**ЗАДАНИЕ**

на лабораторное занятие № 2 по дисциплине

«Прикладная теория вероятностей и статистика»

I. ТЕМА: Моделирование на ЭВМ случайных величин RAND и GAUSS.

1. Смоделировать измерения телеметрируемого параметра, распределенного по равномерному закону , (где = 1, 2, … – номер варианта), при объеме выборки  и . Построить гистограммы распределений, вычислить основные статистические характеристики (математическое ожидание, мода, медиана, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
2. Смоделировать измерения телеметрируемого параметра, распределенного по нормальному закону , (где – номер варианта), при объеме выборки и . Построить гистограммы распределений, вычислить основные статистические характеристики.
3. Номер варианта *N* соответствует порядковому номеру в списке учебной группы.

**Методические указания по выполнению практического занятия № 2**

**Общие указания.**

Для моделирования случайной величины и построения графиков необходимо реализовать программу на любом удобном для вас языке программирования.

**Выполнение заданий.**

1. ***Моделирование равномерно распределенной случайной величины***
   1. Необходимо смоделировать измерения телеметрируемого параметра, распределенного по равномерному закону , (где – номер варианта), при объеме выборки и .

Для получения заданной равномерно распределенной случайной величины  используется нормированная случайная величина , которую подвергают линейному преобразованию:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.1) |

Для получения воспроизводимых результатов, следует один раз сгенерировать значения случайной величины  и записать их в файл. Далее использовать данные из файла для расчета гистограммы и статистических характеристик.

* 1. Для построения эмпирического закона распределения вычисляется разность между максимальным и минимальным значениями исходного ряда (размах), например:

* 1. Для построения гистограммы закона распределения в общем случае рекомендуется выбирать число интервалов (карманов) нечетным, так как четное число может исказить форму распределения для островершинного и двумодального симметричного распределения.

При выполнении практического задания гистограмма эмпирического закона распределения строится для двух значений числа интервалов *q*1 = 7 и *q*2 = 5.

Определяются два значения ширина интервала

Δ1 = R/*q*1 ; Δ2 = R/*q*2.

Для двух случаев определяются границы интервалов и числа – количество результатов измерений, попадающих в каждый интервал (). В отчете формируются и заполняются две таблицы.

Таблица 1.1. Пример заполнения таблицы при *q*1 = 7, Δ1 = 0,1

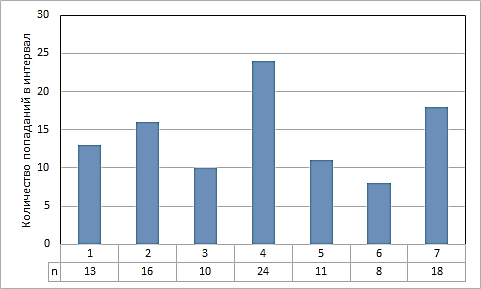
| № интервала | Границы интервалов | |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |
| 1 | 0,55 | 0,65 | 13 |
| 2 | 0,65 | 0,75 | 16 |
| 3 | 0,75 | 0,85 | 10 |
| 4 | 0,85 | 0,95 | 24 |
| 5 | 0,95 | 1,05 | 11 |
| 6 | 1,05 | 1,15 | 8 |
| 7 | 1,15 | 1,25 | 18 |
| Сумма | - | - | 100 |

Таблица 1.2.

| № интервала | Границы интервалов | |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| Сумма |  |  | 100 |

***Примечание.*** 1) Величины и – левая и правая границы интервалов соответственно:

* 1. По полученным значениям строятся гистограммы (рис. 1). Для получения выразительной конфигурации эмпирической кривой распределения имеет значение выбор масштабов по осям. Целесообразно, чтобы высота гистограммы относилась к основанию как 1:2 или 2:3.



*Рис. 1 Гистограмма эмпирического распределения (образец)*

* 1. Определение точечной оценки *математического ожидания*

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* 1. Определение медианы *Ме*(*х*) . *Медиана* – значение, расположенное посередине в вариационном ряду. Для того чтобы получить вариационный ряд, необходимо исходную выборку упорядочить в порядке возрастания (неубывания) элементов. Для четного объема выборки *n* медиана равна среднему арифметическому двух центральных значений.
  2. Для случайной величины, имеющей плотность вероятности , *модой* называется любая точка максимума .
  3. Определение точечной оценки *дисперсии*

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Выборочная дисперсия является приближенной оценкой дисперсии генеральной совокупности. Наличие коэффициента  в знаменателе связано с важным свойством несмещенности, которым обладает указанная оценка.

* 1. Среднее квадратическое отклонение вычисляется по формуле

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

***2. Моделирование гауссовской случайной величины***

2.1. Смоделировать измерения телеметрируемого параметра, распределенного по нормальному закону , (где – номер варианта), при объеме выборки и . Построить гистограммы распределений, вычислить основные статистические характеристики

Плотность распределения :

Плотность распределения стандартной гауссовской случайной величины :

Для получения заданной нормально распределенной случайной величины используется нормированная случайная величина , которую подвергают линейному преобразованию:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

Для получения воспроизводимых результатов, следует один раз сгенерировать значения случайной величины  и записать их в файл. Далее использовать данные из файла для расчета гистограммы и статистических характеристик.

2.2. Случайная величина, распределенная по нормальному закону, моделируется по одному из двух алгоритмов.

* 1. ***Алгоритм 1*** моделирования через вытекает из центральной предельной теоремы:

где – значения смоделированной реализации равномерно распределенной случайной величины .

Удобнее всего использовать значение :

Тогда случайная величина будет иметь практически нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Однако этот алгоритм требует относительно больших затрат машинного времени и дает хорошее совпадение с нормальным законом распределения лишь при реализациях в тысячи отсчетов.

* 1. ***Алгоритм 2*** моделирования через основан на том, что распределение произведения двух независимых случайных величин, одна из которых имеет распределение Релея, а другая распределена по закону арксинуса, является нормальным. Это позволяет использовать алгоритм





где , – независимые равномерно распределенные от 0 до 1 случайные числа. Тогда  и  две независимые нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

2.3. После формирования случайной величины, распределенной по нормальному закону с заданными параметрами, производится построение гистограммы и вычисление основных статистических характеристик как для равномерно распределенных величин.

Гистограммы строятся для двух значений *q*1 = 7 и *q*2 = 5.

**Содержание отчета**

* титульный лист
* задание
* код программы моделирования равномерно распределённой случайной величины и записи ее в файл
* код программы построения гистограммы и оценки математического ожидания, медианы, моды, дисперсии, среднеквадратичного отклонения для равномерно распределённой случайной величины
* результаты работы программы (гистограмма и вычисленные статистические оценки)
* код программы моделирования нормально распределённой случайной величины и записи ее в файл
* код программы построения гистограммы и оценки математического ожидания, медианы, моды, дисперсии, среднеквадратичного отклонения для нормально распределённой случайной величины
* результаты работы программы (гистограмма и вычисленные статистические оценки)
* выводы по работе

**Контрольные вопросы и задания**

1. Какие числовые характеристики являются параметрами одномерного нормального распределения?
2. Каким образом параметры одномерного нормального распределения влияют на график его плотности распределения?
3. Что такое стандартное нормальное распределение?
4. Напишите формулу для плотности стандартного нормального распределения.
5. Напишите формулу плотности нормального распределения с произвольными параметрами.
6. Что такое квантиль распределения?
7. Какова размерность квантиля распределения?