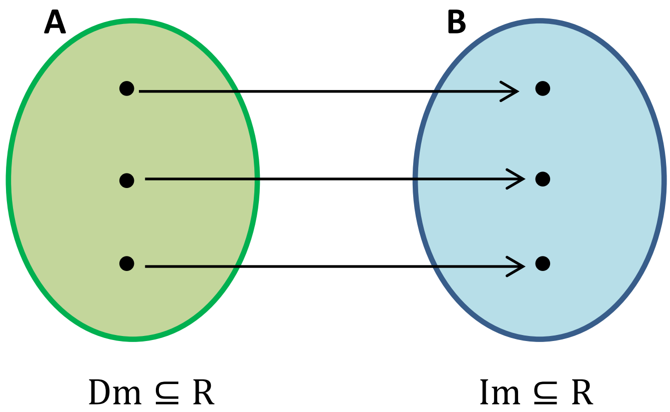
Análisis Matemático 1

Aulumno: Maximiliano José Camargo

- Funciones, Límites y Derivadas -

Soluciones:
Funciones:
1.- Antes de comenzar a definir el Dominio, Rango y Regla debemos entender que es una funcion.
Introduciremos el concepto de función, como un tipo muy importante de relación.
Sean A y B conjuntos no vacíos y f una relación de A en B. Entonces "f" recibe el nombre de función, si y sólo si, el alcance coincide con el dominio de la relación y además, dados dos pares ordenados cualesquiera de f con sus primeras componentes iguales, resultan iguales sus segundas componentes.
por lo tanto una funcion es una relacion entre dos conjuntos, en la que a cada valor del primer conjunto, denominado dominio, le corresponde un unico valor del segundo, denominado recorrido o imagen.



El dominio de una funcion real, tambien llamado dominio de definicion o campo de existencia de la misma, es el conjunto de los elementos para los cuales la funciones esta definida. Dicho de otra manera, el subconjunto de los numeros reales que tiene imagen.
Formalmente:

$$\mathrm{Domf} = \{\, \mathrm{x} \in \mathrm{R} \,/\, \exists \mathrm{y} = \mathrm{f(x)} \in \mathrm{R} \,\}$$

La imagen de una funcion real, tambien llamada rango o recorrido de una funcion es el conjunto de todos los valores que f toma (variable dependiente (y)). Normalmente se denota como Im(f), Imf, Rec(f) o f(x).
Formalmente:

$$\mathrm{Imgf} = \{\mathrm{y} \in \mathrm{Y} \,/\, \exists \mathrm{x} \in \mathrm{X}, \mathrm{f(x)} = \mathrm{y}\,\}$$

Una regla de correspondencia consiste en asignar un elemento único de un cierto conjunto a cada elemento único de otro conjunto. Este concepto es de uso frecuente cuando se trabaja con funciones matemáticas.

2.-

a-.$\mathrm{f(x)} = \frac{1}{x-10}$

Igualamos a 0 el demoninador para obtener el dominio de la funcion:

$$x - 10 = 0$$
$$x = 10$$

Por lo tanto el dominio son todos los reales menos 10.

$$Dominio = \{^{x}/_{x}\,, x\epsilon R, x \neq 10\}$$

b-.$\sqrt{16 - t^2}$

Igualamos a 0 el radicando para obtener los puntos criticos de la funcion, y ademas sabiendo que no existe en el campo de los numeros reales la raiz cuadrada de un numero negativo, podremos deducir del resultado obtenido el dominio de la funcion:

$$16 - t^2 = 0$$
$$-t^2 = -16$$
$$t^2 = 16$$
$$t = \sqrt{16}$$
$$t = \pm 4$$

Por lo tanto el dominio son todos los reales comprendidos entre -4 y 4.

$$Dominio = \{^{x}/_{x}\,, x\epsilon R, -4 \leq x \leq 4\}$$

c-. $\mathrm{f(x)} = \frac{x-3}{2}$

Como la funcion no presenta puntos criticos podemos decir que el dominio de la funcion son todos los reales.

$$Dominio = \{^{x}/_{x}\,, x\epsilon R\}$$

c-. $G(\mathrm{x}) = \sqrt{x}$

Igualamos a 0 el radicando para obtener los puntos criticos de la funcion, y ademas sabiendo que no existe en el campo de los numeros reales la raiz cuadrada de un numero negativo, podremos deducir del resultado obtenido el dominio de la funcion:

$$x \geq 0$$

Por lo tanto el dominio son todos los reales mayores o iguales a cero.

$$Dominio = \{^{x}/_{x}\, , x \epsilon R, x \geq 0\}$$

c-. Evaluar: $(f+g)(\mathrm{x})$

$$(f+g)(\mathrm{x}) = f(x) + g(x)$$

$$(f+g)(\mathrm{x}) = \left(\frac{x-3}{2}\right) + \sqrt{x}$$

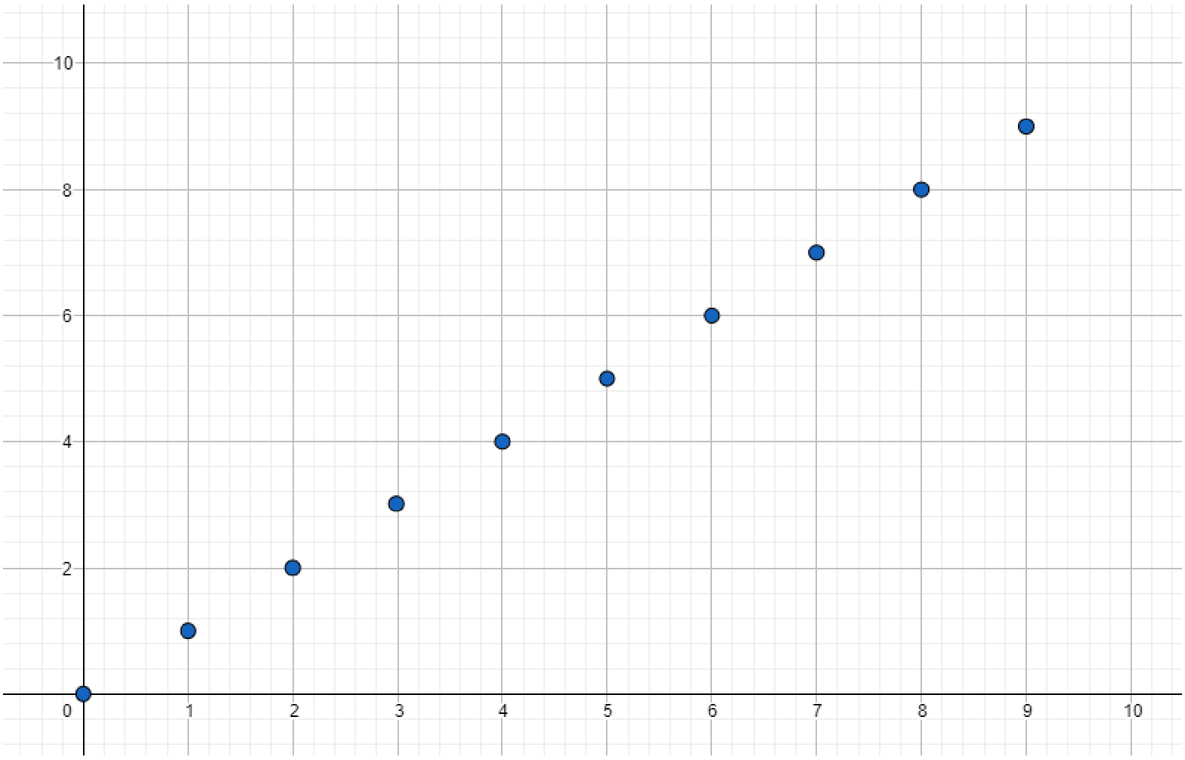
$$(f+g)(\mathrm{x}) = \frac{x-3+2\sqrt{x}}{2}$$

Por lo tanto el dominio son todos los reales mayores o iguales a cero debido a la raiz cuadrada del numerador.

$$Dominio = \{^{x}/_{x}\, , x \epsilon R, x \geq 0\}$$

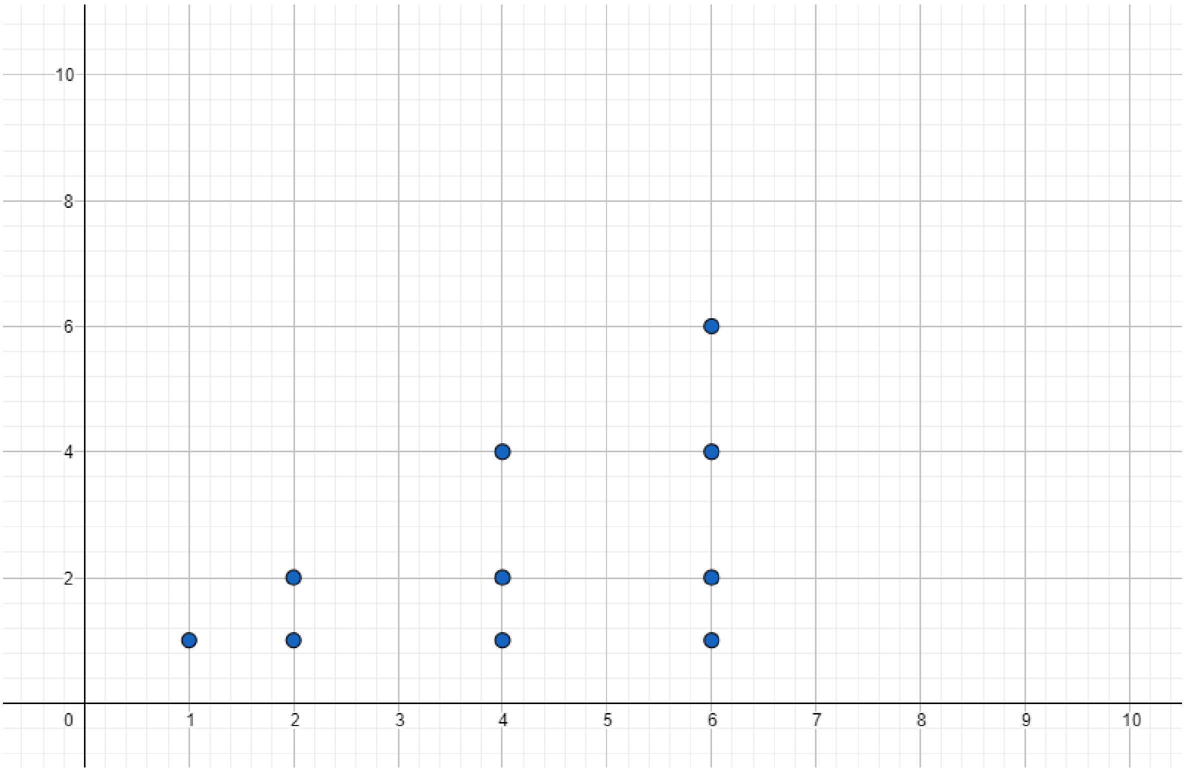
3.-

a-. Dominio = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} – Imagen = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}



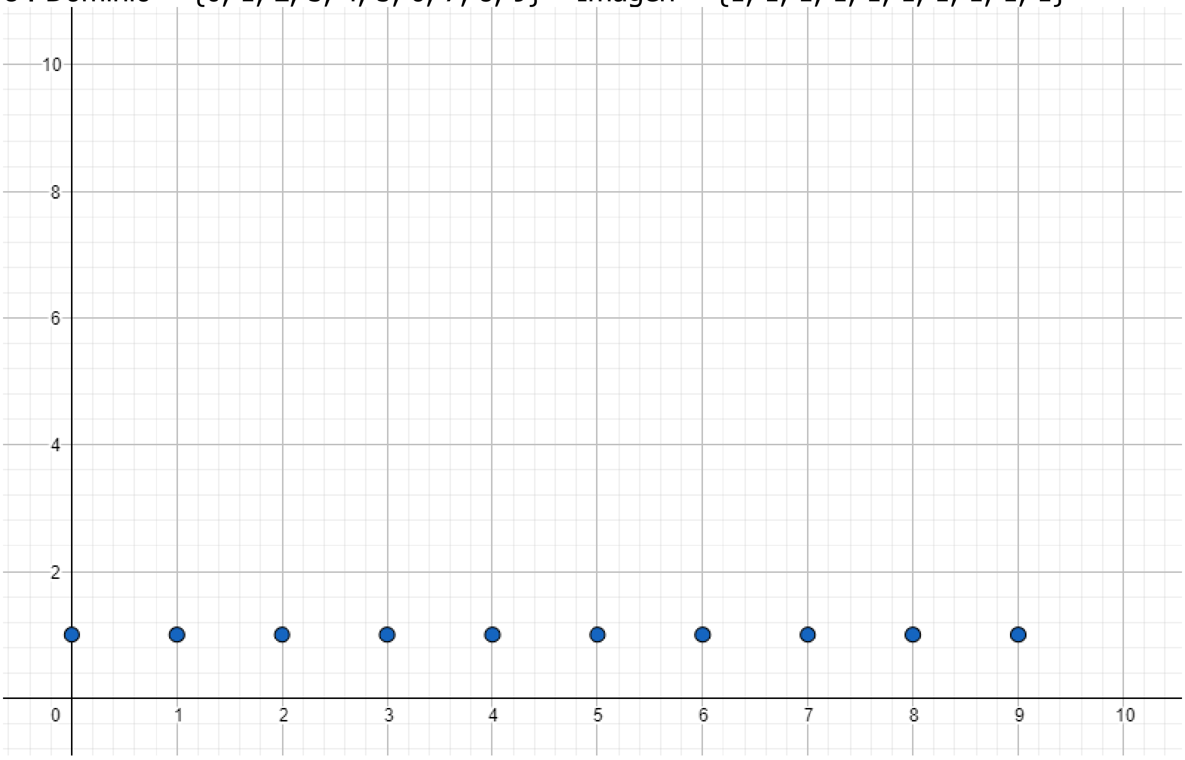
Es funcion.

b-. Dominio = {0, 2, 2, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 6} – Imagen = {1, 1, 2, 1, 2, 4, 1, 2, 4, 6}



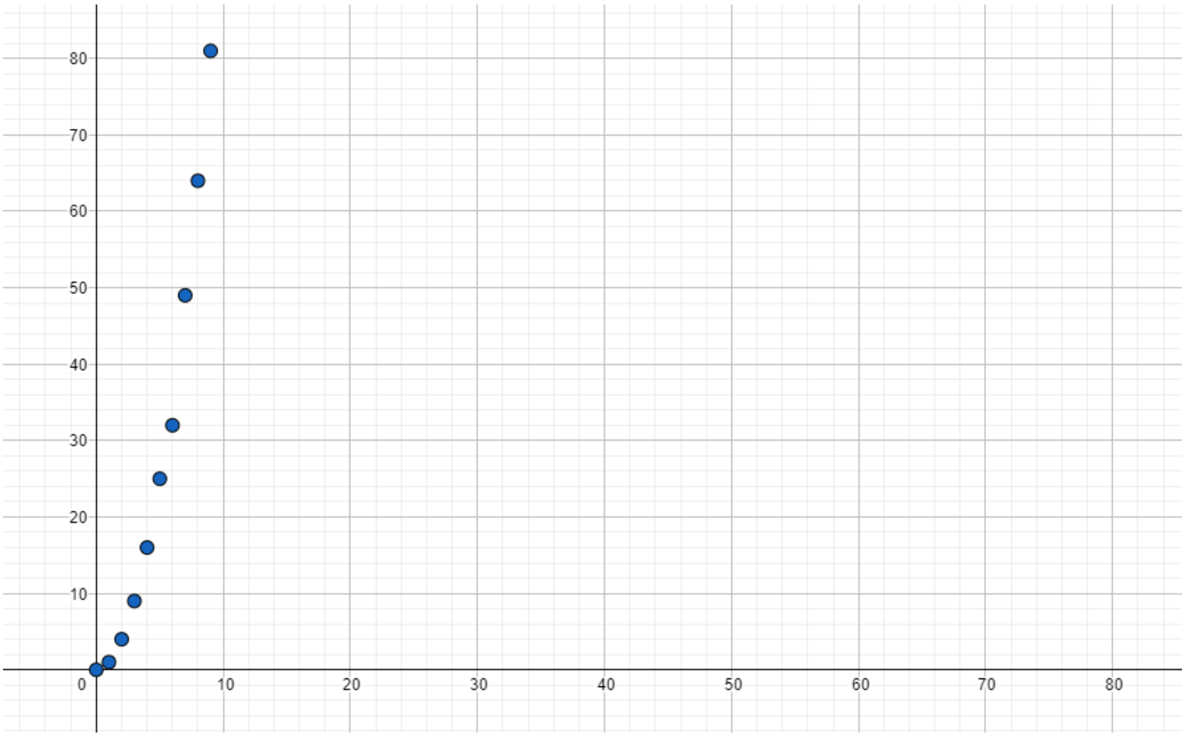
No es funcion. (Existen elementos del dominio con mas de una imagen)

c-. Dominio = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} – Imagen = {1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}



Es funcion.

d-. Dominio = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} – Imagen = {0, 1, 4, 9, 16, 25, 32, 49, 64, 81}



Es funcion.

e-. Dominio = {1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1} – Imagen = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

No es funcion. (El unico elemento del dominio tiene mas de una imagen)

4.-

a-. $\mathrm{f(x)} = 2\pi\ \frac{3x^3+10x}{x-2}$

Es funcion.

b-. $2\mathrm{x} + 3y^2 - \sqrt{x+10} = 21$

No es funcion.

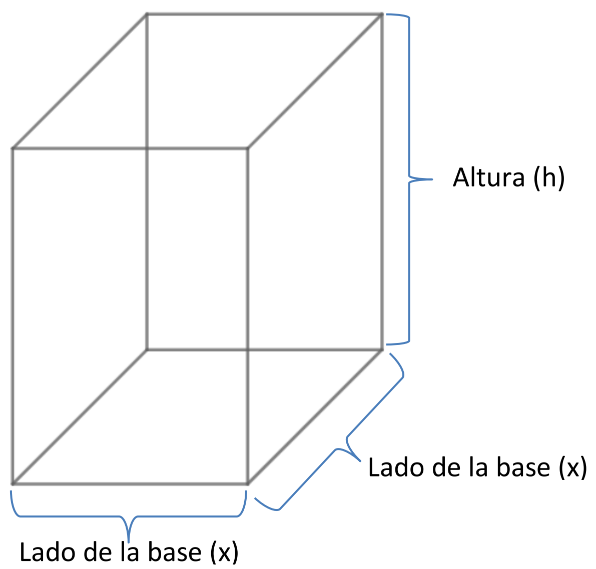
c-. $|\mathrm{x}| = \begin{cases} x \ \ para\ x \geq 0 \\ -x \ \ para\ x < 0 \end{cases}$

Es funcion.

d-. $G(t) = \begin{cases} 1\ para\ t \leq 0 \\ t+1\ para\ 0 < t < 2 \\ t^2 - 1\ para\ t > 2 \end{cases}$

Es funcion. Si bien no esta definida para x=2

5.- Para comenzar a resolver el ejercicio primero relevamos los datos que nos dan en el enunciado:
Base cuadrada (x) y Volumen = 4000L



Formula para obtener el volumen:

$$Volumen = lado\_base * ancho\_base * altura$$

Teniendo en cuenta que la base del deposito es cuadrada nuestro largo_base y ancho_base son iguales por lo tanto la formula quedaria de la siguiente forma:

$$Volumen = lado\_base^2 * altura$$

Lo que equivale a decir:

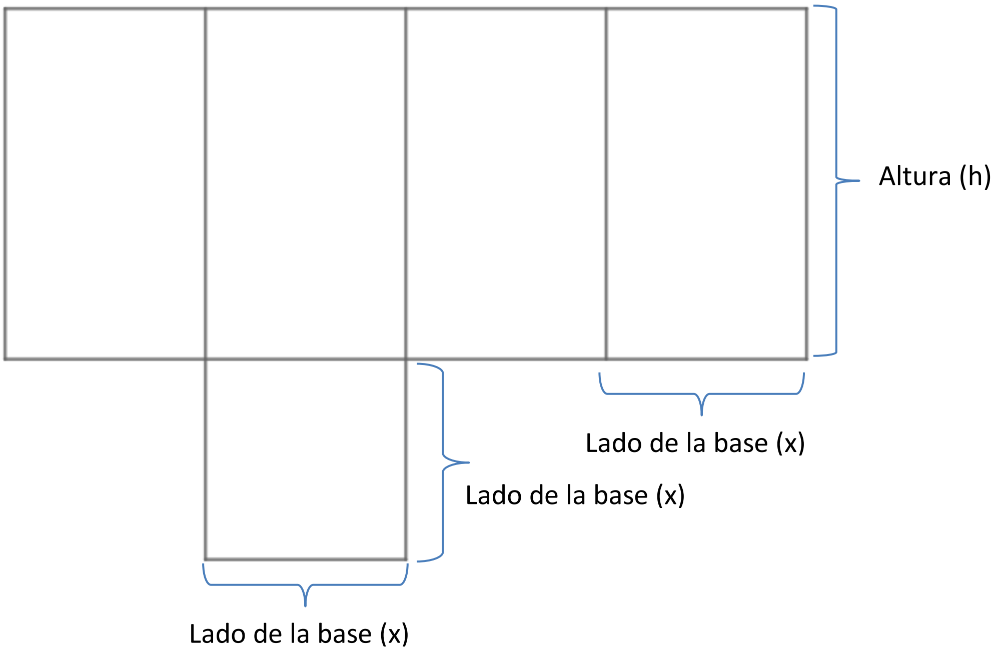
$$Volumen = x^2 * h$$

Por lo tanto:

$$x^2 * h = 4000$$

Despejamos h y nos queda:

$$h = \frac{4000}{x^2}$$



Ahora bien, sabiendo que la formula del area es:

$$Area = lado\_base^2 + 4 * lado_{base} * altura$$

Lo que equivale a decir:

$$Area = x^2 + 4 * x * h$$

Si reemplazamos en la ecuacion del area el valor de h obtenido de la ecuacion del volumen, nos queda de la siguiente forma:

$$Area = x^2 + 4 * x * \frac{4000}{x^2}$$

$$Area = x^2 + 4 * \frac{4000}{x}$$

$$Area = x^2 + \frac{16000}{x}$$

Procedemos a derivar la funcion obtenida para poder buscar el minimo de la funcion.

$$Area' = 2x - \frac{16000}{x^2}$$

$$Area' = \frac{2x * \ x^2 - 16000}{x^2}$$

$$Area' = \frac{2x^3 - 16000}{x^2}$$

Igualamos la deriva del Area a 0, para obtener el valor de x:

$$Area' = 0$$

$$\frac{2x^3 - 16000}{x^2} = 0$$

$$2x^3 - 16000 = 0$$

$$2x^3 = 16000$$

$$x^3 = \frac{16000}{2}$$

$$x^3 = 8000$$

$$x = \sqrt[3]{8000}$$

$$x = 20$$

Ahora bien si el valor obtenido representa el valor que la base deberia tener nuestro deposito, ahora verificamos que ese valor corresponda a un minimo de la funcion, para ello vamos a obtener la segunda derivada del Area:

$$Area' = \frac{2x^3 - 16000}{x^2}$$

$$Area'' = \frac{6x^2 * x^2 - (2x^3 - 16000) * 2x}{x^4}$$

$$Area'' = \frac{6x^4 - 2x * (2x^3 - 16000)}{x^4}$$

$$Area'' = \frac{x * (6x^3 - 2 * (2x^3 - 16000))}{x^4}$$

$$Area'' = \frac{6x^3 - 4x^3 + 32000}{x^3}$$

$$Area'' = \frac{2x^3 + 32000}{x^3}$$

$$Area'' = \frac{2x^3}{x^3} + \frac{32000}{x^3}$$

$$Area'' = 2 + \frac{32000}{x^3}$$

Una vez que obtenemos la segunda derivada del Area la valuamos en x=20 para ver si el valor obtenido corresponde a un Maximo o un Minimo de la funcion.

$$Area''(20) = 2 + \frac{32000}{20^3}$$

$$Area''(20) = 2 + \frac{32000}{8000}$$

$$Area''(20) = 2 + 4$$

$$Area''(20) = 6$$

Como el valor obtenido es positivo significa que efectivamente la funcion en x=20 tiene un minimo.

Para obtener la altura optima debemos reemplazar el x obtenido (x=20) en la ecuacion de la altura:

$$h = \frac{4000}{x^2}$$

$$h = \frac{4000}{400}$$

$$h = 10$$

Por lo tanto, la menor medida requerida para obtener un volumen de 4000 Litros es de una base de 20 * 20 con una altura de 10.

Limite:

1.- $\lim_{x\to 1} \frac{2x+1}{x-3} = -\frac{3}{2}$

Resolvemos el limite para ver si el resultado es correcto:

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x+1}{x-3} = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x+1}{x-3} = \frac{2*1+1}{1-3} = \frac{2+1}{-2} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

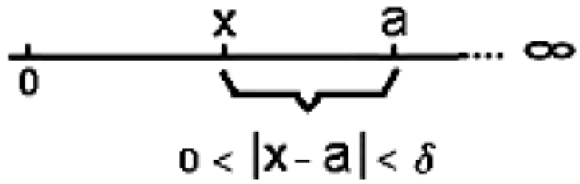
Definicion de limite finito de una variable:
Dada una variable que toma sucesivos valores en direccion hacia un valor (punto a), se dice que la constante “a” es el LIMITE DE LA VARIABLE “x” cuando para cada numero δ, positivo, arbitrario y tan pequeño como se quiera, es posible encontrar una valor de la variable “x” a partir del cual todos los valores subsiguientes del m ismo verifiquen la siguiente desigualdad:

$$0 < |x - a| < \delta$$

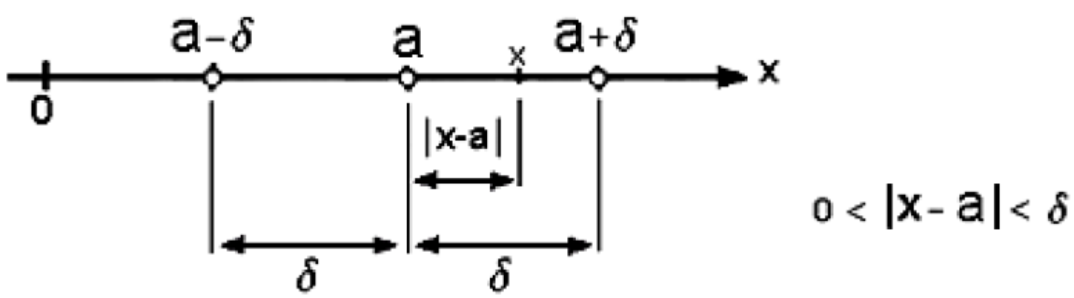
Se expresa:

$$\lim x = a \quad \text{ó} \quad x \to a$$

$x \to a$ Indica que “x” tiende o converge hacia el valor de “a”, sin llegar nunca a serlo.



Geometricamente, la constante “a” es el limite de la variable “x” cuando, para cualquier Entorno Reducido prefijado $E^*_{a,\delta}$, tan pequeño como se quiera, exite un valor de “x” tal que todos los puntos subsiguientes, correspondientes a la variable, se enuentren dentro de dicho entorno.
Graficamente:



“a” es Punto de Acumulacion y δ es un numero positivo tan pequeño como se quiera.
En este caso, la variable “x” tiende a un valor “a” que es FINITO, siendo “a” Punto de Acumulacion; pero “x” puede tender a valores muy grandes (a Infinito).

Definicion Limite Infinito de una variable:

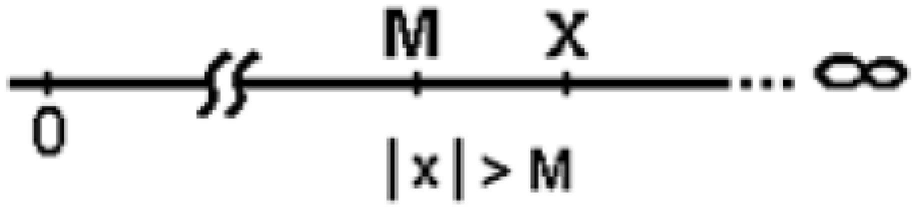
La variable “x” tiene a ∞ (numero infinitamente grande) cuando para cada numero positivo “M”, tan grande como se quiera, es posible encontrar un valor de la variable “x” a partir del cual todos los valores subsiguientes de dicha variable verifican la desigualdad:

$$|x| > M$$

Se expresa:

$$\lim x = \infty \quad \text{ó} \quad x \to \infty$$

$x \to \infty$ Indica que “x” tiende hacia el valor ∞



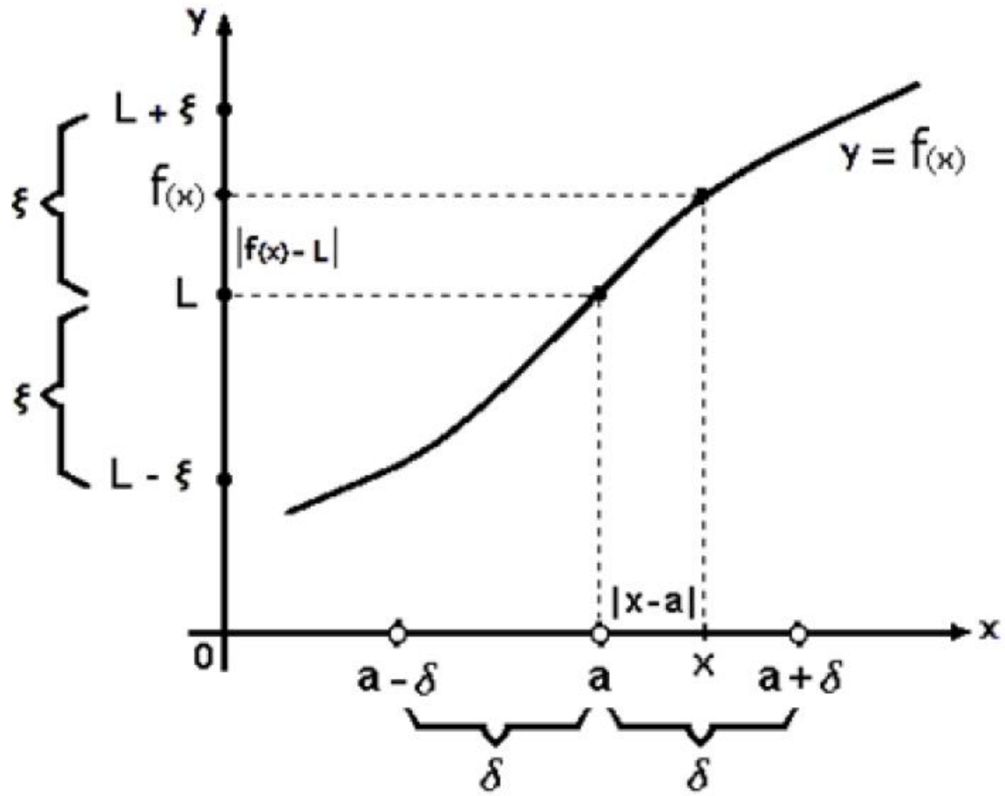
Definicion de limite finito de una funcion:
La constante “L” es el Limite de la funcion f(x) cuando la variable “x” tiende a un valor “a”, si y solo si, para todo numero "ε" positivo y tan pequeño como se quiera, existe otro numero"δ", positivo y tambine pequeño, tal que es posible encontrar un valor de la funcion f(x) a partir del cual todos los valores subsiguientes de dicha funcion verifiquen las siguientes desigualdades:

$$|f(x) - L| < \varepsilon \quad Para \quad 0 < |x - a| < \delta$$

Se expresa:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \quad En\ donde\ a\ y\ L\ \in R$$

Graficamente:



2.- Continuidad de funciones:
Una funcion f(x) es continua en x=a, si y solo si se cumplen las siguientes condiciones:
1°-. $\exists\ f(a)$
2°-. $\exists\ \lim_{x \to a} f(x)$
3°-.$\lim_{x \to a} f(x) = f(\lim_{x \to a} x) = f(a)$
Si se cumplen estas tres condiciones, se dice que la funcion f(x) es continua en el punto x=a. Por esto se seuele decir que cuando la funcion es continua, el limite de la funcion es igual a la funcion del limite.

Si al menos una de estas condiciones no se cumple, entonces la funcion es Discontinua en el punto x=a.
3.- $\lim_{x\to 4}(3x-7)\ es\ 5$
Resolvemos el limite:

$$\lim_{x\to 4}(3x-7) = 3*4-7 = 12-7 = 5$$

Se verifica que el limite es 5.

4.- $\lim_{x\to -2}\left(\frac{x^2+7x+10}{x+2}\right)\ es\ 10$
Resolvemos el limite:

$$\lim_{x\to -2}\left(\frac{x^2+7x+10}{x+2}\right) = \frac{(-2)^2+7*(-2)+10}{-2+2} = \frac{4-14+10}{0} = \frac{0}{0}$$

Es un limite indetermindo, por lo tanto vamos a tratar de levantar la indeterminacion:
Para levantar la indeterminacion factorizamos el numerador y nos queda de la siguiente forma:

$$x^2+7x+10 = (x+2).(x+5)$$

Por lo tanto:

$$\lim_{x\to -2}\left(\frac{x^2+7x+10}{x+2}\right) = \lim_{x\to -2}\left(\frac{(x+2)*(x+5)}{x+2}\right) = \lim_{x\to -2}(x+5) = -2+5 = 3$$

El resultado del limite es 3 y no 10 como indica el enunciado.

5.- Ejemplos de discontinuidad:
1° - Ejemplo (Discontinuidad evitable):

$$f(x)\begin{cases} x & si\ x<1 \\ 3 & si\ x=1 \\ x & si\ x>1 \end{cases}$$

El valor de la funcion no coincide con el valor del limite.
En x=1 la imagen vale 3 y el limite vale 1

2° - Ejemplo (Discontinuidad no evitable de salto finito):

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

La funcion signo presenta una discontinuidad de salto finito igual a 2 en x = 0 (la funcion no puedo tomar el valor x=0)

Derivada:
1.- Indicar si son proposiciones verdaderas o falsas.
a) Toda funcion continua en un punto es derivable en ese punto.
Esta proposicion es Falsa ya que una funcion puede ser continua en un punto pero no derivable en el.
Ejemplo:

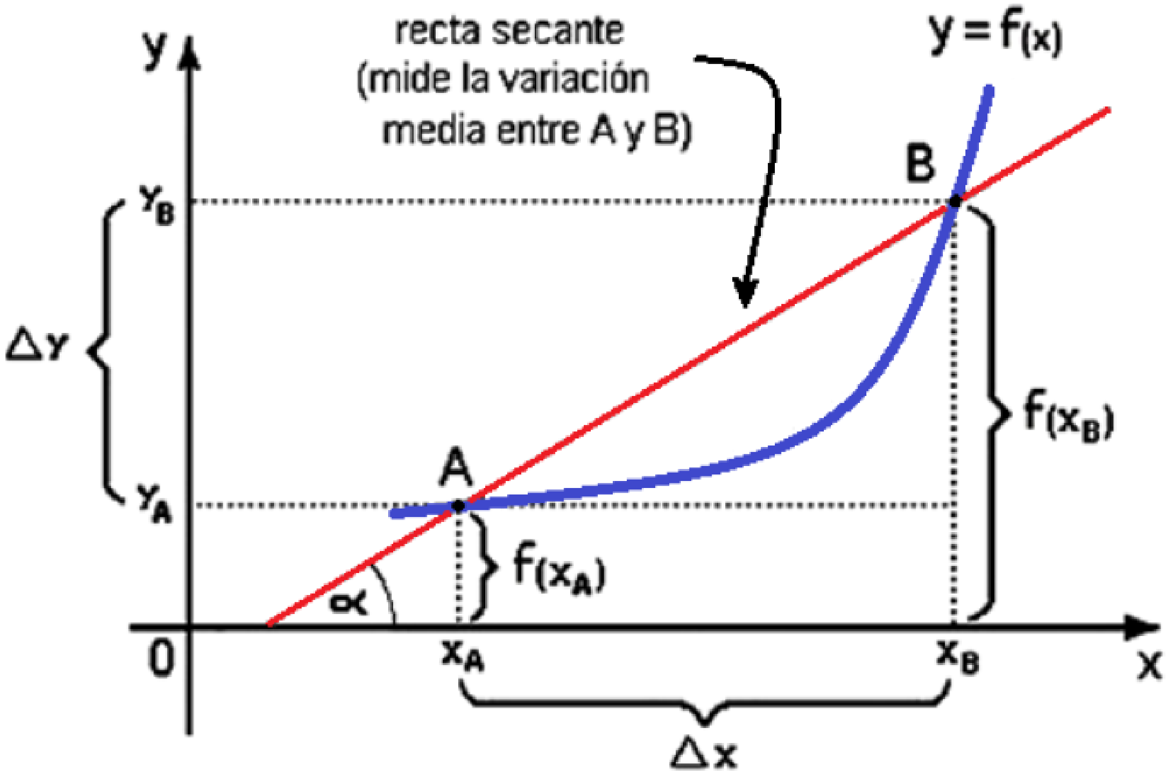
$$f(x)\begin{cases} 0 & si\ x<0 \\ x & si\ x\geq 0 \end{cases}$$

La funcion es continua en x=0, pero no es derivable en dicho punto ya que los limites laterales son distintos.

b) Toda funcion derivable en un punto es continua en ese punto.
Esta proposicion es Verdadera ya que existe una relacion entre continuidad y derivabilidad, ya que si una funcion es derivable en un punto, entonces es continua en el.

2.- Concepto de derivada de una funcion:

La derivada de una funcion es una medida de la velocidad o rapidez con la que cambia el valor de dicha funcion, según cambie el valor de su variable independiente. La derivada de una funcion se calcula como el limite de la rapidez de cambio media de la funcion en un cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se toma cada vez mas pequeño. Por ello se habla del valor de la derivada de una cierta funcion en un punto dado.
Por lo tanto, la derivada es la velocidad de crecimiento de la funcion con respecto a la variable independiente "x".
Grafico de la derivada:



El incremento de una variable que pasa de un valor numerico a otro, es la diferencia que se obtiene restando el valor final de la variable menos el inicial. El incremento de "x" se representa por el simbolo Δx.
Es evidente que el incremento puede ser positivo o negativo (llamado decremento), según sea que la variable aumente o disminuya al cambiar el valor.
Si en y=f(x) la variable independiente "x" toma un incremento Δx, entonces Δy indicara el incremento correspondiente de la funcion f(x) (osea de la variable dependiente "y").

El incremento Δy siempre ha de contarse desde el valor inicial definido de "y", que corresponde al valor inicial arbitrariamente fijado de "x" desde el cual se cuenta el incremento Δx.

$$\Delta x = x_B - x_A \Longrightarrow x_B = x_A + \Delta x$$

$$\Delta y = y_B - y_A \Longrightarrow y_B = y_A + \Delta y$$

Siendo:

$$\Delta y = y_B - y_A \Longrightarrow \Delta y = f(x_B) - f(x_A)$$

Y siendo:

$$x_B = x_A + \Delta x$$

$$\therefore \boxed{\Delta y = f(x_A + \Delta x) - f(x_A)}$$ **INCREMENTO DE LA FUNCIÓN**

Dividiendo a ambos miembros por Δx (se encuentra asi la pendiente).

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_A + \Delta x) - f(x_A)}{\Delta x} = tg\,\alpha = V_m \quad \boxed{\text{velocidad media}}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \boxed{\text{es el } \textbf{COCIENTE INCREMENTAL} \ (\textbf{VELOCIDAD MEDIA} \text{ entre } \textbf{A} \text{ y } \textbf{B})}$$

3.- Para comenzar a resolver el ejercicio primero relevamos los datos que nos dan en el enunciado:

$$50 \rightarrow Precio\ actual\ del\ helado$$
$$x \rightarrow Aumento\ de\ precio$$
$$(50 + x) \rightarrow Precio\ del\ helado + el\ incremento\ del\ precio$$
$$200 \rightarrow Cantidad\ de\ ventas\ diarias$$
$$-2x \rightarrow Representa\ la\ perdida\ de\ ventas\ por\ cada\ aumento\ el\ precio$$
$$(200 - 2x) \rightarrow Representa\ la\ cantidad\ de\ helados\ vendidas - la\ perdida\ de\ ventas\ por\ el\ aumento$$

Con estos datos obtenemos una primera funcion que representa las ventas:

$$f(x) = (50 + x) * (200 - 2x)$$

Otro de los datos que nos dan es el costo:

$$40 \rightarrow Precio\ de\ costo\ de\ los\ helados$$

Con este ultimo dato obtenemos una segunda funcion que representa el costo por esas ventas:

$$g(x) = (200 - 2x) * 40$$

Para obtener cuanto es la ganancias netas debemos hacer:

$$Ganacia(x) = f(x) - g(x)$$
$$Ganancia(x) = (50 + x) * (200 - 2x) - (200 - 2x) * 40$$
$$Ganancia(x) = (200 - 2x) * (50 + x - 40)$$
$$Ganancia(x) = (200 - 2x) * (x + 10)$$
$$Ganancia(x) = 200x + 2000 - 2x^2 - 20x$$
$$Ganancia(x) = -2x^2 + 180x + 2000$$

Derivamos la funcion obtenida:

$$Ganancia'(x) = -4x + 180$$

Igualamos a 0 la derivada primera obtenida:

$$Ganancia'(x) = 0$$
$$-4x + 180 = 0$$
$$-4x = -180$$
$$x = \frac{-180}{-4}$$
$$x = 45$$

Obtenemos la seguda derivada de la funcion Ganancia(x):

$$Ganancia''(x) = -4$$

Como el valor obtenido es -4 podemos decir que en x = 45 tenemos un maximo de la funcion.

Reemplazamos el x=45 en la funcion sin derivar de ganacia para obtener la ganacia maxima.

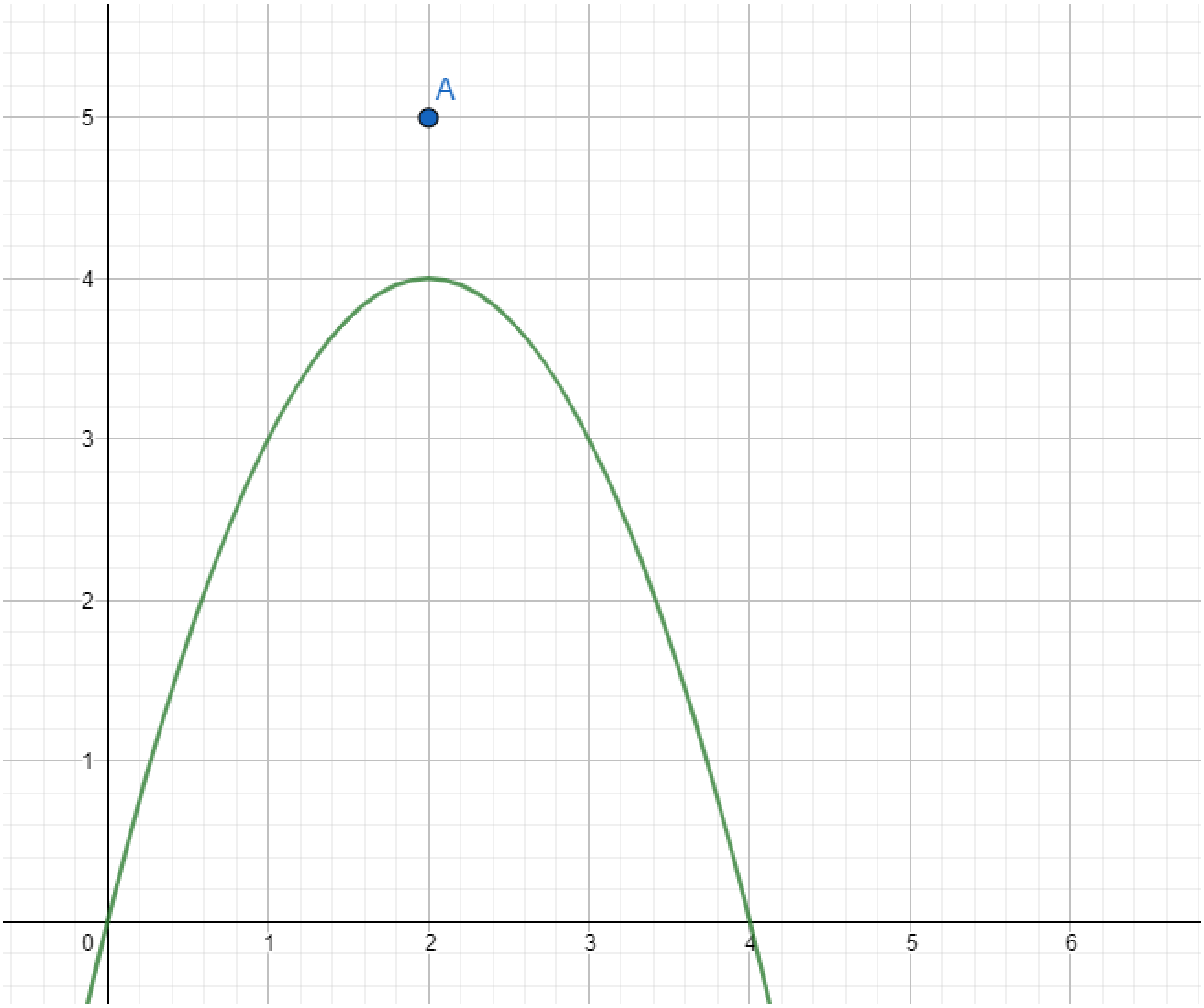
$$Ganancia(x) = -2x^2 + 180x + 2000$$
$$Ganancia(45) = -2 * (45)^2 + 180 * 45 + 2000$$
$$Ganancia(45) = -2 * 2025 + 8100 + 2000$$
$$Ganancia(45) = -4050 + 10100$$
$$Ganancia(45) = 6050$$

Por lo tanto, con un precio maximo de $ 95 y la ganancias maxima sera de $ 6050.

4.- Hallas las rectas tangentes de la curva:

$$y = 4x - x^2$$

Y pasa por los puntos: (2,5)



Como el punto se encuentra fuera de la funcion debemos estimar el punto de la siguiente forma:

$$P1 = (a, (-a^2 + 4a)$$

Si bien sabemos que vamos a tener dos puntos con uno bastaria para poder calcular las pendientes de las rectas tangentes.
Ahora derivamos la funcion y(x):

$$y = 4x - x^2$$
$$y' = -2x + 4$$

Reemplazmos en la primera derivada a x = a:

$$y'(a)$$

$$y'(a) = -2a + 4$$

De esta manera obtuvimos la pendiente de la recta tangente en el punto a.
Ahora bien, sabiendo que la ecuacion de la recta que pasa por dos puntos es:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Podemos despejar m:

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

Reemplazamos en dicha ecuacion los puntos que tenemos:

$$P = (2,5)\ y\ P1 = (a, (-a^2 + 4a)$$

Obtendremos que m es igual a:

$$m = \frac{(-a^2 + 4a) - 5}{a - 2}$$

$$m = \frac{-a^2 + 4a - 5}{a - 2}$$

Igualamos ambas pendientes y'(a) con m ya que deben ser iguales:

$$-2a + 4 = \frac{-a^2 + 4a - 5}{a - 2}$$

$$(-2a + 4) * (a - 2) = -a^2 + 4a - 5$$

$$-2a^2 + 4a + 4a - 8 = -a^2 + 4a - 5$$

$$-2a^2 + 8a - 8 = -a^2 + 4a - 5$$

$$-2a^2 + 8a - 8 + a^2 - 4a + 5 = 0$$

$$-a^2 + 4a - 3 = 0$$

Obtenemos las raices de las funcion obtenida para obtener los x de los puntos por donde la recta corta la parabola:

$$a_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 * -1 * -3}}{2 * (-1)}$$

$$a_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{-2}$$

$$a_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2}$$

$$a_1 = 1$$
$$a_2 = 3$$

Con a=1, obtenemos el punto y la pendiente y por ultimo la ecuacion de la recta tangente que pasa por ambos puntos:

$$P1 = (a, (-a^2 + 4a) = (1,3)$$

$$y'(a) = -2a + 4 = m = 2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
$$y - 3 = 2(x - 1)$$
$$y - 3 = 2x - 2$$
$$y = 2x - 2 + 3$$
$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x + 1 \rightarrow 1° \; Ecuacion\ de\ la\ recta\ tangete\ que\ pasa\ por\ (2{,}5)\ e\ y = -x^2 + 4x$$

Con a=3, obtenemos el punto y la pendiente y por ultimo la ecuacion de la recta tangente que pasa por ambos puntos:

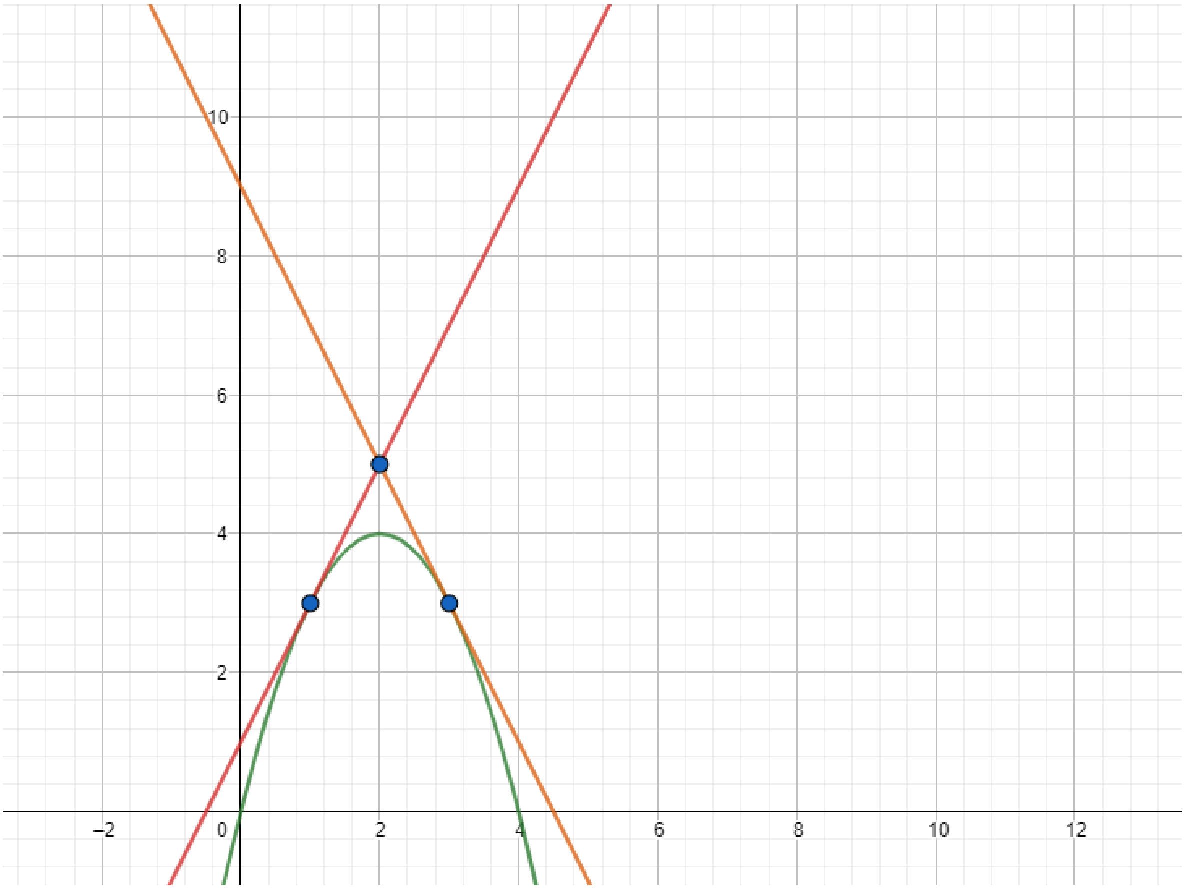
$$P2 = (a, (-a^2 + 4a) = (3{,}3)$$

$$y'(a) = -2a + 4 = m = -2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
$$y - 3 = -2(x - 3)$$
$$y - 3 = -2x + 6$$
$$y = -2x + 6 + 3$$
$$y = -2x + 9$$

$$y = -2x + 9 \rightarrow 2° \; Ecuacion\ de\ la\ recta\ tangete\ que\ pasa\ por\ (2{,}5)\ e\ y = -x^2 + 4x$$

Grafico final:



5.-

a.- $y = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$

Obtener y':

$$y' = \frac{-2}{x^2} - \frac{2}{x^3}$$

b.- $y = (x^2 + 17) * (x^3 - 3x + 1)$

Obtener y’:

$$y' = 5x^4 + 42x^2 + 2x - 51$$

c.- $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & si\ x \leq 1 \\ x + 2 & si\ x > 1 \end{cases}$

Obtener f’(x):

$$f'(x) = \begin{cases} 4x & si\ x < 1 \\ \nexists & si\ x = 1 \\ 1 & si\ x > 1 \end{cases}$$

d.- $y = x^2 * sen\ (x)$

Obtener y’:

$$y' = 2x * sen(x) + x^2 * \cos(x)$$

$$y' = x * (2sen(x) + x\cos(x)$$