ГУАП

КАФЕДРА № 43

ОТЧЕТ   
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| к.т.н., доцент |  |  |  | В. В. Мышко |
| должность, уч. степень, звание |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

|  |
| --- |
| ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ |
| Статистическое оценивание числовых характеристик законов распределения случайных величин |
| по курсу: Обработка экспериментальных данных |
|  |
|  |

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СТУДЕНТ гр. № | 4131з |  |  |  | М. Д. Быстров |
|  |  |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

Санкт-Петербург 2025

**Цель работы**

На основе массива экспериментальных данных найти оценку математического ожидания случайной величины, проверить качество оценивания по заданной доверительной вероятности и заданной максимальной вероятной погрешности.

**Задание на лабораторную работу**

1. Найти оценку математического ожидания по массиву экспериментальных данных (табл. 1.1).

2. Построить 95-процентный доверительный интервал для исследуемой случайной величины.

3. Выполнить отсеивание аномальных наблюдений, не попадающих в 95-процентный доверительный интервал.

4. Найти уточненную оценку математического ожидания после отсеивания аномальных наблюдений.

5. Проверить качество оценивания математического ожидания:

- по заданной доверительной вероятности (табл. 1.2) построить доверительный интервал для математического ожидания;

- по заданной максимальной вероятной погрешности (табл. 1.2) найти доверительную вероятность попадания математического ожидания в интервал, определяемый указанной погрешностью.

Вариант 4.

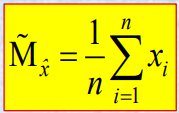
Массив экспериментальных данных:

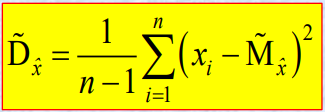
0,3 0,7 1,3 2,8 5,1 7,6 4,9 4,7 3,2 1,8 0,5 0,2

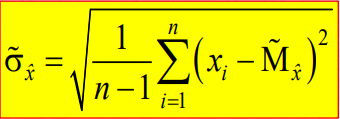
Доверительная вероятность, β = 0,95

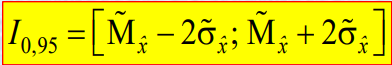
Максимальная вероятная погрешность, εβ = 0,14

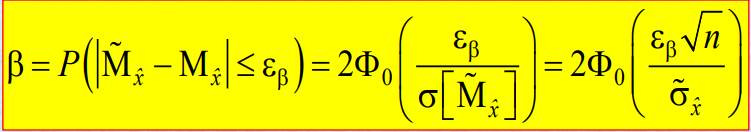
**Математические формулы**

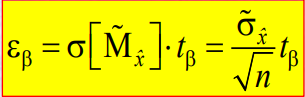
Формула мат. ожидания:  (1)

Дисперсия:  (2)

СКО:  (3)

Двухсигмовый (95%) интервал:  (4)

Доверительная вероятность по заданной максимальной вероятной погрешности:  (5)

Максимальная вероятная погрешность при заданной доверительной вероятности:  (6)

**Результат выполнения работы**

1. **Оценка математического ожидания по массиву экспериментальных данных**

Используется формула (1)

Код расчета:

def M(data):

    """Математитическое ожидание - среднее арифметическое"""

    s = 0.0

    for v in data:

        s += v

    m = s / len(data)

    return m

# экспериментальные данные

experimental\_data = [0.3, 0.7, 1.3, 2.8, 5.1, 7.6, 4.9, 4.7, 3.2, 1.8, 0.5, 0.2]

m = M(experimental\_data)

print(f"Математическое ожидание - {m}")

Результат:

Математическое ожидание - 2.758333333333333

1. **Построить 95-процентный доверительный интервал для исследуемой случайной величины.**

Используются формулы (3), (4)

Код расчета:

def D(data):

    """Дисперсия"""

    m = M(data)

    s = 0.0

    for v in data:

        s += (v - m) \*\* 2

    d = s / (len(data) - 1)

    return d

def SKO(data):

    """Среднее квадратичное отклонение"""

    return math.sqrt(D(data))

def DSI(data):

    """Двухсигмовый интервал (95% интервал)"""

    m = M(data)

    sko = SKO(data)

    return [m - 2 \* sko, m + 2 \* sko]

I\_95 = DSI(experimental\_data)

print(f"95% интервал - f{I\_95}")

Результат:

95% интервал - [-2.007040511265628, 7.523707177932294]

1. **Выполнить отсеивание аномальных наблюдений, не попадающих в 95-процентный доверительный интервал.**

Код расчета:

clean\_data = [v for v in experimental\_data if v >= I\_95[0] and v <= I\_95[1]]

print(f"Очищенные данные - {clean\_data}")

Результат:

Очищенные данные - [0.3, 0.7, 1.3, 2.8, 5.1, 4.9, 4.7, 3.2, 1.8, 0.5, 0.2]

Элемент массива данных 7,6 не попал в доверительный интервал и признается аномальным (подлежащим удалению).

1. **Найти уточненную оценку математического ожидания после отсеивания аномальных наблюдений.**

Используется формула (1)

Код расчета:

m\_corrected = M(clean\_data)

print(f"Скорректированное математическое ожидание - {m\_corrected}")

Результат:

Скорректированное математическое ожидание - 2.3181818181818183

1. **Проверить качество оценивания математического ожидания:**

**- по заданной доверительной вероятности (табл. 1.2) построить доверительный интервал для математического ожидания;**

Используется формула (6)

Доверительная вероятность, β = 0,95

Код расчетов:

# доверительный интервал для мат. ожидания

# по заданной доверительной вероятности

# сначала надо найти максимальную вероятную погрешность

# по заданной доверительной вероятности (формула 23)

sko = SKO(clean\_data)

n\_sqrt = math.sqrt(len(clean\_data))

e = sko / n\_sqrt \* 1.96 # 1.96 - t-коэфф при д.в. = 0.95 (приложение 4)

# далее посчитать доверительный интервал мат. ожидания

I\_M\_95 = [m\_corrected - e, m\_corrected + e]

print(f"Максимальная вероятная погрешность при заданной довер. вероятности {B} = {e}")

print(f"Доверительный интервал мат. ожидания - {I\_M\_95}")

Результат:

Максимальная вероятная погрешность при заданной довер. вероятности 0.95 = 1.1348377478959655

Доверительный интервал мат. ожидания - [1.1833440702858529, 3.453019566077784]

Значение квантиля нормального распределения взято из приложения 4.

Таким образом, математическое ожидание случайной величины (генеральной совокупности), из которой извлечена исследуемая выборка, находится с доверительной вероятностью не менее, чем 0,95 в интервале [1.1833440702858529, 3.453019566077784].

**- по заданной максимальной вероятной погрешности (табл. 1.2) найти доверительную вероятность попадания математического ожидания в интервал, определяемый указанной погрешностью.**

Используется формула (5)

Максимальная вероятная погрешность, εβ = 0,14

Код расчета:

# ищем значение для подстановки в функцию Лапласа (формула 22)

x = E\_B \* n\_sqrt / sko

# округленное до 2-х знаков после запятой значение X

x = 0.24

# значение функции Лапласа из приложения 2

F\_0\_3 = 0.0948

# вычисленная доверительная вероятность

B\_2 = 2 \* F\_0\_3

I\_ = [m\_corrected - E\_B, m\_corrected + E\_B]

print(f"Мат ожидание величины находится в интервале {I\_} с дов. вероятностью не менее {B\_2}")

Результат:

Мат ожидание величины находится в интервале [2.178181818181818, 2.4581818181818185] с дов. вероятностью не менее 0.1896

Значение функции Лапласа взято из приложения 2 для аргумента, округленного до двух знаков после запятой.

Таким образом, математическое ожидание случайной величины (генеральной совокупности), из которой извлечена исследуемая выборка, находится в интервале [2.178181818181818, 2.4581818181818185] с вероятностью не менее, чем 0.1896.

**Анализ полученных результатов и выводы**

В ходе выполнения первой лабораторной работы проведено статистическое оценивание числовых характеристик законов распределения случайных величин.

Определены статистические оценки для набора экспериментальных данных. Проведена очистка экспериментальных данных с помощью двухсигмового интервала. Произведено уточнение оценок на очищенном наборе данных.

Качество оценивания математического ожидания проверено с помощью расчета доверительных интервалов, исходя из заданных доверительной вероятности и максимальной вероятной погрешности. Приведена трактовка полученных результатов.

**Список литературы**

1. Статистические методы обработки экспериментальных данных [Текст] : Учеб. пособие / В. И. Сеньченков. - СПб. : ГУАП, 2006 (СПб.). - 243 с. - Библиогр.: с. 227 (12 назв.). - 100 экз. - **ISBN** 5-8088-0213-X
2. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / Е. А. Трофимова, Н. В. Кисляк, Д. В. Гилёв ; [под общ. ред. Е. А. Трофимовой] ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2018. – 160 с. ISBN 978-5-7996-2317-3