

Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

FI3104-1

Tarea 2

Maximiliano Dirk Vega Aguilera

1 Introducción

La tarea 2 consistió en calcular de forma numérica la posición y velocidad de una partícula de masa m con movimiento vertical, luego de rebotar de forma inelástica sobre un suelo con movimiento sinusoidal de amplitud A y frecuencia ω . El choque elástico queda modelado con la ecuación siguiente, donde η es el coeficiente de restitución, $v_s(t^*)$ es la velocidad del suelo en el instante del choque, $v_p(t^*)$ es la velocidad de la partícula justo antes del choque y $v'_p(t^*)$ es la velocidad de la partícula justo después de este.

$$v'_p(t^*) = (1 + \eta)v_s(t^*) - \eta v_p(t^*) \quad (1)$$

Para lo cual, se construyó un algoritmo que calculaba la posición y velocidad de la partícula luego del n -ésimo choque dada la posición y velocidad del choque $n-1$.

2 Desarrollo

Para el desarrollo de esta tarea se utilizó el lenguaje *python* y sus librerías *numpy*, *matplotlib* y *scipy*. Además utilizó el repositorio de *git* para mantener un registro del avance.

Para resolver el problema se construyó una función que recibe como parámetros la posición y velocidad de la partícula después del último choque y retorna estos valores luego del choque siguiente. Dentro de esta función se definieron funciones para representar el movimiento del suelo y el de la partícula.

$$x = x_o + v_o t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

$$v = v_o - gt \quad (3)$$

$$x = A \sin(\omega t + \arcsin(x_o)) \quad (4)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \arcsin(x_o)) \quad (5)$$

Donde las ecuaciones (2) y (3) corresponden a la partícula y las ecuaciones (4) y (5) corresponden al suelo.

Para calcular la posición y la velocidad de la partícula después del choque, primero hay que determinar cuando ocurre este choque. Para esto se definió una función auxiliar como la resta entre las posiciones del suelo y de la partícula, a la cual se le buscó sus raíces. Mediante un *while*, se buscó el intervalo en que la función cambiaba de signo, y utilizando el método de la bisección, mediante la función *bisect* de la sublibrería *optimize* de *scipy*, se encontró ese punto. Finalmente, se evalúa el punto encontrado en las ecuaciones (1) y (2) para obtener la velocidad y la posición de la partícula después del choque, retornando estos valores.

Luego, utilizando arreglos de *numpy* y mediante un *for*, se iteró esta función hasta el *n*-ésimo choque dados la posición y la velocidad inicial de la partícula. Para de esta forma poder graficarlos usando la librería *matplotlib*.

Como parámetros globales se definió que inicialmente la partícula se encuentra en contacto con el suelo; la amplitud, la masa y la gravedad fuesen 1, para normalizar el problema; y ω , η y la velocidad son parámetros libres que se pueden variar a gusto.

Para analizar la estabilidad de las soluciones, se fija $\eta = 0.15$ y se grafica la velocidad de la partícula en cada choque para distintos valores de ω entre 1.66-1.79.

3 Resultados

Al ejecutar el programa, este muestra los valores de posición y velocidad de la partícula para cada choque. Sin embargo, los datos obtenidos son incorrectos y no corresponden a la solución real del problema.

En el Anexo se adjuntan los resultados obtenidos para distintos valores de ω y una velocidad inicial de 50.

En estos graficos, se aprecia que después de una frecuencia de 1.70, la velocidad decae en el primer choque, estabilizándose luego del tercer choque en un rango fijo con una cierta periodicidad. Para frecuencia menores a 1.70 se observa que la velocidad decae a un cierto valor estable luego del quinto choque, para luego aumentar su rango de estabilidad en el choque 27 (en promedio).

4 Conclusión

La implementación correcta del código fue infructuosa, el programa entraba en un loop que no se logró solucionar. Se trató de ajustar el programa cambiando las variables y las rutinas, ignorando el hecho que ya no coincidía con la realidad física del problema, lo que provocó resultados incorrectos.

5 Anexo

Se anexan gráficos de velocidad vs N^o de choque para algunos valores de ω . Estos gráficos, debido a un error, están a $g=9$.





