МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ   
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО И ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

|  |
| --- |
| КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ |

ОЦЕНКА

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| доцент |  |  |  | Н. А. Волкова |
| должность, уч. степень, звание |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

|  |
| --- |
| КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 |
| **Графический метод решения задач линейного программирования** |
| по дисциплине: Прикладные модели оптимизации |

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СТУДЕНТ гр. № | Z1431 |  |  |  | М.Д.Быстров |
|  | номер группы |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |
| Студенческий билет № | 2021/3572 | |  |  |  |

Санкт-Петербург 2025

# Оглавление

[Оглавление 2](#_Toc187684988)

[Задание 3](#_Toc187684989)

[Результат выполнения программы 4](#_Toc187684990)

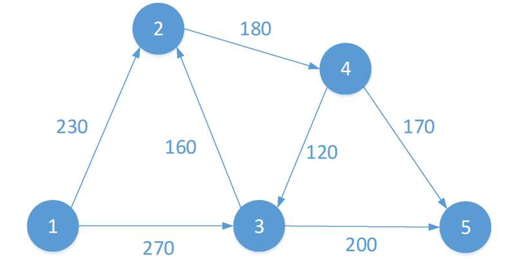
[Исходный код 5](#_Toc187684991)

[Вывод 9](#_Toc187684992)

# Задание

Задание

На рисунке показана транспортная сеть, состоящая из пяти городов (расстояния между городами (в км) приведены возле соответствующих дуг сети). Необходимо найти кратчайшие расстояния от города 1 (узел 1) до всех остальных четырех городов двумя методами (Дейкстры и Флойда).



# Результат выполнения программы

Работа выполнена в виде программы на языке программирования Python. Ниже представлены шаги работы программы при решении заданного варианта.

Матрица смежности

[[ 0. 0. 0. 0. 0. 0.]

[ 0. 0. 230. 270. 0. 0.]

[ 0. 0. 0. 0. 180. 0.]

[ 0. 0. 160. 0. 0. 200.]

[ 0. 0. 0. 120. 0. 170.]

[ 0. 0. 0. 0. 0. 0.]]

Алгоритм Дейкстры

Маршруты из точки 1:

Из 1 в 2: длина 230.0, маршрут [1, 2]

Из 1 в 3: длина 270.0, маршрут [1, 3]

Из 1 в 4: длина 410.0, маршрут [1, 2, 4]

Из 1 в 5: длина 470.0, маршрут [1, 3, 5]

Алгоритм Флойда

Таблица расстояний:

[[ 0. 0. 0. 0. 0. 0.]

[ 0. 0. 230. 270. 410. 470.]

[ 0. inf 0. 300. 180. 350.]

[ 0. inf 160. 0. 340. 200.]

[ 0. inf 280. 120. 0. 170.]

[ 0. inf inf inf inf 0.]]

Маршруты из точки 1:

Из 1 в 2: длина 230.0, маршрут [1, 2]

Из 1 в 3: длина 270.0, маршрут [1, 3]

Из 1 в 4: длина 410.0, маршрут [1, 2, 4]

Из 1 в 5: длина 470.0, маршрут [1, 3, 5]

# Исходный код

Файл “lab3.py”

import numpy as np;

# алгоритм Дейкстры

def dijkstra(paths, src, dest):

    # все вершины

    vertexes = set(range(1, paths.shape[0]));

    vertex\_num = len(vertexes);

    # расстояние и путь от вершины до источника

    ways = dict();

    routes = dict();

    # для источника расстояние - 0,

    # для остальных - бесконечность

    for vertex in vertexes:

        if (vertex == src):

            ways[vertex] = 0;

            routes[vertex] = [src];

        else:

            ways[vertex] = float("inf");

    # посещенные вершины

    visited = set();

    # пока посещены не все вершины

    while (len(visited) < len(vertexes)):

        # непосещенные вершины

        not\_visited = vertexes - visited;

        min\_vertex = -1;

        min\_way = float("inf");

        for vertex, way in ways.items():

            if (way < min\_way and vertex in not\_visited):

                min\_way = way;

                min\_vertex = vertex;

        if (min\_vertex == -1): raise Exception("Минимальная вершина не найдена");

        vertex = min\_vertex;

        way = min\_way;

        # для всех непосещенных соседей вычисляем расстояние и путь

        for neighbour in range(1, vertex\_num  + 1):

            if (paths[vertex, neighbour] != 0 # есть путь

                and neighbour not in visited # сосед не был посещен

                and way + paths[vertex, neighbour] < ways[neighbour]): # путь через текущую вершину лучше

                ways[neighbour] = way + paths[vertex, neighbour];

                routes[neighbour] = routes[vertex] + [neighbour];

        visited.add(vertex);

    # если расстояние и маршрут до назначения найден, вернем его

    # иначе вернем -1

    if dest in ways and dest in routes:

        return [ways[dest], routes[dest]];

    else:

        return [-1, []];

# алгоритм Флойда

def floyd(paths):

    d = paths.copy();

    next = np.zeros(paths.shape);

    vertex\_num = d.shape[0] - 1;

    vertexes = set(range(1, vertex\_num + 1));

    routes = dict();

    for u in vertexes:

        for v in vertexes:

            # длина ребра между вершинами

            d[u][v] = paths[u][v]

            # нет пути - бесконечность

            if (d[u][v] == 0): d[u][v] = float("inf");

            # следующая вершина по прохождению к v через u

            next[u][v] = v;

    # для каждой вершины путь = 0,

    # до себя ближе всего через себя

    for v in vertexes:

        d[v][v] = 0;

        next[v][v] = v;

    for i in vertexes:

        for u in vertexes:

            for v in vertexes:

                # если от u до v короче через i

                # запишем что надо ходить через i

                if d[u][i] + d[i][v] < d[u][v]:

                    d[u][v] = d[u][i] + d[i][v];

                    # отправим из u в i вместо того чтобы идти напрямую в v

                    next[u][v] = next[u][i];

    # рассчитаем для всех вариантов маршруты

    for u in vertexes:

        for v in vertexes:

            if d[u][v] == 0: continue;

            c = u;

            routes[(u, v)] = [];

            while  c != v:

                routes[(u, v)].append(c);

                c = int(next[c][v]);

            routes[(u, v)].append(c);

    return [d, routes];

# кол-во вершин

vertex\_num = 5;

# матрица смежности графа

# 0 - нет пути

# сделаем индексацию с 1 для упрощения чтения и понимания

paths = np.zeros((vertex\_num + 1, vertex\_num + 1), float);

paths[1][2] = 230;

paths[1][3] = 270;

paths[2][4] = 180;

paths[3][2] = 160;

paths[3][5] = 200;

paths[4][3] = 120;

paths[4][5] = 170;

print("Матрица смежности");

print(paths);

print("Алгоритм Дейкстры");

print("Маршруты из точки 1:");

# начальный пункт всегда 1

src = 1;

for dest in range(2, vertex\_num + 1):

    [way, route] = dijkstra(paths, src, dest);

    print("Из " + str(src) + " в " + str(dest) + ": длина " + str(way) + ", маршрут " + str(route));

print("Алгоритм Флойда");

[d, routes] = floyd(paths);

print("Таблица расстояний:");

print(d);

# начальный пункт всегда 1

src = 1;

print("Маршруты из точки 1:");

for dest in range(2, vertex\_num + 1):

    way = d[src][dest];

    route = routes[(src, dest)] if (src, dest) in routes else [];

    [way, route] = dijkstra(paths, src, dest);

    print("Из " + str(src) + " в " + str(dest) + ": длина " + str(way) + ", маршрут " + str(route));

# Вывод

В ходе выполнения третьей лабораторной работы создана программа на языке Python для нахождения кратчайшего пути из одной точки графа ко всем остальным.

Изучены алгоритмы для нахождения кратчайшего пути в графе.