4] C. Sabbah. An explicit stationary phase formula for the local formal Fourier-Laplace transform.  $ArXiv\ e\text{-}prints$ , June 2007.
- [5] Claude Sabbah. An explicit stationary phase formula for the local formal fourier-laplace transform. Paper.
- [6] Claude Sabbah. Introduction to algebraic theory of linear systems of differential equations. Vorlesungsskript.