Лабораторная работа №3

Решение задачи коммивояжера с помощью генетических алгоритмов

Общие сведения

Задача коммивояжера (ЗК) считается классической задачей генетических алгоритмов. Она заключается в следующем: путешественник (или коммивояжер) должен посетить каждый из базового набора городов и вернуться к исходной точке. Имеется стоимость билетов из одного города в другой. Необходимо составить план путешествия, чтобы сумма затраченных средств была минимальной. Поисковое пространство для ЗК- множество из N городов. Любая комбинация из N городов, где города не повторяются, является решением. Оптимальное решение – такая комбинация, стоимость которой (сумма из стоимостей переезда между каждыми из городов в комбинации) является минимальной.

ЗК – достаточно стара, она была сформулирована еще в 1759 году (под другим именем). Термин «Задача коммивояжера» был использован в 1932г. в немецкой книге «The traveling salesman, how and what he should to get commissions and be successful in his business», написанную старым коммивояжером.

Задача коммивояжера была отнесена к NP-сложным задачам. Существуют строгие ограничения на последовательность, и количество городов может быть очень большим (существуют тесты, включающие несколько тысяч городов).

Кажется естественным, что представление тура – последовательность (i_1, i_2, … , i_n), где (i_1, i_2, … , i_n) – числа из множества (1 … n), представляющие определенный город. Двоичное представление городов неэффективно, т.к. требует специального ремонтирующего алгоритма: изменение одиночного бита может повлечь неправильность тура.

В настоящее время существует три основных представления пути: соседское, порядковое и путевое. Каждое из этих представлений имеет собственные полностью различные операторы рекомбинации.

Представление соседства

В представлении соседства тур является списком из n городов. Город J находится на позиции I только в том случае, если маршрут проходит из города I в город J. Например, вектор (2 4 8 3 9 7 1 5 6) представляет следующий тур: 1-2-4-3-8-5-9-6-7 . Каждый маршрут имеет только одно соседское представление, но некоторые векторы в соседском представлении могут представлять неправильный маршрут. Например, вектор (2 4 8 1 9 3 5 7 6) обозначает маршрут 1-2-4-1..., т.е. часть маршрута – замкнутый цикл. Это представление не поддерживает классическую операцию кроссовера. Три операции кроссовера были определены и исследованы для соседского представления: alternating edges (альтернативные ребра), subtour chunks (куски подтуров), heuristic crossovers (евристический кроссовер).

Кроссовер обмен ребрами (alternating edges) строит потомков, выбрав (случайно) ребро от первого родителя, потом следующее ребро от второго, потом опять следующее от первого и т.д. Если новое ребро представляет замкнутый цикл, из того же родителя берут случайное ребро, которое еще не выбирался и не образуют замкнутого цикла. Для примера, один из потомков родителей

P1 = (2 3 8 7 9 1 4 5 6) и

P2 = (7 5 1 6 9 2 8 4 3)

Может быть

П1 = (2 5 8 7 9 1 6 4 3),

где процесс начинался от угла (1,2) родителя P1, продолжая до угла (7,8), вместо которого выбран угол (7,8), поскольку тот образуют замкнутый цикл.

Кроссовер обмен подтуров (subtour chunks) создает потомков, выбирая (случайно) подтур от одного из родителей, затем случайной длины кусок от

другого из родителей, и т.д. Как и в alternating edges, в случае образования замкнутого цикла, он ремонтируется аналогичным образом.

Эвристический кроссинговер (heuristic crossover) строит потомков, выбирая случайный город как стартовую точку для маршрута – потомка. Потом он сравнивает два соответствующих ребра от каждого из родителей и выбирает белее короткое. Затем конечный город выбирается как начальный для выбора следующего более короткого ребра из этого города. Если на каком–то шаге получается замкнутый тур, тур продолжается любым случайным городом, который еще не посещался.

Преимущества этого представления – в том, что она позволяет схематически анализировать подобные маршруты. Это представление имеет в основании натуральные «строительные блоки» - ребра, маршруты между городами. Например, схема (* * * 3 * 7 * * *) описывает множество всех маршрутов с ребрами (4 3) и (6 7). Основной недостаток данного представления: множество операций бедно. Кроссовер alternating edges часто разрушает хорошие туры. Кроссовер subtour chunks имеет лучшие характеристики благодаря меньшим разрушительным свойствам. Но все равно его эксплуатационные качества все же достаточно низки. Кроссовер heuristic crossover, является наилучшим оператором для данного представления благодаря тому, что остальные операции «слепы». Но производительность этой операции нестабильна. В трех экспериментах на 50, 100 и 200 городах система нашла туры с 25%, 16% и 27% оптимального, приблизительно за 15000, 20000 и 25000 итераций соответственно.

Порядковое представление

Порядковое представление представляет тур как список из n городов; i-й элемент списка – номер от 1 до n-i-1. Идея порядкового представления состоит в следующем. Есть несколько упорядоченных списков городов C, которые служат как точки связи для списков с порядковым представлением. Предположим, для примера, что такой упорядоченный список прост:

(1 2 3 4 5 6 7 8 9).

Тогда тур

1-2-4-3-8-5-9-6-7

будет представлен как список l из ссылок,

l=(1 1 2 1 4 1 3 1 1)

и может быть интерпретирован следующим образом:

- Так как первый номер списка l 1, берем первый город из списка C как первый город из тура (город номер 1), и исключаем его из списка. Часть маршрута – это

  1

- Следующий номер в списке l также 1, поэтому берем первый номер из оставшегося списка. Так как мы исключили из списка C 1-й город, следующий город – 2. Исключаем и этот город из списка. Маршрут:

  1 - 2

- Следующий номер в списке l – 2. Берем из списка C 2-ой по порядку оставшийся город. Это – 4. Исключаем его из списка. Маршрут:

  1 – 2 – 4

- Следующий номер в списке l – 1. Берем из списка C 1-й город – с № 3. Имеем маршрут

  1 – 2 – 4 – 3

- Следующий в списке l – 4, берем 4–й город из оставшегося списка (8).

  Маршрут:

  1 – 2 – 4 – 3 – 8

- Следующий номер в списке l – 1. Берем из списка C 1-й город – с № 5. Маршрут:

  1 – 2 – 4 – 3 – 8 – 5

- Следующий номер в списке l – 3. Берем следующий город из списка (9). Удаляем его из C. Маршрут:

1 – 2 – 4 – 3 – 8 – 5 – 9

- Следующий номер в списке l – 1, поэтому берем первый город из текущего списка C и следующий город маршрута (город номер 6), и удаляем его из C. Частичный маршрут имеет вид:

  1 – 2 – 4 – 3 – 8 – 5 – 9 – 6

- Последним номером в списке l всегда будет 1, поэтому берем последний оставшийся город из текущего списка C и последний город маршрута (город номер 7), и удаляем его из C. Окончательно маршрут имеет вид:

  1 – 2 – 4 – 3 – 8 – 5 – 9 – 6 – 7

Основное преимущество порядкового представления – в том, что классический кроссовер работает! Любые два маршрута в порядковом представлении, обрезанные на любой позиции и склеенные вместе, породят два потомка, каждый из которых будет правильным туром. Например, два родителя

p1 = (1 1 2 1| 4 1 3 1 1) и

p2 = (5 1 5 5 | 5 3 3 2 1),

которые обозначают соответственно маршруты

1 – 2 – 4 – 3 – 8 – 5 – 9 – 6 – 7 и

5 – 1 – 7 – 8 – 9 – 4 – 6 – 3 – 2,

с точкой разреза, обозначенной « | » породят следующих потомков:

o1 = (1 1 2 1 5 3 3 2 1) и

o2 = (5 1 5 5 4 1 3 1 1).

Эти потомки обозначают маршруты

1 – 2 – 4 – 3 – 9 – 7 – 8 – 6 – 5 и

5 – 1 – 7 – 8 – 6 – 2 – 9 – 3 – 4

Легко заметить, что части маршрута слева от линии разреза не изменились, тогда как части маршрута справа от линии разреза расположились в достаточно случайном порядке. Откровенно слабые показатели этого

представления также подтверждают первое впечатление о слабой возможности его использования.

Путевое представление

Путевое представление – это, возможно, наиболее естественное представление тура. Например, тур

5 – 1 – 7 – 8 – 9 – 4 – 6 – 2 – 3

представлен просто как

(5 1 7 8 9 4 6 2 3).

Для путевого представления широко известны три операции кроссовера: частично отображенный - partially-mapped (PMX), порядковый – order (OX), циклический - cycle (CX) кроссоверы.

- PMX – строит потомков, выбирая подпоследовательность из тура от одного из родителей и сохраняя порядок и последовательность наибольшего из возможного числа городов другого родителя. Подпоследовательность маршрута выбирается двумя случайными точками разреза. Например, два родителя (разрезы отмечены “ | “)

  p1= (1 2 3 | 4 5 6 7 | 8 9) и

  p2= (4 5 2 | 1 8 7 6 | 9 3)

  могут получить потомков следующим способом. Во-первых, сегменты между точками обреза меняются местами (символом «X» обозначается неизвестный символ).

  o1= (x x x | 4 5 6 7 | x x) и

  o2= (x x x | 1 8 7 6 | x x)

  также этот обмен определяет серию преобразований данных:

  1 <-> 4, 8 <-> 5, 7<-> 6 и 6 <-> 7

  теперь мы можем заполнить остальные города, для которых нет конфликтов, из другого родителя:

  o1= (x 2 3 | 4 5 6 7 | x 9) и

  o2= (x x 2 | 1 8 7 6 | 9 3).

Напоследок, первый «х» из потомка о1 (который должен был быть 1, но был обнаружен конфликт) заменяется на 4 (см. серию преобразований данных). Таким же образом, второй «х» из потомка о1 меняем на 5 и «х»-ы в потомке о2 меняем на 1 и 8 соответственно. Имеем потомков:

о1= (4 2 3 | 4 5 6 7 | 5 9) и

о2= (1 8 2 | 1 8 7 6 | 9 3).

PMX разрабатывает важные общности в значениях и порядке следования, кода используется с соответствующим образом разработанным воспроизводственным планом.

- OX – строит потомков, выбирая кусок из одного родителя, остальные города – из другого, соблюдая очередность городов. Например, два родителя (разрезы отмечены “ | “)

  р1= (1 2 3 | 4 5 6 7 | 8 9) и

  р2= (4 5 2 | 1 8 7 6 | 9 3)

  могут получить потомков следующим способом. Во-первых, сегменты между точками обреза копируются потомкам (символом «X» обозначается неизвестный символ).

  о1= (х х х | 4 5 6 7 | х х) и

  о2= (х х х | 1 8 7 6 | х х)

  далее, начиная от второй точки обреза другого родителя, записываются оставшиеся города в том же порядке, в котором они были в родителях.

  о1= (2 1 8 | 4 5 6 7 | 9 3) и

  о2= (3 4 5 | 1 8 7 6 | 9 2).

  Кроссовер OX использует свойство путевого представления, что порядок городов важен, а первый город – нет. Туры:

  1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 и

  2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 1

  являются фактически идентичными.

- CX – строит потомков таким образом, что каждый город (и его позиция) приходят от одного из родителей. Два родителя

  p1= (1 2 3 4 5 6 7 8 9) и

  p2= (4 5 2 1 8 7 6 9 3)

  будут порождать первого потомка, взяв первый город от первого родителя:

  o1=(1 x x x x x x x x).

  После этого каждый город в потомке должен быть взят от одного из его родителей (с той же позиции, на которой находился предыдущий город в другом родителе). В нашем случае, это город 4. ставим его на ту же позицию, на которой он находился в p1

  o1=(1 x x 4 x x x x x).

  Далее действуя таким же образом, находим город 8, находящийся «ниже» города 4

  o1=(1 x x 4 x x x 8 x).

  Таким же образом ставим и города 3 и 2.

  o1=(1 2 3 4 x x x 8 x).

  Дальнейшее заполнение тем же образом невозможно, т.к. ниже города 2 находится город 1, т.е. образуется замкнутый цикл. Остальные города берем из другого родителя.

  o1=(1 2 3 4 7 6 9 8 5).

  Действуя таким же образом, но начиная с родителя p2, получим второго потомка

  O2=(4 1 2 8 5 6 7 3 9).

CX сохраняет абсолютную позицию элементов той же, что и у родителей. Существуют и другие операции для путевого представления.

Путевое представление слишком бедно, чтобы представлять важные свойства тура, такие как ребра. Но по сравнению с другими векторными представлениями они показывают неплохие результаты, имеют достаточно широкие возможности.

Задание

Реализовать с использованием генетических алгоритмов решение задачи коммивояжера по индивидуальному заданию согласно номеру варианта (см. таблицу 3.1. и приложение Б.).

Сравнить найденное решение с представленным в условии задачи оптимальным решением.

Представить графически найденное решение.

Проанализировать время выполнения и точность нахождения результата в зависимости от вероятности различных видов кроссовера, мутации.

Содержание отчета.

1. Титульный лист.
2. Индивидуальное задание по варианту.
3. Краткие теоретические сведения.
4. Программа и результаты выполнения индивидуального задания с комментариями и выводами.

Таблица 3.1. Варианты задания:

№ варианта	Название функции	Вид представления
1	Wi29.tsp	Представление соседства
2	Dj89.tsp	Представление соседства
3	Att48.tsp	Представление соседства
4	Bayg29.tsp	Представление соседства
5	Bays29.tsp	Представление соседства
6	Berlin52.tsp	Представление соседства
7	Eil51.tsp	Представление соседства
8	Eil76.tsp	Представление соседства
9	Wi29	Представление порядка
10	Dj89	Представление порядка
11	Att48.tsp	Представление порядка
12	Bayg29.tsp	Представление порядка
13	Bays29.tsp	Представление порядка
14	Berlin52.tsp	Представление порядка
15	Eil51.tsp	Представление порядка
16	Eil76.tsp	Представление порядка
17	Wi29.tsp	Представление пути
18	Dj89.tsp	Представление пути
19	Att48.tsp	Представление пути
20	Bayg29.tsp	Представление пути
21	Bays29.tsp	Представление пути
22	Berlin52.tsp	Представление пути
23	Eil51.tsp	Представление пути
24	Eil76.tsp	Представление пути

Контрольные вопросы

1. Поясните понятие пространства решений оптимизационной задачи?
2. В чем основная идея применения ГА для решения задачи коммивояжера?
3. Опишите структуру ГА для решения задачи коммивояжера.
4. Опишите структуру ГА для решения комбинаторных задач.
5. Тур в представлении соседства, кроссинговеры обмен ребер, обмен подтуров, эвристический.
6. Тур в порядковом представлении, используемые кроссинговеры.

7. Тур в представлении пути, кроссинговеры частично-отображенный (PMX), порядковый (OX), циклический (CX).
8. Какие оптимизационные задачи эффективно решать при помощи ГА?
9. Какие задачи называются NP- полными?
10. Почему неэффективно двоичное кодирование хромосомы при решении задачи коммивояжера?
11. Опишите основные виды недвоичного представления хромосомы для задачи коммивояжера.
12. Приведите пример задачи комбинаторной оптимизации, при которых может быть использован простой ГА с двоичным кодированием хромосомы.

Приложение В

Тестовые наборы к лабораторной работе №3.

В приложении представлены наборы в трех формах:

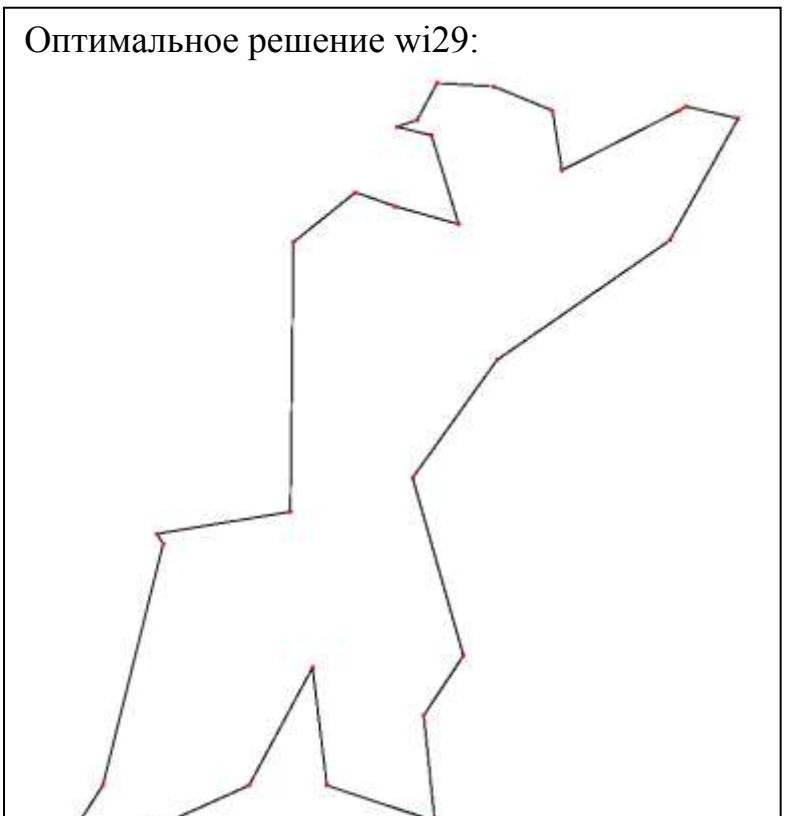
1. Эвклидовы координаты городов. Матрица расстояний получается путем нахождения эвклидовых расстояний между координатами города по формуле: $Dist = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. В случае эвклидовых координат городов они представлены в формате: №_города, координата x, координата y (через пробел).
2. Полная матрица расстояний. Не обрабатывается, переписывается без изменений из файла.
3. Диагональная матрица расстояний. Данную матрицу необходимо транспонировать, после чего заполнить верхнюю половину матрицы расстояний (от главной диагонали). Нижняя половина заполняется из верхней, с соблюдением условия $Dist_{ij} = Dist_{ji}$.

wi29: 29 городов в Западной Сахаре [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Тип данных: эвклидовы координаты городов

```
1 20833.3333 17100.0000
2 20900.0000 17066.6667
3 21300.0000 13016.6667
4 21600.0000 14150.0000
5 21600.0000 14966.6667
6 21600.0000 16500.0000
7 22183.3333 13133.3333
8 22583.3333 14300.0000
9 22683.3333 12716.6667
10 23616.6667 15866.6667
11 23700.0000 15933.3333
12 23883.3333 14533.3333
13 24166.6667 13250.0000
14 25149.1667 12365.8333
15 26133.3333 14500.0000
16 26150.0000 10550.0000
```

Оптимальное решение wi29:



```
17 26283.3333 12766.6667
18 26433.3333 13433.3333
19 26550.0000 13850.0000
20 26733.3333 11683.3333
21 27026.1111 13051.9444
22 27096.1111 13415.8333
23 27153.6111 13203.3333
24 27166.6667 9833.3333
25 27233.3333 10450.0000
26 27233.3333 11783.3333
27 27266.6667 10383.3333
28 27433.3333 12400.0000
29 27462.5000 12992.2222
EOF
```

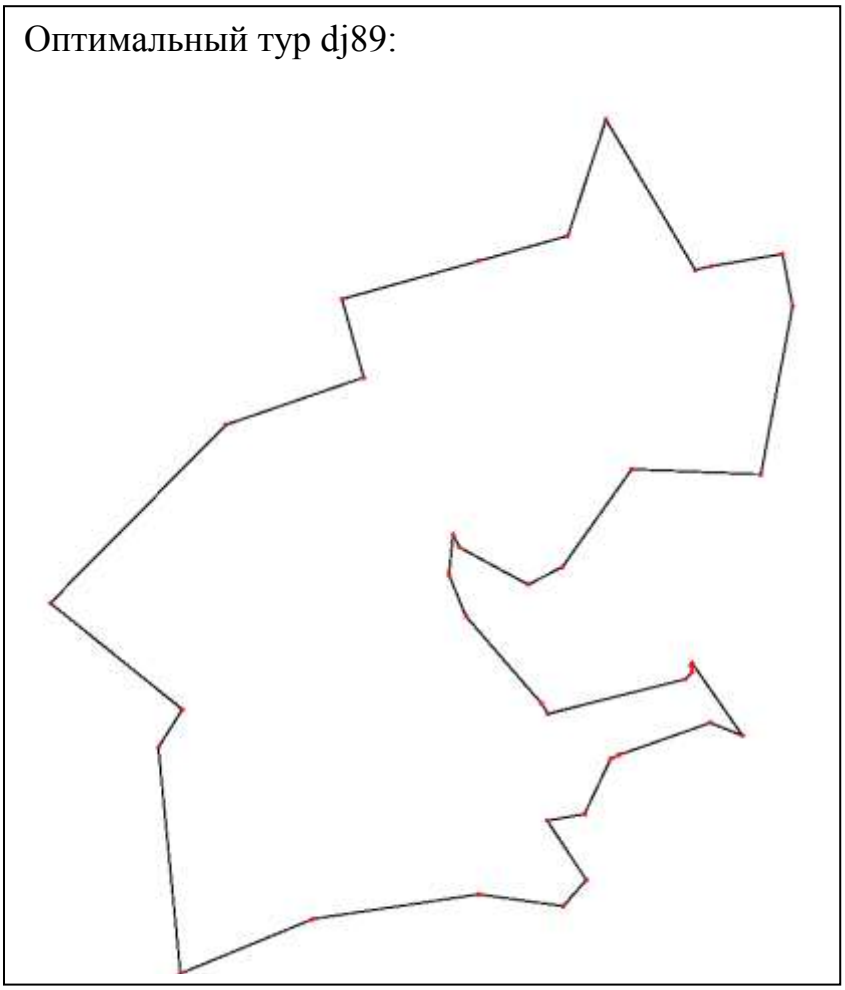
dj89: 89 городов в Джибути

[Ошибка! Источник ссылки не найден.]

Тип данных: эвклидовы координаты городов

```
1 11511.3889 42106.3889
2 11503.0556 42855.2778
3 11438.3333 42057.2222
4 11438.3333 42057.2222
5 11438.3333 42057.2222
6 11785.2778 42884.4444
7 11785.2778 42884.4444
8 11785.2778 42884.4444
9 11785.2778 42884.4444
10 12363.3333 43189.1667
11 11846.9444 42660.5556
12 11503.0556 42855.2778
13 11963.0556 43290.5556
14 11963.0556 43290.5556
15 12300.0000 42433.3333
16 11973.0556 43026.1111
17 11973.0556 43026.1111
18 11461.1111 43252.7778
19 11461.1111 43252.7778
20 11461.1111 43252.7778
21 11461.1111 43252.7778
22 11600.0000 43150.0000
23 12386.6667 43334.7222
24 12386.6667 43334.7222
25 11595.0000 43148.0556
26 11595.0000 43148.0556
27 11569.4444 43136.6667
28 11310.2778 42929.4444
29 11310.2778 42929.4444
30 11310.2778 42929.4444
31 11963.0556 43290.5556
32 11416.6667 42983.3333
33 11416.6667 42983.3333
34 11595.0000 43148.0556
35 12149.4444 42477.5000
36 11595.0000 43148.0556
37 11595.0000 43148.0556
38 11108.6111 42373.8889
39 11108.6111 42373.8889
40 11108.6111 42373.8889
41 11108.6111 42373.8889
42 11183.3333 42933.3333
43 12372.7778 42711.3889
44 11583.3333 43150.0000
45 11583.3333 43150.0000
46 11583.3333 43150.0000
47 11583.3333 43150.0000
48 11583.3333 43150.0000
49 11822.7778 42673.6111
50 11822.7778 42673.6111
51 12058.3333 42195.5556
52 11003.6111 42102.5000
53 11003.6111 42102.5000
54 11003.6111 42102.5000
55 11522.2222 42841.9444
56 12386.6667 43334.7222
57 12386.6667 43334.7222
58 12386.6667 43334.7222
59 11569.4444 43136.6667
60 11569.4444 43136.6667
61 11569.4444 43136.6667
62 11155.8333 42712.5000
63 11155.8333 42712.5000
64 11155.8333 42712.5000
65 11155.8333 42712.5000
66 11133.3333 42885.8333
67 11133.3333 42885.8333
68 11133.3333 42885.8333
69 11133.3333 42885.8333
70 11133.3333 42885.8333
71 11003.6111 42102.5000
72 11770.2778 42651.9444
73 11133.3333 42885.8333
74 11690.5556 42686.6667
75 11690.5556 42686.6667
76 11751.1111 42814.4444
77 12645.0000 42973.3333
78 12421.6667 42895.5556
79 12421.6667 42895.5556
80 11485.5556 43187.2222
81 11423.8889 43000.2778
82 11423.8889 43000.2778
83 11715.8333 41836.1111
84 11297.5000 42853.3333
85 11297.5000 42853.3333
86 11583.3333 43150.0000
87 11569.4444 43136.6667
88 12286.9444 43355.5556
89 12355.8333 43156.3889
EOF
```

Оптимальный тур dj89:



att48: 48 городских центров США (Padberg/Rinaldi) [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]

Тип данных: координаты городов

```
1 6734 1453
2 2233 10
3 5530 1424
4 401 841
5 3082 1644
6 7608 4458
7 7573 3716
8 7265 1268
9 6898 1885
10 1112 2049
11 5468 2606
12 5989 2873
13 4706 2674
14 4612 2035
15 6347 2683
16 6107 669
17 7611 5184
18 7462 3590
19 7732 4723
20 5900 3561
21 4483 3369
22 6101 1110
23 5199 2182
24 1633 2809
25 4307 2322
26 675 1006
27 7555 4819
28 7541 3981
29 3177 756
30 7352 4506
31 7545 2801
32 3245 3305
33 6426 3173
34 4608 1198
35 23 2216
36 7248 3779
37 7762 4595
38 7392 2244
39 3484 2829
40 6271 2135
41 4985 140
42 1916 1569
43 7280 4899
44 7509 3239
45 10 2676
46 6807 2993
47 5185 3258
48 3023 1942

EOF
```

Оптимальное решение att48

```
1
8
38
31
44
18
7
28
6
37
19
27
17
43
30
36
46
33
20
47
21
32
39
48
5
42
24
10
45
35
4
26
2
29
34
41
16
22
3
23
14
25
13
11
12
15
40
9
-1
EOF
```

bayg29: 29 городов в Баварии, географические расстояния (Groetschel, Juenger, Reinelt) [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]

Тип данных – транспонированная диагональная матрица

```
97 205 139  86  60 220  65 111 115 227  95  82 225 168 103 266 205 149 120
58 257 152  52 180 136  82  34 145
129 103  71 105 258 154 112  65 204 150  87 176 137 142 204 148 148  49  41
211 226 116 197  89 153 124  74
219 125 175 386 269 134 184 313 201 215 267 248 271 274 236 272 160 151 300
350 239 322  78 276 220  60
167 182 180 162 208  39 102 227  60  86  34  96 129  69  58  60 120 119 192
114 110 192 136 173 173
 51 296 150  42 131 268  88 131 245 201 175 275 218 202 119  50 281 238 131
244  51 166  95  69
279 114  56 150 278  46 133 266 214 162 302 242 203 146  67 300 205 111 238
98 139  52 120
178 328 206 147 308 172 203 165 121 251 216 122 231 249 209 111 169  72 338
144 237 331
169 151 227 133 104 242 182  84 290 230 146 165 121 270  91  48 158 200  39
64 210
172 309  68 169 286 242 208 315 259 240 160  90 322 260 160 281  57 192 107
90
140 195  51 117  72 104 153  93  88  25  85 152 200 104 139 154 134 149 135
320 146  64  68 143 106  88  81 159 219  63 216 187  88 293 191 258 272
174 311 258 196 347 288 243 192 113 345 222 144 274 124 165  71 153
144  86  57 189 128  71  71  82 176 150  56 114 168  83 115 160
 61 165  51  32 105 127 201  36 254 196 136 260 212 258 234
106 110  56  49  91 153  91 197 136  94 225 151 201 205
215 159  64 126 128 190  98  53  78 218  48 127 214
 61 155 157 235  47 305 243 186 282 261 300 252
105 100 176  66 253 183 146 231 203 239 204
113 152 127 150 106  52 235 112 179 221
 79 163 220 119 164 135 152 153 114
236 201  90 195  90 127  84  91
273 226 148 296 238 291 269
112 130 286  74 155 291
130 178  38  75 180
281 120 205 270
213 145  36
 94 217
162
```

bayg29: координаты городов:

```
   1    1150.0  1760.0
   2     630.0  1660.0
   3      40.0  2090.0
   4     750.0  1100.0
   5     750.0  2030.0
   6    1030.0  2070.0
   7    1650.0   650.0
   8    1490.0  1630.0
   9     790.0  2260.0
  10     710.0  1310.0
  11     840.0   550.0
  12    1170.0  2300.0
  13     970.0  1340.0
  14     510.0   700.0
  15     750.0   900.0
  16    1280.0  1200.0
  17     230.0   590.0
  18     460.0   860.0
  19    1040.0   950.0
  20     590.0  1390.0
  21     830.0  1770.0
  22     490.0   500.0
  23    1840.0  1240.0
  24    1260.0  1500.0
  25    1280.0   790.0
  26     490.0  2130.0
  27    1460.0  1420.0
  28    1260.0  1910.0
  29     360.0  1980.0
EOF
```

bayg29:лучшие решения

```
1
28
6
12
9
26
3
29
5
21
2
20
10
4
15
18
14
17
22
11
19
25
7
23
8
27
16
13
24
-1
EOF
```

bays29: 29 городов в Баварии, расстояния по дорогам (Groetschel, Juenger, Reinelt) [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]

Тип данных: полная матрица

```
   0 107 241 190 124  80 316  76 152 157 283 133 113 297 228 129 348 276 188
150  65 341 184  67 221 169 108  45 167
 107   0 148 137  88 127 336 183 134  95 254 180 101 234 175 176 265 199 182
67  42 278 271 146 251 105 191 139  79
 241 148   0 374 171 259 509 317 217 232 491 312 280 391 412 349 422 356 355
204 182 435 417 292 424 116 337 273  77
 190 137 374   0 202 234 222 192 248  42 117 287  79 107  38 121 152  86  68
70 137 151 239 135 137 242 165 228 205
 124  88 171 202   0  61 392 202  46 160 319 112 163 322 240 232 314 287 238
155  65 366 300 175 307  57 220 121  97
  80 127 259 234  61   0 386 141  72 167 351  55 157 331 272 226 362 296 232
164  85 375 249 147 301 118 188  60 185
 316 336 509 222 392 386   0 233 438 254 202 439 235 254 210 187 313 266 154
282 321 298 168 249  95 437 190 314 435
  76 183 317 192 202 141 233   0 213 188 272 193 131 302 233  98 344 289 177
216 141 346 108  57 190 245  43  81 243
 152 134 217 248  46  72 438 213   0 206 365  89 209 368 286 278 360 333 284
201 111 412 321 221 353  72 266 132 111
 157  95 232  42 160 167 254 188 206   0 159 220  57 149  80 132 193 127 100
28  95 193 241 131 169 200 161 189 163
 283 254 491 117 319 351 202 272 365 159   0 404 176 106  79 161 165 141  95
187 254 103 279 215 117 359 216 308 322
 133 180 312 287 112  55 439 193  89 220 404   0 210 384 325 279 415 349 285
217 138 428 310 200 354 169 241 112 238
 113 101 280  79 163 157 235 131 209  57 176 210   0 186 117  75 231 165  81
85  92 230 184  74 150 208 104 158 206
 297 234 391 107 322 331 254 302 368 149 106 384 186   0  69 191  59  35 125
167 255  44 309 245 169 327 246 335 288
 228 175 412  38 240 272 210 233 286  80  79 325 117  69   0 122 122  56  56
108 175 113 240 176 125 280 177 266 243
 129 176 349 121 232 226 187  98 278 132 161 279  75 191 122   0 244 178  66
160 161 235 118  62  92 277  55 155 275
 348 265 422 152 314 362 313 344 360 193 165 415 231  59 122 244   0  66 178
198 286  77 362 287 228 358 299 380 319
 276 199 356  86 287 296 266 289 333 127 141 349 165  35  56 178  66   0 112
132 220  79 296 232 181 292 233 314 253
 188 182 355  68 238 232 154 177 284 100  95 285  81 125  56  66 178 112   0
128 167 169 179 120  69 283 121 213 281
 150  67 204  70 155 164 282 216 201  28 187 217  85 167 108 160 198 132 128
0  88 211 269 159 197 172 189 182 135
  65  42 182 137  65  85 321 141 111  95 254 138  92 255 175 161 286 220 167
88   0 299 229 104 236 110 149  97 108
 341 278 435 151 366 375 298 346 412 193 103 428 230  44 113 235  77  79 169
211 299   0 353 289 213 371 290 379 332
 184 271 417 239 300 249 168 108 321 241 279 310 184 309 240 118 362 296 179
269 229 353   0 121 162 345  80 189 342
  67 146 292 135 175 147 249  57 221 131 215 200  74 245 176  62 287 232 120
159 104 289 121   0 154 220  41  93 218
 221 251 424 137 307 301  95 190 353 169 117 354 150 169 125  92 228 181  69
197 236 213 162 154   0 352 147 247 350
 169 105 116 242  57 118 437 245  72 200 359 169 208 327 280 277 358 292 283
172 110 371 345 220 352   0 265 178  39
 108 191 337 165 220 188 190  43 266 161 216 241 104 246 177  55 299 233 121
189 149 290  80  41 147 265   0 124 263
  45 139 273 228 121  60 314  81 132 189 308 112 158 335 266 155 380 314 213
182  97 379 189  93 247 178 124   0 199
 167  79  77 205  97 185 435 243 111 163 322 238 206 288 243 275 319 253 281
135 108 332 342 218 350  39 263 199   0
```

bays29: координаты городов:

```
   1    1150.0  1760.0
   2     630.0  1660.0
   3      40.0  2090.0
   4     750.0  1100.0
   5     750.0  2030.0
   6    1030.0  2070.0
   7    1650.0   650.0
   8    1490.0  1630.0
   9     790.0  2260.0
  10     710.0  1310.0
  11     840.0   550.0
  12    1170.0  2300.0
  13     970.0  1340.0
  14     510.0   700.0
  15     750.0   900.0
  16    1280.0  1200.0
  17     230.0   590.0
  18     460.0   860.0
  19    1040.0   950.0
  20     590.0  1390.0
  21     830.0  1770.0
  22     490.0   500.0
  23    1840.0  1240.0
  24    1260.0  1500.0
  25    1280.0   790.0
  26     490.0  2130.0
  27    1460.0  1420.0
  28    1260.0  1910.0
  29     360.0  1980.0
EOF
```

bays29: лучший тур

```
1
28
6
12
9
26
3
29
5
21
2
20
10
4
15
18
14
17
22
11
19
25
7
23
8
27
16
13
24
-1
EOF
```

berlin52: 52 здания in Berlin (Groetschel) [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]

Тип данных: эвклидовы координаты

```
1 565.0 575.0
2 25.0 185.0
3 345.0 750.0
4 945.0 685.0
5 845.0 655.0
6 880.0 660.0
7 25.0 230.0
8 525.0 1000.0
9 580.0 1175.0
10 650.0 1130.0
11 1605.0 620.0
12 1220.0 580.0
13 1465.0 200.0
14 1530.0 5.0
15 845.0 680.0
16 725.0 370.0
17 145.0 665.0
18 415.0 635.0
19 510.0 875.0
20 560.0 365.0
21 300.0 465.0
22 520.0 585.0
23 480.0 415.0
24 835.0 625.0
25 975.0 580.0
26 1215.0 245.0
27 1320.0 315.0
28 1250.0 400.0
29 660.0 180.0
30 410.0 250.0
31 420.0 555.0
32 575.0 665.0
33 1150.0 1160.0
34 700.0 580.0
35 685.0 595.0
36 685.0 610.0
37 770.0 610.0
38 795.0 645.0
39 720.0 635.0
40 760.0 650.0
41 475.0 960.0
42 95.0 260.0
43 875.0 920.0
44 700.0 500.0
45 555.0 815.0
46 830.0 485.0
47 1170.0 65.0
48 830.0 610.0
49 605.0 625.0
50 595.0 360.0
51 1340.0 725.0
52 1740.0 245.0
EOF
```

berlin52: лучший тур

```
1
49
32
45
19
41
8
9
10
43
33
51
11
52
14
13
47
26
27
28
12
25
4
6
15
5
24
48
38
37
40
39
36
35
34
44
46
16
29
50
20
23
30
2
7
42
21
17
3
18
31
22
-1
EOF
```

eil51: 51 город (Christofides/Eilon) [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]

Тип данных: эвклидовы координаты городов

```
1 37 52
2 49 49
3 52 64
4 20 26
5 40 30
6 21 47
7 17 63
8 31 62
9 52 33
10 51 21
11 42 41
12 31 32
13 5 25
14 12 42
15 36 16
16 52 41
17 27 23
18 17 33
19 13 13
20 57 58
21 62 42
22 42 57
23 16 57
24 8 52
25 7 38
26 27 68
27 30 48
28 43 67
29 58 48
30 58 27
31 37 69
32 38 46
33 46 10
34 61 33
35 62 63
36 63 69
37 32 22
38 45 35
39 59 15
40 5 6
41 10 17
42 21 10
43 5 64
44 30 15
45 39 10
46 32 39
47 25 32
48 25 55
49 48 28
50 56 37
51 30 40
EOF
```

eil51: лучший тур

```
1
22
8
26
31
28
3
36
35
20
2
29
21
16
50
34
30
9
49
10
39
33
45
15
44
42
40
19
41
13
25
14
24
43
7
23
48
6
27
51
46
12
47
18
4
17
37
5
38
11
32
-1
EOF
```

eil76: 76 городов (Christofides/Eilon) [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]

Тип данных: эвклидовы координаты городов

```
1 22 22
2 36 26
3 21 45
4 45 35
5 55 20
6 33 34
7 50 50
8 55 45
9 26 59
10 40 66
11 55 65
12 35 51
13 62 35
14 62 57
15 62 24
16 21 36
17 33 44
18 9 56
19 62 48
20 66 14
21 44 13
22 26 13
23 11 28
24 7 43
25 17 64
26 41 46
27 55 34
28 35 16
29 52 26
30 43 26
31 31 76
32 22 53
33 26 29
34 50 40
35 55 50
36 54 10
37 60 15
38 47 66
39 30 60
40 30 50
41 12 17
42 15 14
43 16 19
44 21 48
45 50 30
46 51 42
47 50 15
48 48 21
49 12 38
50 15 56
51 29 39
52 54 38
53 55 57
54 67 41
55 10 70
56 6 25
57 65 27
58 40 60
```

```
59 70 64
60 64 4
61 36 6
62 30 20
63 20 30
64 15 5
65 50 70
66 57 72
67 45 42
68 38 33
69 50 4
70 66 8
71 59 5
72 35 60
73 27 24
74 40 20
75 40 37
76 40 40
EOF
```

eil76: лучший тур

```
1
33
63
16
3
44
32
9
39
72
58
10
31
55
25
50
18
24
49
23
56
41
43
42
64
22
61
21
47
36
69
71
60
70
20
37
5
15
57
13
```

```
54
19
14
59
66
65
38
11
53
7
35
8
46
34
52
27
45
29
48
30
4
75
76
67
26
12
40
17
51
6
68
2
74
28
62
73
-1
EOF
```