32. Включение в цепь r, C постоянной ЭДС.

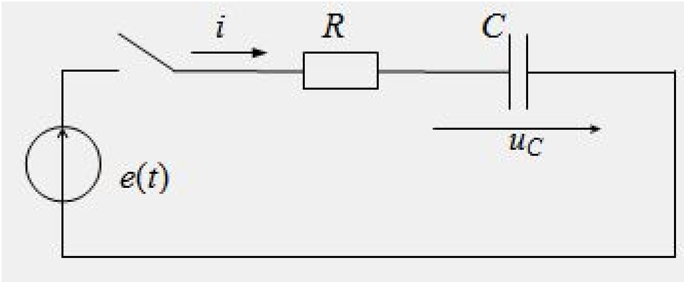

Рис. 69.1

Включение цепи R, C к источнику постоянной ЭДС.

Общий вид решения для напряжения Uc(t):

$$u_C(t) = u_{Cy}(t) + u_{C\text{св}}(t) = U_{Cy} + Ae^{pt}.$$

Установившаяся составляющая напряжения: Ucy=E.

Характеристическое уравнение и его корни:

$$Z(p) = R + \frac{1}{pC} = 0 \Rightarrow p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau},$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени.

Независимое начальное условие: Uc(0)=0.

Постоянная интегрирования:

$$u_C(0) = u_{Cy} + A = 0 \Rightarrow A = -u_{Cy} = -E.$$

Окончательное решение для искомой функции:

$$u_C(t) = u_{Cy}(t) + u_{C\text{св}}(t) = E - Ee^{-\frac{t}{RC}} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = 0 + C\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Подсчитаем баланс энергий при зарядке конденсатора.

Энергия источника ЭДС:

$$W_{ист} = \int_0^{\infty} E i dt = \frac{E^2}{R}\int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{RC}} dt = -\frac{E^2 RC}{R}\left| e^{-\frac{t}{RC}} \right| = CE^2.$$

Энергия, выделяемая в резисторе R в виде тепла:

$$W_{тепл} = \int_0^{\infty} i^2 R dt = \frac{E^2 R}{R^2}\int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{RC}} dt = -\frac{E^2 RC}{2R}\left| e^{-\frac{2t}{RC}} \right| = \frac{CE^2}{2}.$$

Энергия электрического поля конденсатора:

$$W_{эл} = \frac{Cu_{Cy}^2}{2} = \frac{CE^2}{2}.$$

Таким образом, энергия электрического поля конденсатора составляет ровно половину энергии источника $W_{эл}=W_{ист}/2$

и не зависит от величины сопротивления зарядного резистора R (закон половины).

Графические диаграммы функций $u_C(t)$ и $i(t)$показаны на рис. 69.2.

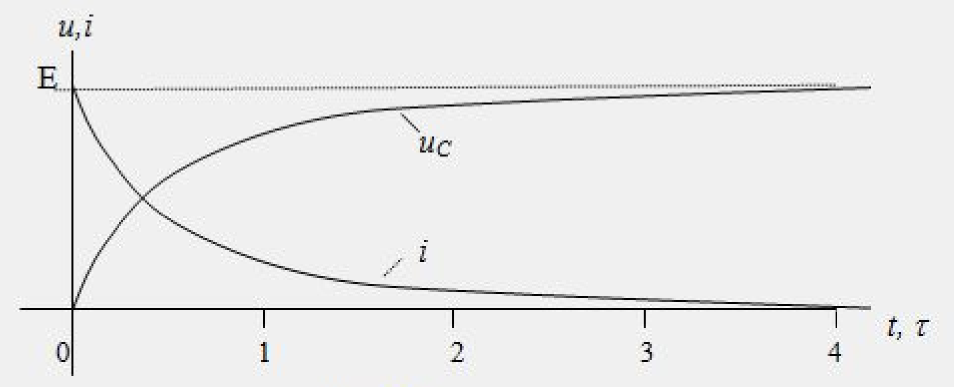

Рис. 69.2

Характеристическое уравнение и его корень:

$$Z(p) = R + \frac{1}{pC} \quad \Rightarrow \quad p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}$$

Установившаяся составляющая напряжения:

$$\underline{U}_{Cm} = I_m(-jX_C) = \frac{Ee^{j\alpha}}{Ze^{j\varphi}} X_c e^{-j90} = \frac{E_m X_C}{Z} e^{j(\alpha-\varphi-90)}, \text{ откуда}$$

$$u_{Cy}(t) = \frac{E_m}{Z} X_c \sin(\omega t + \alpha - \varphi - 90),$$

$$\text{где } X_C = 1/\omega C, \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}, \quad \varphi = arctg\frac{-X_C}{R}.$$

Независимое начальное условие: $u_C(0)=0$

Определение постоянной интегрирования:

$$u_C(0) = \frac{E_m X_c}{Z}\sin(\alpha - \varphi - 90^\circ) + A = 0; \text{ откуда } A = -\frac{E_m X_C}{Z}\sin(\alpha - \varphi - 90^\circ).$$

Как следует из полученного уравнения, амплитуда свободной составляющей A зависит от начальной фазы α источника ЭДС. При α-φ-90°=±90° эта амплитуда имеет максимальное значение A=Amax=(Em·Xc)/Z, при этом переходной процесс протекает с максимальной интенсивностью. При α-φ-90°=0° амплитуда свободной составляющей равна нулю и переходной процесс в цепи отсутствует.