ЗАДАНИЕ

на лабораторное занятие № 4 по дисциплине

«Прикладная теория вероятностей и статистика»

I. Тема: Реализация на ЭВМ алгоритмов описательной статистики.

II. Исходные данные: выборка значений ТМП объемом 100 элементов и уровень значимости по вариантам.

Вариант 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,09 | 1,27 | 1,20 | 1,31 | 1,30 | 1,05 | 1,25 | 1,19 | 1,31 | 1,30 |
| 1,58 | 1,32 | 1,18 | 1,39 | 1,11 | 1,56 | 1,36 | 1,16 | 1,37 | 1,11 |
| 1,56 | 1,12 | 1,32 | 1,35 | 1,34 | 1,58 | 1,13 | 1,30 | 1,36 | 1,30 |
| 1,30 | 1,24 | 1,28 | 1,27 | 1,30 | 1,31 | 1,21 | 1,29 | 1,29 | 1,30 |
| 1,30 | 1,31 | 1,45 | 1,33 | 1,18 | 1,30 | 1,34 | 1,46 | 1,33 | 1,17 |
| 1,29 | 1,20 | 1,42 | 1,28 | 1,30 | 1,31 | 1,20 | 1,41 | 1,38 | 1,27 |
| 1,25 | 1,14 | 1,34 | 1,38 | 1,33 | 1,25 | 1,14 | 1,34 | 1,28 | 1,33 |
| 1,23 | 1,30 | 1,26 | 1,35 | 1,20 | 1,23 | 1,26 | 1,26 | 1,35 | 1,22 |
| 1,18 | 1,28 | 1,29 | 1,24 | 1,25 | 1,16 | 1,30 | 1,30 | 1,27 | 1,24 |
| 1,35 | 1,16 | 1,36 | 1,24 | 1,19 | 1,36 | 1,18 | 1,36 | 1,22 | 1,21 |

Уровень значимости α = 0,05.

Вариант 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,03 | 1,24 | 1,19 | 1,32 | 1,30 | 1,01 | 1,24 | 1,18 | 1,33 | 1,15 |
| 1,53 | 1,39 | 1,15 | 1,37 | 1,13 | 1,50 | 1,14 | 1,14 | 1,35 | 1,26 |
| 1,59 | 1,13 | 1,58 | 1,36 | 1,30 | 1,59 | 1,14 | 1,27 | 1,38 | 1,37 |
| 1,33 | 1,18 | 1,31 | 1,31 | 1,34 | 1,35 | 1,15 | 1,33 | 1,33 | 1,17 |
| 1,30 | 1,36 | 1,45 | 1,31 | 1,17 | 1,30 | 1,40 | 1,44 | 1,30 | 1,25 |
| 1,32 | 1,21 | 1,40 | 1,28 | 1,25 | 1,33 | 1,21 | 1,39 | 1,29 | 1,34 |
| 1,25 | 1,14 | 1,37 | 1,36 | 1,34 | 1,25 | 1,16 | 1,40 | 1,34 | 1,26 |
| 1,24 | 1,23 | 1,28 | 1,35 | 1,24 | 1,25 | 1,21 | 1,28 | 1,35 | 1,23 |
| 1,36 | 1,19 | 1,35 | 1,21 | 1,22 | 1,40 | 1,35 | 1,31 | 1,20 | 1,23 |
| 1,15 | 1,33 | 1,30 | 1,31 | 1,24 | 1,34 | 1,20 | 1,34 | 1,30 | 1,35 |

Уровень значимости α = 0,025.

Вариант 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,26 | 1,07 | 1,44 | 0,84 | 1,32 | 1,31 | 1,09 | 1,45 | 0,87 | 1,27 |
| 1,21 | 1,28 | 0,82 | 1,10 | 1,32 | 1,20 | 1,26 | 0,85 | 1,09 | 1,36 |
| 1,15 | 1,49 | 1,06 | 1,41 | 1,13 | 1,11 | 1,45 | 0,99 | 1,42 | 1,19 |
| 1,19 | 1,30 | 1,34 | 1,30 | 1,28 | 1,15 | 1,31 | 1,39 | 1,24 | 1,27 |
| 1,31 | 1,20 | 1,19 | 1,50 | 1,15 | 1,29 | 1,22 | 1,22 | 1,53 | 1,14 |
| 1,26 | 1,09 | 0,96 | 1,56 | 1,41 | 1,26 | 1,09 | 0,98 | 1,55 | 1,44 |
| 1,10 | 1,02 | 0,89 | 1,16 | 1,40 | 1,09 | 1,03 | 0,87 | 1,16 | 1,40 |
| 1,29 | 0,84 | 1,28 | 1,15 | 0,97 | 1,30 | 0,83 | 1,20 | 1,14 | 0,95 |
| 1,33 | 1,31 | 1,10 | 1,22 | 1,21 | 1,30 | 1,26 | 1,15 | 1,20 | 1,20 |
| 1,29 | 1,07 | 0,84 | 1,30 | 0,76 | 1,29 | 1,10 | 0,86 | 1,32 | 0,80 |

Уровень значимости α = 0,01.

Вариант 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,23 | 1,05 | 1,40 | 1,11 | 1,29 | 1,21 | 1,05 | 1,34 | 0,82 | 1,41 |
| 1,25 | 1,28 | 0,80 | 1,38 | 1,09 | 1,27 | 1,29 | 0,78 | 1,12 | 1,29 |
| 1,23 | 1,51 | 1,14 | 1,37 | 1,28 | 1,26 | 1,52 | 1,22 | 1,33 | 1,06 |
| 1,28 | 1,29 | 1,29 | 1,46 | 1,18 | 1,31 | 1,29 | 1,24 | 1,36 | 1,27 |
| 1,32 | 1,18 | 1,14 | 1,54 | 1,38 | 1,33 | 1,15 | 1,08 | 1,43 | 1,21 |
| 1,24 | 1,09 | 0,93 | 1,17 | 1,37 | 1,22 | 1,09 | 0,90 | 1,50 | 1,34 |
| 1,11 | 1,01 | 0,90 | 1,18 | 1,00 | 1,13 | 1,00 | 0,91 | 1,18 | 1,31 |
| 1,29 | 0,88 | 1,34 | 1,25 | 1,21 | 1,28 | 0,92 | 1,39 | 1,21 | 1,03 |
| 1,36 | 1,34 | 1,07 | 1,28 | 0,75 | 1,37 | 1,34 | 1,04 | 1,29 | 1,20 |
| 1,29 | 1,06 | 0,86 | 1,37 | 0,82 | 1,20 | 1,09 | 0,89 | 1,26 | 0,76 |

Уровень значимости α = 0,1.

Вариант 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,20 | 1,07 | 1,26 | 0,84 | 1,45 | 1,20 | 1,09 | 1,17 | 0,88 | 1,45 |
| 1,28 | 1,30 | 0,77 | 1,15 | 1,28 | 1,26 | 1,31 | 0,77 | 1,19 | 1,29 |
| 1,27 | 1,50 | 1,29 | 1,27 | 1,05 | 1,23 | 1,46 | 1,36 | 1,22 | 1,06 |
| 1,32 | 1,29 | 1,20 | 1,43 | 1,24 | 1,32 | 1,29 | 1,18 | 1,49 | 1,22 |
| 1,34 | 1,14 | 1,03 | 1,41 | 1,25 | 1,33 | 1,12 | 1,00 | 1,41 | 1,30 |
| 1,19 | 1,09 | 0,87 | 1,44 | 1,32 | 1,15 | 1,08 | 0,84 | 1,38 | 1,31 |
| 1,15 | 0,98 | 0,91 | 1,17 | 1,23 | 1,19 | 0,96 | 0,92 | 1,15 | 1,14 |
| 1,27 | 0,97 | 1,41 | 1,22 | 1,06 | 1,26 | 1,03 | 1,41 | 1,23 | 1,08 |
| 1,37 | 1,33 | 1,02 | 1,32 | 1,17 | 1,36 | 1,30 | 1,00 | 1,34 | 1,13 |
| 1,27 | 1,12 | 0,92 | 1,24 | 0,81 | 1,25 | 1,18 | 0,95 | 1,22 | 0,90 |

Уровень значимости α = 0,05.

Вариант 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,2 | 1,24 | 0,92 | 1,4 | 1,24 | 1,19 | 1,2 | 0,95 | 1,03 | 1,43 |
| 1,12 | 1,4 | 1,42 | 1,19 | 1,24 | 1,15 | 1,36 | 0,86 | 1,36 | 1,28 |
| 1,11 | 1,32 | 1,23 | 1,56 | 1,14 | 1,12 | 1,35 | 1,44 | 1,17 | 1,2 |
| 1,28 | 1,24 | 0,99 | 1,52 | 1,44 | 1,28 | 1,26 | 1,21 | 1,57 | 1,15 |
| 1,27 | 1,05 | 0,85 | 1,17 | 1,4 | 1,28 | 1,1 | 0,98 | 1,49 | 1,43 |
| 1,09 | 0,84 | 1,12 | 1,12 | 0,94 | 1,08 | 1,07 | 0,83 | 1,19 | 1,38 |
| 1,3 | 1,26 | 1,2 | 1,18 | 1,19 | 1,29 | 0,86 | 1,05 | 1,1 | 0,85 |
| 1,27 | 1,13 | 0,88 | 1,34 | 0,87 | 1,25 | 1,21 | 1,27 | 1,18 | 1,17 |
| 1,31 | 1,43 | 0,9 | 1,24 | 1,3 | 1,32 | 1,17 | 0,92 | 1,35 | 0,94 |
| 1,12 | 0,89 | 1,06 | 1,4 | 1,21 | 1,15 | 1,39 | 0,93 | 1,22 | 1,21 |

Уровень значимости α = 0,025.

Вариант 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,19 | 1,16 | 1,01 | 0,98 | 1,46 | 1,19 | 1,12 | 1,09 | 0,93 | 1,47 |
| 1,19 | 1,34 | 0,82 | 1,31 | 1,30 | 1,23 | 1,32 | 0,79 | 1,25 | 1,30 |
| 1,15 | 1,38 | 1,43 | 1,16 | 1,15 | 1,19 | 1,42 | 1,40 | 1,18 | 1,10 |
| 1,29 | 1,27 | 1,20 | 1,56 | 1,17 | 1,31 | 1,28 | 1,18 | 1,53 | 1,19 |
| 1,31 | 1,11 | 0,97 | 1,45 | 1,40 | 1,32 | 1,11 | 0,98 | 1,43 | 1,35 |
| 1,10 | 1,08 | 0,82 | 1,24 | 1,35 | 1,12 | 1,08 | 0,83 | 1,30 | 1,32 |
| 1,26 | 0,90 | 0,99 | 1,11 | 0,99 | 1,23 | 0,93 | 0,95 | 1,12 | 1,06 |
| 1,24 | 1,15 | 1,32 | 1,20 | 1,14 | 1,25 | 1,09 | 1,37 | 1,21 | 1,12 |
| 1,44 | 1,21 | 0,95 | 1,35 | 1,01 | 1,35 | 1,26 | 0,98 | 1,36 | 1,08 |
| 1,18 | 1,32 | 0,96 | 1,21 | 1,10 | 1,22 | 1,25 | 0,97 | 1,21 | 0,99 |

Уровень значимости α = 0,01.

Вариант 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,18 | 1,40 | 1,49 | 1,50 | 1,54 | 1,16 | 1,39 | 1,49 | 1,51 | 1,54 |
| 1,30 | 1,61 | 1,49 | 1,52 | 0,54 | 1,38 | 1,61 | 1,50 | 1,52 | 1,52 |
| 1,54 | 1,50 | 1,50 | 1,49 | 1,51 | 1,55 | 1,51 | 1,49 | 1,49 | 1,52 |
| 1,50 | 1,49 | 1,49 | 1,51 | 1,54 | 1,48 | 1,50 | 1,49 | 1,51 | 1,54 |
| 1,59 | 1,50 | 1,49 | 1,50 | 1,44 | 1,53 | 1,50 | 1,49 | 1,49 | 1,44 |
| 1,64 | 1,49 | 1,50 | 1,46 | 1,47 | 1,68 | 1,49 | 1,49 | 1,46 | 1,47 |
| 1,52 | 1,49 | 1,50 | 1,51 | 1,46 | 1,48 | 1,49 | 1,50 | 1,52 | 1,49 |
| 1,47 | 1,49 | 1,49 | 1,50 | 1,47 | 1,45 | 1,49 | 1,49 | 1,50 | 1,48 |
| 1,50 | 1,50 | 1,55 | 1,54 | 1,52 | 1,55 | 1,50 | 1,75 | 1,54 | 1,53 |
| 1,56 | 1,49 | 1,51 | 1,48 | 1,54 | 1,59 | 1,49 | 1,49 | 1,48 | 1,55 |

Уровень значимости α = 0,1.

Вариант 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,20 | 1,42 | 1,49 | 1,51 | 1,55 | 1,16 | 1,39 | 1,49 | 1,51 | 1,56 |
| 1,49 | 1,60 | 1,49 | 1,52 | 1,52 | 1,38 | 1,59 | 1,50 | 1,52 | 1,52 |
| 1,27 | 1,49 | 1,50 | 1,48 | 1,53 | 1,54 | 1,50 | 1,49 | 1,48 | 1,53 |
| 1,53 | 1,42 | 1,49 | 1,52 | 1,52 | 1,47 | 1,49 | 1,49 | 1,52 | 1,51 |
| 1,61 | 1,50 | 1,49 | 1,49 | 1,45 | 1,51 | 1,50 | 1,49 | 1,49 | 1,45 |
| 1,63 | 1,49 | 1,50 | 1,47 | 1,47 | 1,71 | 1,49 | 1,49 | 1,47 | 1,46 |
| 1,54 | 1,49 | 1,50 | 1,52 | 1,50 | 1,48 | 1,49 | 1,49 | 1,52 | 1,50 |
| 1,47 | 1,49 | 1,49 | 1,50 | 1,48 | 1,45 | 1,50 | 1,49 | 1,51 | 1,49 |
| 1,47 | 1,50 | 1,55 | 1,52 | 1,53 | 1,56 | 1,50 | 1,74 | 1,52 | 1,53 |
| 1,55 | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,56 | 1,60 | 1,50 | 1,49 | 1,49 | 1,56 |

Уровень значимости α = 0,05.

Вариант 10

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,07 | 1,71 | 1,49 | 1,36 | 1,61 | 0,91 | 1,91 | 1,68 | 1,36 | 1,73 |
| 0,91 | 1,31 | 1,40 | 1,44 | 1,54 | 1,12 | 1,48 | 1,35 | 1,71 | 1,57 |
| 1,39 | 1,33 | 1,34 | 1,46 | 1,79 | 1,02 | 1,25 | 1,22 | 1,42 | 1,56 |
| 1,50 | 1,42 | 1,30 | 1,76 | 1,62 | 1,48 | 1,29 | 1,48 | 1,69 | 1,83 |
| 1,53 | 1,34 | 1,41 | 1,38 | 1,41 | 1,44 | 1,52 | 1,35 | 1,38 | 1,35 |
| 1,48 | 1,72 | 1,33 | 1,53 | 1,12 | 1,48 | 1,56 | 1,45 | 1,49 | 1,34 |
| 1,75 | 1,43 | 1,67 | 1,84 | 1,66 | 1,56 | 1,60 | 1,49 | 1,77 | 1,34 |
| 1,83 | 1,44 | 1,49 | 1,41 | 1,62 | 1,86 | 1,36 | 1,61 | 1,68 | 1,79 |
| 1,19 | 1,60 | 1,24 | 1,64 | 1,30 | 1,60 | 1,51 | 1,41 | 1,58 | 1,48 |
| 1,65 | 1,67 | 1,67 | 1,54 | 1,31 | 1,24 | 1,65 | 1,32 | 1,59 | 1,13 |

Уровень значимости α = 0,025.

Вариант 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,94 | 1,87 | 1,64 | 1,41 | 1,57 | 0,98 | 1,82 | 1,60 | 1,35 | 1,68 |
| 1,07 | 1,44 | 1,37 | 1,36 | 1,71 | 1,01 | 1,39 | 1,39 | 1,58 | 1,57 |
| 1,10 | 1,27 | 1,19 | 1,65 | 1,58 | 1,20 | 1,27 | 1,17 | 1,44 | 1,68 |
| 1,49 | 1,26 | 1,15 | 1,43 | 1,62 | 1,50 | 1,29 | 1,38 | 1,76 | 1,74 |
| 1,45 | 1,47 | 1,43 | 1,73 | 1,79 | 1,47 | 1,42 | 1,38 | 1,34 | 1,36 |
| 1,46 | 1,60 | 1,37 | 1,35 | 1,35 | 1,46 | 1,65 | 1,38 | 1,50 | 1,22 |
| 1,60 | 1,55 | 1,42 | 1,49 | 1,28 | 1,64 | 1,50 | 1,58 | 1,83 | 1,49 |
| 1,84 | 1,39 | 1,54 | 1,81 | 1,41 | 1,83 | 1,41 | 1,54 | 1,52 | 1,71 |
| 1,50 | 1,54 | 1,57 | 1,60 | 1,74 | 1,39 | 1,56 | 1,35 | 1,63 | 1,43 |
| 1,33 | 1,66 | 1,38 | 1,61 | 1,47 | 1,43 | 1,65 | 1,51 | 1,55 | 1,22 |

Уровень значимости α = 0,01.

Вариант 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,03 | 1,76 | 1,54 | 1,35 | 1,64 | 0,87 | 1,94 | 1,71 | 1,35 | 1,72 |
| 0,96 | 1,35 | 1,40 | 1,51 | 1,55 | 1,16 | 1,52 | 1,34 | 1,76 | 1,56 |
| 1,30 | 1,30 | 1,27 | 1,45 | 1,74 | 0,94 | 1,24 | 1,25 | 1,40 | 1,52 |
| 1,51 | 1,35 | 1,33 | 1,78 | 1,68 | 1,46 | 1,32 | 1,52 | 1,65 | 1,86 |
| 1,50 | 1,37 | 1,39 | 1,36 | 1,38 | 1,45 | 1,57 | 1,34 | 1,45 | 1,37 |
| 1,47 | 1,68 | 1,35 | 1,51 | 1,16 | 1,50 | 1,52 | 1,47 | 1,49 | 1,39 |
| 1,70 | 1,46 | 1,63 | 1,82 | 1,58 | 1,53 | 1,65 | 1,44 | 1,73 | 1,29 |
| 1,82 | 1,43 | 1,51 | 1,46 | 1,67 | 1,87 | 1,36 | 1,65 | 1,75 | 1,81 |
| 1,28 | 1,58 | 1,30 | 1,64 | 1,37 | 1,69 | 1,47 | 1,42 | 1,54 | 1,49 |
| 1,54 | 1,66 | 1,60 | 1,53 | 1,27 | 1,16 | 1,64 | 1,24 | 1,60 | 1,11 |

Уровень значимости α = 0,1.

Вариант 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,84 | 1,84 | 1,71 | 1,37 | 1,60 | 1,14 | 1,90 | 1,73 | 1,35 | 1,65 |
| 1,17 | 1,63 | 1,39 | 1,63 | 1,58 | 0,86 | 1,59 | 1,36 | 1,61 | 1,58 |
| 0,85 | 1,25 | 1,36 | 1,35 | 1,50 | 1,47 | 1,24 | 1,33 | 1,36 | 1,49 |
| 1,37 | 1,37 | 1,48 | 1,51 | 1,86 | 1,40 | 1,36 | 1,53 | 1,55 | 1,87 |
| 1,51 | 1,56 | 1,29 | 1,67 | 1,49 | 1,49 | 1,60 | 1,30 | 1,60 | 1,44 |
| 1,55 | 1,43 | 1,45 | 1,45 | 1,45 | 1,54 | 1,46 | 1,47 | 1,47 | 1,45 |
| 1,50 | 1,74 | 1,37 | 1,58 | 1,17 | 1,51 | 1,71 | 1,40 | 1,62 | 1,21 |
| 1,84 | 1,40 | 1,71 | 1,83 | 1,79 | 1,87 | 1,39 | 1,70 | 1,82 | 1,82 |
| 1,83 | 1,44 | 1,45 | 1,41 | 1,54 | 1,80 | 1,44 | 1,44 | 1,45 | 1,51 |
| 1,09 | 1,61 | 1,17 | 1,62 | 1,16 | 1,08 | 1,62 | 1,16 | 1,61 | 1,12 |

Уровень значимости α = 0,05.

III. Выполнить:

1. Построить две гистограммы распределения с количеством интервалов *q*min+1 и с количеством интервалов *q*max – 1, где

*q*min = 0,55 *N*0,4 и *q*max = 1,25 *N*0,4,

*N* = 100 – объем исходных данных.

Сделать вывод о том, как влияет количество интервалов на форму гистограммы.

1. Получить основные статистические характеристики исходного ряда: математическое ожидание, медиану, моду, СКО, дисперсию, коэффициент асимметрии, коэффициент эксцесса, стандартную ошибку среднего. Представить α-процентные доверительные интервалы для среднего.
2. Проверить гипотезу о нормальности распределения с помощью критерия согласия χ2 при заданном уровне значимости. Сделать вывод.
3. Номер варианта соответствует порядковому номеру в списке учебной группы.

**Методические рекомендации**

**по выполнению практического занятия № 4**

**Исходные данные**. Результаты измерений ТМП представлены выборкой объемом *N*=100:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,09 | 1,25 | 1,19 | 1,31 | 1,30 | 1,05 | 1,27 | 1,45 | 1,31 | 1,30 |
| 1,56 | 1,36 | 1,16 | 1,37 | 1,11 | 1,58 | 1,32 | 1,48 | 1,39 | 1,41 |
| 1,58 | 1,46 | 1,30 | 1,36 | 1,30 | 1,56 | 1,12 | 1,32 | 1,35 | 1,34 |
| 1,31 | 1,21 | 1,29 | 1,29 | 1,30 | 1,30 | 1,24 | 1,38 | 1,27 | 1,30 |
| 1,50 | 1,34 | 1,46 | 1,33 | 1,17 | 1,30 | 1,31 | 1,45 | 1,33 | 1,18 |
| 1,31 | 1,20 | 1,41 | 1,38 | 1,27 | 1,29 | 1,20 | 1,42 | 1,38 | 1,39 |
| 1,25 | 1,14 | 1,34 | 1,28 | 1,33 | 1,39 | 1,14 | 1,44 | 1,38 | 1,43 |
| 1,23 | 1,26 | 1,26 | 1,35 | 1,22 | 1,43 | 1,30 | 1,26 | 1,35 | 1,50 |
| 1,46 | 1,30 | 1,30 | 1,27 | 1,24 | 1,18 | 1,28 | 1,29 | 1,44 | 1,25 |
| 1,36 | 1,18 | 1,36 | 1,22 | 1,21 | 1,38 | 1,16 | 1,36 | 1,24 | 1,19 |

Уровень значимости α = 0,1.

1. **Гистограмма**. Для построения эмпирического закона распределения вычисляется разность между максимальным и минимальным значениями исходного ряда (размах):

Определяется возможное число интервалов :

после округления которых имеем .

В общем случае рекомендуется выбирать число нечетным, так как четное число может исказить форму распределения для островершинного и двумодального симметричного распределения.

Согласно заданию гистограмму распределения необходимо построить в двух вариантах: с количеством интервалов *q*min+1 и с количеством интервалов *q*max – 1. Рассмотрим второй случай. Принимается *q* = *q*max – 1 = 7.

Определяется ширина интервала

Здесь округление произведено в большую сторону до числа десятичных разрядов.

Так как правая граница последнего интервала определяется как

то, следовательно, округление величины Δ в большую сторону приводит к тому, что величина . Поэтому правую границу последнего интервала принимают равной . При этом ширина последнего интервала будет меньше, чем остальных. Если число Δ округляется в меньшую сторону, то величина (или несколько ближайших к ней величин) окажутся за пределами правой границы последнего разряда. И в этом случае за правую границу принимают величину , но ширина его будет больше, чем у остальных.

Далее определяются границы интервалов и числа – количество результатов измерений, попадающих в каждый интервал (). Для вычислений целесообразно все данные свести в таблицу (табл. 1).

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № интервала | Границы интервалов | |  |
|  |  |
| 1 | 1,05 | 1,13 | 4 |
| 2 | 1,13 | 1,21 | 12 |
| 3 | 1,21 | 1,29 | 20 |
| 4 | 1,29 | 1,37 | 36 |
| 5 | 1,37 | 1,45 | 16 |
| 6 | 1,45 | 1,53 | 8 |
| 7 | 1,53 | 1,61 | 4 |
| Сумма | - | - | 100 |

Примечание. величины и – левая и правая границы интервалов соответственно:

По полученным значениям строится гистограмма (рис. 1). Для получения выразительной конфигурации эмпирической кривой распределения имеет значение и выбор масштабов по осям. Целесообразно, чтобы высота гистограммы относилась к основанию как 1 : 2 или 2 : 3.

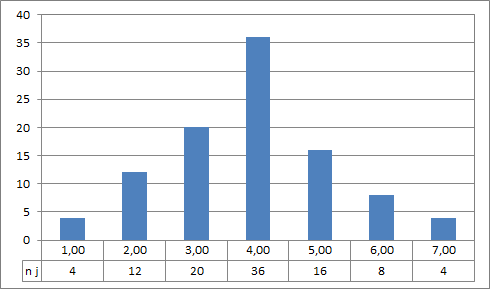


Рисунок 1 – Гистограмма эмпирического распределения

Аналогично строится гистограмма с количеством интервалов *q*min+1.

2. **Основные статистические характеристики**.

2.1. Точечной оценкой *математического ожидания* является

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

2.2. Точечной оценкой *дисперсии* является

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Выборочная дисперсия является приближенной оценкой дисперсии генеральной совокупности. Наличие коэффициента  в знаменателе, вместо интуитивно ожидаемого , связано с важным свойством несмещенности, которым обладает указанная оценка.

2.3. *Среднее квадратическое отклонение* вычисляется по формуле

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

2.4. *Медиана* – значение, расположенное посередине в вариационном ряду. Для того чтобы получить вариационный ряд необходимо исходную выборку упорядочить в порядке возрастания (неубывания) элементов. Для четного объема выборки *N* медиана равна среднему арифметическому двух центральных значений.

Например, для выборки {-1,3; 0,5; 1,6; 2,8; 3,7} медианой является число 1,6. Для выборки {-1,3; 0,5; 1,6; 2,8; 3,7; 4,9} медиана равна (1,6+2,8)/2=2,2.

2.5. Для случайной величины, имеющей плотность вероятности , *модой* называется любая точка максимума .

В рассматриваемом примере мода равна 1,30.

2.6. *Коэффициент асимметрии* – количественная характеристика степени скошенности (асимметрии) распределения, т.е.

|  |  |
| --- | --- |
| , | (4) |

где  – третий центральный момент.

Первый центральный момент (среднее отклонение от среднего), очевидно, всегда равен нулю в силу самого определения среднего значения. Второй центральный момент характеризует дисперсию (разброс) данных. Третий центральный момент должен быть равен нулю для любого симметричного распределения (грубо говоря, величина считается распределенной симметрично, если любые случайные отклонения «вниз» и «вверх» от середины распределения равновероятны). Таким образом, любое существенное (статистически значимое) отличие коэффициента асимметрии от нуля может служить индикатором асимметрии распределения.

Отметим, что куб стандартного отклонения введен в формулу для нормировки (в противном случае коэффициент асимметрии не был бы безразмерным).

В рассматриваемом примере коэффициент асимметрии равен 0,21.

2.7. *Эксцесс* (коэффициент эксцесса) – количественная характеристика островершинности плотности распределения

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

где  – четвертый центральный момент



Для нормального распределения эксцесс равен нулю. Распределения, имеющие положительный эксцесс, являются более островершинными по сравнению с нормальным распределением; распределения, имеющие отрицательный эксцесс, являются менее островершинными по сравнению с нормальным распределением.

В рассматриваемом примере коэффициент эксцесса равен 0,14.

2.9. Стандартная ошибка среднего определяется как стандартное отклонение, деленное на корень из объема выборки

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Рассматриваемая характеристика дает меру неопределенности среднего значения, рассчитанного на основе случайной выборки конечного объема *n*. При стремлении объема выборки к бесконечности неопределенность среднего стремится к нулю, а соответствующее среднее значение стремится к пределу, равному математическому ожиданию.

Стандартная ошибка среднего значения выборки дает некоторое представление об ошибке репрезентативности, то есть об ошибке, с которой выборочная средняя представляет действительное значение генеральной средней. Именно она показывает, какова будет ошибка в среднем, если из одной и той же генеральной совокупности сделать много выборок одинакового объема. Однако в каждой конкретной выборке ошибка может существенно отличаться от стандартной ошибки, т. е. нет гарантии, что ошибка, которая действительно была допущена в конкретном выборочном исследовании, не превышает средней ошибки.

Поэтому гораздо полезнее знать те границы, в которых «практически наверняка» находится действительная ошибка, допущенная в данной конкретной выборке. Эти границы называют *предельной ошибкой выборки*. Предельная ошибка выборки показывает тот предел, которого практически наверняка не превосходит действительная ошибка. Иначе говоря, предельная ошибка  показывает действительно допущенную ошибку с избытком, с превышением (возможно, очень значительным) и тем самым гарантирует, что действительная ошибка не превосходит .

Можно сказать, что ошибкой измерения будет разность между выборочным средним****** и математическим ожиданием μ (истинным средним значением или средним в генеральной совокупности). Различие между ними  служит ошибкой измерения истинного среднего. Величина такого интервала  вычисляется по формуле , где  – квантиль распределения Стьюдента. Таким образом, для нахождения предельной ошибки измерения при заданном уровне значимости *α* нужно стандартную ошибку умножить на квантиль распределения Стьюдента для уровня значимости α и числа степеней свободы *v* = *n* – 1.

2.10. Формулу 100(1–α)-процентного *доверительного интервала для среднего* можно записать следующим образом:

|  |  |
| --- | --- |
| или , | (9.7) |

где* –* критическое значение *t* для уровня значимости α и числа степеней свободы.

В рассматриваемом примере с доверительной вероятностью (1-α) = 0,95 искомое значение математического ожидания

*Доверительный интервал для среднего* имеет следующее значение: приводя *Р*-процентный доверительный интервал среднего, утверждается, что вероятность того, что истинное среднее находится в этом интервале, равна *Р*. Иными словами, если получить все возможные выборки из некоторой совокупности и для каждой рассчитать *Р*-процентный доверительный интервал, то доля интервалов, содержащих среднее по совокупности (истинное среднее), составит *Р*. Обычно используют достаточно высокую доверительную вероятность: 95%, 99% и 99,9%.

3. **Проверка гипотезы о нормальности распределения** с помощью критерия согласия χ2 при заданном уровне значимости α.

Сущность метода идентификации эмпирического закона с использованием критерия χ2 состоит в том, что в качестве меры расхождения между эмпирической и предполагаемой теоретической плотностями распределения используется статистика

асимптотически подчиненная распределению . Здесь – число наблюдений в *j*-м интервале, ; – объем выборки; – вероятность попадания случайной величины в -й интервал, вычисленная для предполагаемого теоретического закона распределения . Вероятность попадания непрерывной случайной величины в интервал вычисляется в общем случае из соотношения

где – функция распределения вероятностей или интегральная функция распределения.

Закон распределения при неограниченном увеличении зависит только от числа интервалов и стремится к распределению со степенями свободы , где – число параметров предполагаемого теоретического закона распределения, найденных по данной выборке. Таким образом, вычисленную для данной выборки величину сравнивают с критической точкой, взятой из таблиц теоретического распределения по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы .

Если , отклонение теоретического и эмпирического закона распределения считается незначимым, т.е. проверяемая статистическая гипотеза верна. В противном случае гипотеза отвергается.

В рассматриваемом примере по виду гистограммы выдвигается гипотеза о нормальном законе распределения случайной величины.

Необходимо найти теоретические вероятности попадания случайной величины в заданные интервалы группировки. Для этого используем вычисленные ранее математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины (формулы (9.1) и (9.3)).

Теоретические вероятности попадания случайной величины в заданные интервалы группировки определяются по формуле

где – значение нормальной функции распределения.

Результаты вычислений целесообразно свести в таблицу 2. При этом начальное и конечное значения принимаются равными , соответственно.

Таблица 2

| № инт. | Границы интервалов | |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 1,05 | 1,13 | 4 | 0,0000 | 0,0435 | 0,0435 | 4,35 | 0,12 | 0,028 |
| 2 | 1,13 | 1,21 | 12 | 0,0435 | 0,1665 | 0,1231 | 12,31 | 0,09 | 0,008 |
| 3 | 1,21 | 1,29 | 20 | 0,1665 | 0,4113 | 0,2448 | 24,48 | 20,08 | 0,820 |
| 4 | 1,29 | 1,37 | 36 | 0,4113 | 0,6984 | 0,2871 | 28,71 | 53,22 | 1,854 |
| 5 | 1,37 | 1,45 | 16 | 0,6984 | 0,8968 | 0,1984 | 19,84 | 14,77 | 0,744 |
| 6 | 1,45 | 1,53 | 8 | 0,8968 | 0,9777 | 0,0808 | 8,08 | 0,01 | 0,001 |
| 7 | 1,53 | 1,61 | 4 | 0,9777 | 1,0000 | 0,0223 | 2,23 | 3,12 | 1,395 |
| Сумма | - | - | 100 | - | - | 1 | 100 | χ02= | 4,85 |

Далее вычисляются величины, входящие в таблицу 2, и определяется значение как сумма значений в столбце 10 табл. 2.

Для нормального закона распределения и тогда число степеней свободы . Для заданного уровня значимости и числа степеней свободы находится критическая точка распределения . .

Так как (), то гипотезу о нормальном распределении случайной величины при уровне значимости α=0,05 принимаем.

**Содержание отчета**

* титульный лист
* задание
* код программы расчета статистических характеристик наблюдаемого ряда и проверки гипотезы о нормальном распределении
* таблица с результатами
* выводы по работе