Задача 2. Для данных формул построить таблицу истинностных значений и определить, является ли формула а) общезначимой, б) выполнимой, в) опровержимой, г) невыполнимой.

2.1. $(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$,
$\neg((((x \to y) \to (\neg z \to u)) \to w) \to w) \to (x \to (u \to x)$,
$(x \lor \neg x) \equiv \neg x$, $(x \& \neg x) \equiv x$.

2.2. $(x \to y) \to ((x \to z) \to (x \to yz))$,
$\neg((x \to y) \to ((x \to (y \to z)) \to (x \to z)))$,
$(x \to y) \to ((\neg(x \to z) \to (x \to yz))$.

2.3. $(x \to z) \to ((y \to z) \to (x \equiv (y \to z)))$, $\neg((xy \to z) \to (x \to (y \to z)))$,
$(x \to (y \to z)) \to (\neg(x \to y) \to (x \to z))$.

2.4. $(x \equiv x) \lor x$, $(x \& x) \equiv x$, $(x \lor x) \equiv x$, $\neg((x \to (y \to z)) \to (x \& y \to z))$,
$(x \lor \neg y) \equiv \neg(x \lor y)$, $x \& y \equiv y \& x$.

2.5. $x \lor y \equiv y \lor x$, $x \& y \equiv y \& x$, $((\neg x \to \neg y) \to ((\neg y \to x) \to y))$,
$(xy \to z) \to (x \to (\neg(y \to z)))$.

2.6. $(((x \to y) \to (\neg z \to u)) \to w) \to ((w \to x) \to (u \to x))$,
$\neg((x \lor y) \equiv (y \lor x))$, $\neg((x \& y) \equiv (y \& x))$, $(\neg x \to \neg y) \to ((\neg y \to x) \to \neg y)$.

2.7. $(x \to y) \to ((x \to (y \to z) \to (x \to z))$,
$\neg((x \to z) \to ((y \to z) \to (x \equiv (y \to z))))$, $(x \to (y \to z)) \to (\neg(xy \to z))$.

2.8. $(x \to y) \to ((y \to z) \to (x \to z)$, $\neg((x \to y) \to ((x \to z) \to (x \to yz)))$,
$(((x \to y) \to (\neg z \to \neg u)) \to \neg w) \to ((w \to x) \to (z \to x))$.

2.9. $(\neg y \to x) \to ((y \to x) \to x)$,
$\neg((x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z)))$, $x \lor yz \equiv (x \lor y) \& (\neg x \& \neg y)$.

2.10. $(xy \to z) \to (x \to (y \to z))$, $\neg((x \lor x) \equiv x)$, $\neg(((x \& x) \equiv x)$,
$x \& \neg(yz) \equiv (xy)z$.

2.11. $(x \to (y \to z)) \to (xy \to z))$, $\neg((\neg y \to x) \to ((y \to x) \to x))$,
$(x \to y) \to ((\neg y \to z) \to (\neg x \to z)$.

2.12. $(\neg x \to \neg y) \to ((\neg y \to x) \to y)$, $\neg((x \to y) \to ((y \to z) \to (x \to z)))$,
$(x \lor z) \to (\neg(y \to z) \to ((x \lor y) \to z))$.

2.13. $(x \lor yz) \equiv (x \lor y)(x \lor z)$, $\neg((x \to y) \equiv (\neg y \to \neg x))$,
$(x \to y) \to ((x \to (\neg y \to z)) \to (x \to z))$.

2.14. $(x \lor (y \lor z)) \equiv ((x \lor y) \lor z)$, $\neg((x \to y) \equiv (\neg x \lor y))$, $x(\neg y \lor z) \equiv (xy \lor xz)$.

2.15. $x \to (y \to x)$, $\neg(\neg x \to (\neg y \to \neg (x \lor y))$, $\neg(x \lor y) \equiv (x \& \neg y)$.

2.16. $xy \to x$, $\neg(x(y \lor z) \equiv (xy \lor xz))$, $(\neg y \to x) \to ((y \to x) \to \neg x)$.

2.17. $xy \to y$, $\neg((x(yz) \equiv (xy)z))$. $(x \to y) \equiv (y \to \neg x)$.

2.18. $x \to (x \lor y)$, $\neg(x(x \lor y) \equiv x)$. $\neg x \equiv \neg \neg \neg x$.

2.19. $y \to (x \lor y)$, $\neg(y \to (x \lor y))$, $(x \lor (y \lor \neg z)) \equiv ((x \lor y) \lor z)$.

2.20. $(x \to y) \equiv (\neg y \to \neg x)$, $\neg(x \to (y \to x))$, $x \to (\neg y \to (x \lor y))$.

2.21. $x \equiv \neg x$, $\neg(\neg(x \lor y) \equiv \neg x \& \neg y)$, $((x \lor \neg y) \equiv \neg(x \& y))$.

2.22. $(x \& \neg y) \equiv (\neg x \lor y)$, $\neg((x \lor xy) \equiv x)$, $xy \to \neg y$.

2.23. $x(yz) \equiv (xy)z$, $\neg(\neg(x \lor y) \equiv (\neg x \& \neg y))$, $x(x \lor \neg y) \equiv x$.

2.24. $(x \lor xy) \equiv x$, $\neg(x \lor (y \lor z) \equiv (x \lor y) \lor z)$, $xy \to x$.

2.25. $x(x \lor y) \equiv x$, $\neg(x \equiv \neg \neg x)$, $\neg x \lor xy \equiv x$.

2.26. $x(y \lor z) \equiv (xy \lor xz)$, $\neg((x \& y) \to y)$, $\neg x \to (y \to x)$.

2.27. $x \lor \neg x \& y$, $\neg(x \to (x \lor y))$, $(x \to \neg y) \equiv (\neg x \lor y)$.

2.28. $(x \lor y) \equiv (\neg x \& \neg y)$, $\neg(x \lor \neg y)$, $x \to (\neg x \lor y)$.

2.29. $(x \& y) \equiv (\neg x \lor \neg y)$, $\neg(x \& y \to x)$, $\neg x \lor \neg x$.

2.30. $\neg x \to (\neg y \to x \lor y)$, $\neg((x \lor yz) \equiv (x \lor y)(x \lor z))$, $y \to x \lor \neg y$.

Задача 4. Построить СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для функции $f(x_1,x_2,x_3)$, заданной множеством M_1 десятеричных эквивалентов двоичных наборов, на которых f принимает значение 1.

4.1. $\{4,5,6,7\}$. **4.2.** $\{3,4,5,6\}$. **4.3.** $\{2,3,5,6\}$. **4.4.** $\{1,3,5,6\}$.
4.5. $\{0,1,2,3\}$. **4.6.** $\{0,1,2,7\}$. **4.7.** $\{0,1,4,7\}$. **4.8.** $\{0,2,4,7\}$.
4.9. $\{4,5,7\}$. **4.10.** $\{4,6,7\}$. **4.11.** $\{2,3,7\}$. **4.12.** $\{0,1,4,5,6\}$.
4.13. $\{1,3,7\}$. **4.14.** $\{0,1,2,3,6\}$. **4.15.** $\{0,5,7\}$. **4.16.** $\{2,6,7\}$.
4.17. $\{0,5,6\}$. **4.18.** $\{0,1,2,3,5\}$. **4.19.** $\{0,3,6\}$. **4.20.** $\{0,3,5\}$.
4.21. $\{1,2,3,4,6\}$. **4.22.** $\{1,2,3\}$. **4.23.** $\{1,4,6\}$. **4.24.** $\{0,2,4,5,6\}$.
4.25. $\{0,6,7\}$. **4.26.** $\{0,1,5,6,7\}$. **4.27.** $\{2,4,5,6\}$. **4.28.** $\{3,4,5,7\}$.
4.29. $\{1,4,6,7\}$. **4.30.** $\{4,5,7\}$.

Пример. Построить СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для функции $f(x_1,x_2,x_3)$, заданной множеством $M_1 = \{0,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7\}$ десятеричных эквивалентов двоичных наборов, на которых f принимает значение 1.

Решение. Полином Жегалкина

$$f(x_1, x_2,\dots,x_n) = \sum_{(i_1,\dots,i_n)\in E_2^n} a_{i_1,i_2,\dots,i_n} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n}, \quad \text{где } x^i = \begin{cases} x, \text{ если } i=1, \\ 1, \text{ если } i=0, \end{cases}$$

каждый коэффициент $a_{i_1,i_2,\dots,i_n} \in \{0, 1\}$.

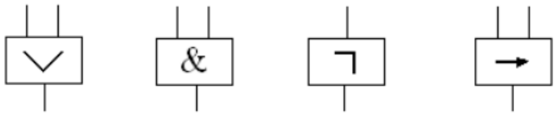
N	xyz	f
0	000	1
1	001	0
2	010	1
3	011	0
4	100	1
5	101	1
6	110	0
7	111	1

СДНФ. $f(x, y, z) = \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} \vee \bar{x}\,y\,\bar{z} \vee x\,\bar{y}\,\bar{z} \vee x\,\bar{y}\,z \vee xyz.$

СКНФ. $f(x, y, z) = (x\vee y\vee \bar{z})(x\vee \bar{y}\vee \bar{z})(\bar{x}\vee \bar{y}\vee z).$

Полином Жегалкина. $f(x, y, z) = \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} \vee \bar{x}\,y\,\bar{z} \vee x\,\bar{y}\,\bar{z} \vee x\,\bar{y}\,z \vee xyz =$
$(x+1)(y+1)(z+1) + (x+1)y(z+1) + x(y+1)(z+1) + x(y+1)z + xyz =$
$xyz+xy+xz+yz+x+y+z+1 + xyz+xy+yz+y + xyz+xy+xz+x + xyz+xz + xyz =$
$xyz + xy + xz + z + 1.$

Задача 5. Найти все тупиковые и все минимальные ДНФ и КНФ для всюду определенной функции. Одну из минимальных форм реализовать схемой с элементами для &, $\vee$, $\neg$.



5.1. 1001001110011011. **5.2.** 0010100011011111.
5.3. 1101111100100010. **5.4.** 1001100110111001.
5.5. 1110110011001100. **5.6.** 1101110110001010.
5.7. 1010100011011101. **5.8.** 1110110011001100.
5.9. 1101001000111011. **5.10.** 1010000011011111.
5.11. 1010100001110111. **5.12.** 1010101001011101.
5.13. 0110111011000110. **5.14.** 1110010011101100.
5.15. 0111110100101010. **5.16.** 0010100011111101.
5.17. 1100011011101100. **5.18.** 1111001000111011.
5.19. 0011011111100111. **5.20.** 1010001101110011.
5.21. 1110011111100001. **5.22.** 0010001001010111.
5.23. 1101110110001010. **5.24.** 0111001001111010.
5.25. 1011011100001011. **5.26.** 1010001111011011.
5.27. 1101101011010010. **5.28.** 1010100001111111.
5.29. 0111110110001010. **5.30.** 0101100011110010.

3.1. Алгоритм минимизации в классе нормальных форм

Пусть f есть функция алгебры логики.

1. Строим все МДНФ функции f.
2. Строим все МКНФ функции f.
3. Из построенных минимальных форм выбираем минимальные по числу букв.

Пример. Найти все тупиковые и все минимальные ДНФ и КНФ для всюду определенной функции f = 11011011. Одну из минимальных форм реализовать схемой с элементами для &, $\vee$, $\neg$.

n	xyz	f	$\overline{f}$
0	000	1	0
1	001	1	0

2	010	0	1
3	011	1	0
4	100	1	0
5	101	0	1
6	110	1	0
7	111	1	0

I. Минимизация в классе ДНФ.

1. СДНФ. $f(x,y,z) = \bar x\bar y\bar z \vee \bar x\bar y z \vee \bar x yz \vee x\bar y\bar z \vee xy\bar z \vee xyz$.

2. Сокращенная ДНФ строится по СКНФ. $f(x,y,z) = (x \vee \bar y \vee z)(\bar x \vee y \vee \bar z) =$
$x\bar x \vee xy \vee x\bar z \vee \bar x\,\bar y \vee y\bar y \vee \bar y\,\bar z \vee \bar x z \vee yz \vee z\bar z =$
$xy \vee x\bar z \vee \bar y\bar z \vee \bar x z \vee yz \vee \bar x\bar y$.

3. Строим матрицу покрытий (табл.3.3).

Таблица 3.3

N	ПИ	$\bar x\bar y\bar z$	$\bar x\bar y z$	$\bar x yz$	$x\bar y\bar z$	$xy\bar z$	xyz
1	xy					+	+
2	$x\bar z$				+	+	
3	$\bar y\bar z$	+			+		
4	$\bar x z$		+	+			
5	yz			+			+
6	$\bar x\bar y$	+	+				

Решеточный полином строится по столбцам матрицы покрытий.

$E = (3\vee6)(4\vee6)(4\vee5)(2\vee3)(1\vee2)(1\vee5) =$

для умножения группируем скобки 1 и 2, 3 и 6, 4 и 5

$(34 \vee 36 \vee 46 \vee 6)\ (14 \vee 45 \vee 15 \vee 5)\ (12 \vee 2 \vee 13 \vee 23) =$

поглотители 6, 5, 2

$(34 \vee 6)\ (14 \vee 5)\ (2 \vee 13) =$

умножаем скобки 1 и 2

$(134 \vee 345 \vee 146 \vee 56)\ (2 \vee 13) =$

$1234 \vee 2345 \vee 1246 \vee 256 \vee 134 \vee 1345 \vee 1346 \vee 1356 =$

поглотитель 134

$2345 \vee 1246 \vee 256 \vee 134 \vee 1356 = 1246 \vee 1356 \vee 134 \vee 256 \vee 2345$.

4. Все тупиковые ДНФ функции f.

$f(x,y,z) = xy \vee x\bar z \vee \bar x z \vee \bar x\bar y$; $f(x,y,z) = xy \vee \bar y\bar z \vee yz \vee \bar x\bar y$;

$f(x,y,z) = xy \vee \bar y\bar z \vee \bar x z$; $f(x,y,z) = x\bar z \vee yz \vee \bar x\bar y$; $f(x,y,z) = x\bar z \vee \bar y\bar z \vee \bar x z \vee yz$.

5. Все минимальные ДНФ функции f.

$f(x,y,z) = xy \vee \bar y\bar z \vee \bar x z$; $f(x,y,z) = x\bar z \vee yz \vee \bar x\bar y$.

II. Минимизация в классе КНФ.

Повторяем указанные выше этапы для функции $\bar f$.

1. СДНФ. $\bar f(x,y,z) = \bar x y\bar z \vee x\bar y z$.

2. Сокращенная ДНФ. $\bar f(x,y,z) =$

$(x \vee y \vee z)(x \vee y \vee \bar{z})(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) =$
группируем скобки 1 и 2, 5 и 6
$(x \vee y)(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee \bar{y}) =$
умножаем скобки 1 и 2, 3 и 4
$(x \vee x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee xy \vee y\bar{y} \vee y\bar{z})\,(\bar{x} \vee y\bar{x} \vee \bar{x}z \vee \bar{x}\,\bar{y} \vee y\bar{y} \vee \bar{y}z) =$
поглотители x, $\bar{x}$ и удаление нулей
$(x \vee y\bar{z})\,(\bar{x} \vee \bar{y}z) = x\bar{x} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee y\bar{z}\,\bar{y}z = \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z.$
$\bar{f}(x,y,z) = \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z.$
3. Матрица покрытий.

n	ПИ	$\bar{x}y\bar{z}$	$x\bar{y}z$
1	$\bar{x}y\bar{z}$	+	
2	$x\bar{y}z$		+

Решеточный полином строится по столбцам матрицы покрытий.
$E = 12.$
4. Все тупиковые ДНФ функции $\bar{f}$.
$\bar{f}(x,y,z) = \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z.$
5. Все минимальные ДНФ функции $\bar{f}$. $\bar{f}(x,y,z) = \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z.$
Берем отрицание от обеих частей. $f(x,y,z) = (x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z}).$
6. Минимальная КНФ функции $f(x,y,z) = (x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z}).$
Построенные МДНФ и МКНФ имеют одно и то же число букв; все они составляют минимальные формы для f.
Ответ. МДНФ $f(x,y,z) = xy \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}z$; $f(x,y,z) = x\bar{z} \vee yz \vee \bar{x}\bar{y}$;
МКНФ $f(x,y,z) = (x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z}).$

Задача 17. Задана формула логики предикатов A и двухэлементное множество $M = \{1,2\}$. Привести формулу A к префиксной нормальной форме. Является ли формула A на множестве M: 1) выполнимой; 2) опровержимой; 3) общезначимой; 4) невыполнимой? Вычислить значение истинности формулы A на множестве M со следующими предикатами, определенными на M.

x	1	2			$Q(x,y)$	1	2
$P(x)$	1	0			1	1	0
$R(x)$	0	1			2	0	0

17.1. $(\forall x)(P(x) \,\&\, R(x) \to (\exists y)Q(x,y))$.
17.2. $(\forall x)(P(x) \to (R(x) \to (\exists y)Q(x,y)))$.
17.3. $(\forall x)(P(x) \,\&\, \neg R(x) \to (\exists y)Q(x,y))$.
17.4. $(\forall x)(\neg P(x) \to (\neg R(x) \to (\exists y)\neg Q(x,y)))$.
17.5. $(\forall x)(\neg P(x) \vee \neg R(x) \to (\exists y)Q(x,y))$.
17.6. $(\exists x)(P(x) \,\&\, R(x) \to (\forall y)Q(x,y))$.
17.7. $(\exists x)(P(x) \to (R(x) \to (\forall y)Q(x,y)))$.
17.8. $(\exists x)(P(x) \vee \neg(R(x) \to (\forall y)Q(x,y))$.
17.9. $(\exists x)(\neg P(x) \to (\neg R(x) \to (\forall y)Q(x,y)))$.
17.10. $(\exists x)(\neg P(x) \vee \neg R(x) \to (\exists y)\neg Q(x,y))$.
17.11. $(\forall y)(P(y) \,\&\, R(y) \to (\exists x)Q(x,y))$.
17.12. $(\forall y)(P(y) \to (R(y) \to (\exists x)Q(x,y)))$.
17.13. $(\forall y)(P(y) \vee \neg R(y) \to (\exists x)Q(x,y))$.
17.14. $(\forall y)(\neg P(y) \to (\neg R(y) \to (\exists x)Q(x,y)))$.
17.15. $(\forall y)(P(y) \to (\neg R(y) \to (\exists x)Q(x,y)))$.
17.16. $(\forall x)(P(x) \,\&\, R(x) \to (\forall y)Q(x,y))$.
17.17. $(\forall x)(P(x) \to (R(x) \to (\forall y)Q(x,y)))$.
17.18. $(\forall x)(P(x) \vee (\neg R(x) \to (\forall y)Q(x,y)))$.
17.19. $(\forall x)((P(x) \to R(x)) \to (\forall y)Q(x,y))$.
17.20. $(\forall x)(\neg P(x) \vee \neg R(x) \to (\forall y)\, Q(x,y))$.
17.21. $(\exists y)(\forall x)(\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \,\&\, R(x) \to (\forall y)P(y))$.
17.22. $(\exists y)((\exists x)\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \to (P(x) \vee Q(x,y)))$.
17.23. $(\exists y)((\forall x)\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \to (\neg P(x) \vee \neg Q(x,y)))$.
17.24. $(\forall y)((\exists x)\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \to (P(x) \to Q(x,y)))$.
17.25. $(\forall x)((\exists y)\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \to (R(x) \to P(x)))$.
17.26. $(\forall x)(P(x) \to (\exists y)(\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \to R(x)))$.
17.27. $(\exists x)(P(x) \to (\exists y)(\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \to \neg R(x)))$.
17.28. $(\exists y)(P(y) \to (\forall x)\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \to R(y)))$.
17.29. $(\forall y)(P(y) \to (\forall x)(\mathrm{Q}(\mathrm{y},\mathrm{x}) \to \neg R(x)))$.
17.30. $(\forall y)(P(y) \to (\forall x)(\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \vee \neg R(x)))$.

Пример. Задана формула логики предикатов
$\mathrm{A} = (\exists \mathrm{y})(\mathrm{P}(\mathrm{y}) \to (\forall \mathrm{x})(\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \vee \neg \mathrm{R}(\mathrm{x})))$
и двухэлементное множество $M = \{1,2\}$. Привести формулу А к префиксной нормальной форме. Является ли формула А на множестве M: 1) выполнимой; 2) опровержимой; 3) общезначимой; 4) невыполнимой? Вычислить значение истинности формулы А на множестве M со следующими предикатами, определенными на M.

x	1	2			$Q(x,y)$	1	2
$P(x)$	1	0			1	1	0
$R(x)$	0	1			2	0	0

Решение. Интерпретация $I = (M=\{1,2), P, Q, R)$.

1. Префиксная нормальная форма.

$A = (\exists y)(P(y) \to (\forall x)(Q(x,y) \vee \neg R(x))) = (\exists y)(\neg P(y) \vee (\forall x)(Q(x,y) \vee \neg R(x))) =$
$(\exists y)(\forall x)\ (\neg P(y) \vee Q(x,y) \vee \neg R(x))$.

кванторная приставка — бескванторная формула

На интерпретации $I = (M=\{1,2\}, P, Q, R)$ формула
$A = (\exists y)(\forall x)\ (\neg P(y) \vee Q(x,y) \vee \neg R(x))$.

2. Элиминация кванторов на конечном множестве $M = \{1,2\}$.

$A(I) = (\exists y)((\neg P(y) \vee Q(\underset{x}{1},y) \vee \neg R(\underset{x}{1})) \;\&\; (\neg P(y) \vee Q(\underset{x}{2},y) \vee \neg R(\underset{x}{2})) =$

$(\neg P(\underset{y}{1}) \vee Q(\underset{x}{1},\underset{y}{1}) \vee \neg R(\underset{x}{1})) \;\&\; (\neg P(\underset{y}{1}) \vee Q(\underset{x}{2},\underset{y}{1}) \vee \neg R(\underset{x}{2})) \vee$

$(\neg P(\underset{y}{2}) \vee Q(\underset{x}{1},\underset{y}{2}) \vee \neg R(\underset{x}{1})) \;\&\; (\neg P(\underset{y}{2}) \vee Q(\underset{x}{2},\underset{y}{2}) \vee \neg R(\underset{x}{2}))$.

3. Вычисление значения формулы A на интерпретации I.

$A(I) = (\neg 1 \vee 1 \vee 1)\&(\neg 1 \vee 0 \vee 0) \vee (\neg 0 \vee 0 \vee 1)\&(\neg 0 \vee 0 \vee 0) =$
$(0 \vee 1 \vee 1)\&(0 \vee 0 \vee 0) \vee (1 \vee 0 \vee 1)\&(1 \vee 0 \vee 0) = 1\&0 \vee 1\&1 = 1$.

4. Пусть $x_1 = P(1)$, $x_2 = P(2)$, $x_3 = R(1)$, $x_4 = R(2)$, $x_5 = Q(1,1)$, $x_6 = Q(1,2)$, $x_7 = Q(2,1)$, $x_8 = Q(2,2)$. Тогда

$A = (\bar{x}_1 \vee x_5 \vee \bar{x}_3)\&(\bar{x}_1 \vee x_7 \vee \bar{x}_4) \vee (\bar{x}_2 \vee x_6 \vee \bar{x}_3)\&(\bar{x}_2 \vee x_8 \vee \bar{x}_4)$.

При $x_1=0$, $x_2=0$ $A=1$ при любых других значениях аргументов. Поэтому, например, при $I = (0,0,0,1,1,0,1,0)$ значение $A(I) = 1$. В наших обозначениях
$x_1=P(1)=0$, $x_2=P(2)=0$, $x_3=R(1)=0$, $x_4=R(2)=1$,
$x_5=Q(1,1)=1$, $x_6=Q(1,2)=0$, $x_7=Q(2,1)=1$, $x_8=Q(2,2)=0$.

На множестве $M=\{1,2\}$ другая выполняющая интерпретация для A:

x	1	2
P(x)	0	0
R(x)	0	1

Q(x,y)	1	2
1	1	0
2	1	0

5. $\bar{A} = (x_1 \bar{x}_5 x_3 \vee x_1 \bar{x}_7 x_4)\&\ (x_2 \bar{x}_6 x_3 \vee x_2 \bar{x}_8 x_4) =$
$x_1 x_2 x_3 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_6 \bar{x}_7 \vee x_1 x_2 x_4 \bar{x}_7 \bar{x}_8$.

Хотя бы одно слагаемое должно быть равно единице, например, третье:
$x_1=1$, $x_2=1$, $x_3=1$, $x_4=1$, $x_6=0$, $x_7=0$. Значения остальных переменных произвольно. Поэтому, например, при $I = (1,1,1,1,1,0,0,1)$ значение $\neg A(I) = 1$. Тогда $A(I) = 0$.

В наших обозначениях:
$x_1=P(1)=1$, $x_2=P(2)=1$, $x_3=R(1)=1$, $x_4=R(1)=1$,
$x_5=Q(1,1)=1$, $x_6=Q(1,2)=0$, $x_7=Q(2,1)=0$, $x_8=Q(2,2)=1$.

На множестве $M = \{1,2\}$ опровергающая интерпретация для формулы A:

x	1	2				*Q(x,y)*	1	2
P(x)	1	1				1	1	0
R(x)	1	1				2	0	1

Задача 26. Доказать правильность правил вывода, установив общезначимость соответствующей формулы.

26.1. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to\neg M(x)),(\exists x)(S(x)\,\&\,M(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.2. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to\neg M(x)),(\forall x)(M(x)\to S(x)),(\exists x)M(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.3. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to P(x)),(\exists x)(S(x)\,\&\,M(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.4. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to M(x)),(\forall x)(M(x)\to S(x)),(\exists x)P(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.5. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to\neg M(x)),(\exists x)(M(x)\,\&\,S(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.6. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to M(x)),(\forall x)(M(x)\to\neg S(x))}{(\forall x)(S(x)\to\neg P(x))}$.

26.7. $\dfrac{(\exists x)(P(x)\,\&\,M(x)),(\forall x)(M(x)\to S(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.8. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to M(x)),(\forall x)(M(x)\to\neg S(x)),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.9. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to\neg P(x)),(\forall x)(M(x)\to S(x)),(\exists x)M(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.10. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to P(x)),(\forall x)(M(x)\to S(x)),(\exists x)M(x)}{(\exists x)(P(x)\,\&\,S(x))}$.

26.11. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to\neg P(x)),(\exists x)(M(x)\,\&\,S(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.12. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to P(x)),(\exists x)(M(x)\,\&\,S(x))}{(\exists x)(S(x)\to P(x))}$.

26.13. $\dfrac{(\exists x)(M(x)\,\&\,P(x)),(\forall x)(M(x)\to S(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.14. $\dfrac{(\exists x)(M(x)\,\&\,\neg P(x)),(\forall x)(M(x)\to S(x))}{(\exists x)(S(x)\to\neg P(x))}$.

26.15. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to\neg M(x)),(\forall x)(S(x)\,\&\,M(x)),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.16. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to M(x)),(\forall x)(S(x)\to\neg M(x)),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.17. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to\neg M(x)),(\exists x)(S(x)\to M(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.18. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to M(x)),(\forall x)(S(x)\to\neg M(x))}{(\forall x)(S(x)\to\neg P(x))}$.

26.19. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to\neg M(x)),(\forall x)(S(x)\to M(x))}{(\forall x)(S(x)\to\neg P(x))}$.

26.20. $\dfrac{(\forall x)(P(x)\to M(x)),(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg M(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.21. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to\neg P(x)),(\forall x)(S(x)\to M(x)),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

26.22. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to P(x)),(\forall x)(S(x)\to M(x)),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.23. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to P(x)),(\exists x)(S(x)\,\&\,M(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.24. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to\neg P(x)),(\forall x)(S(x)\to M(x))}{(\forall x)(S(x)\to\neg P(x))}$.

26.25. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to P(x)),(\forall x)(S(x)\to M(x))}{(\forall x)(S(x)\to P(x))}$.

26.26. $\dfrac{(\forall x)(\neg M(x)\to\neg P(x)),(\forall x)(M(x)\to\neg S(x))}{(\forall x)(S(x)\to\neg P(x))}$.

26.27. $\dfrac{(\forall x)(\neg P(x)\to\neg M(x)),(\forall x)(S(x)\to M(x)),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.28. $\dfrac{(\forall x)(\neg P(x)\to\neg M(x)),(\forall x)(S(x)\to M(x)),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$.

26.29. $\dfrac{(\forall x)(M(x)\to\neg P(x)),(\forall x)(\neg M(x)\to\neg S(x))}{(\forall x)(S(x)\to\neg P(x))}$.

26.30. $\dfrac{(\forall x)(\neg M(x)\to\neg P(x)),(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg M(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\neg P(x))}$.

Пример. Доказать правильность правил вывода, установив общезначимость соответствующей формулы.

Решение. **а1**. $\dfrac{\overline{(\forall x)(S(x)\to\overline{P(x)})}}{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}$. $A = A(P,S) =$

$\overline{(\forall x)(S(x)\to\overline{P(x)}}\ \to(\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$\overline{\overline{(\forall x)(S(x)\to\overline{P(x)}}}\vee(\exists x)(S(x)\&P(x)) = \overline{\overline{(\forall x)(\overline{S(x)}\vee\overline{P(x)}}}\vee(\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$\overline{(\exists x)\overline{(\overline{\overline{S(x)}}\vee\overline{\overline{P(x)}}}}\vee(\exists x)(S(x)\&P(x)) = \overline{(\exists x)(\overline{\overline{S(x)}}\,\&\,\overline{\overline{P(x)}})}\vee(\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$\overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))} \vee (\exists x)(S(x)\&P(x)) \equiv 1$. Правило верно.

а2. $\dfrac{\overline{(\forall x)(S(x) \to P(x))}}{(\exists x)(S(x) \,\&\, \overline{P(x)})}$. $A = A(P,S) = \overline{(\forall x)(S(x) \to P(x)} \to (\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)}\,) =$

$\overline{\overline{(\forall x)(\overline{S(x)} \vee P(x)}} \vee (\exists x)(S(x)\&\overline{P(x)}\,) = \overline{(\exists x)\overline{\overline{(S(x) \,\&\, \overline{\overline{P(x)}})}}} \vee (\exists x)(S(x)\&\overline{P(x)}\,) =$

$\overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, \overline{P(x)})} \vee (\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)}\,) \equiv 1$. Правило верно.

а3. $\dfrac{(\forall x)(S(x) \to P(x))}{\overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, \overline{\overline{P(x)}})}}$. $A = A(P,S) = (\forall x)(S(x){\to}P(x)) \to \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, \overline{\overline{P(x)}})} =$

$\overline{(\forall x)(S(x) \to P(x))} \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, \overline{\overline{P(x)}})} = (\exists x)\,\overline{(\overline{S(x)} \vee P(x))} \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, \overline{\overline{P(x)}})} =$

$(\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)} \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, \overline{\overline{P(x)}})} \equiv 1$. Правило верно.

а4. $\dfrac{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)})}{\overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))}}$. $A = A(P, S) = (\forall x)(S(x){\to}\overline{P(x)}\,) \to \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))} =$

$\overline{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)}} \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))} = (\exists x)\overline{(\overline{S(x)} \vee \overline{P(x)}} \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))} =$

$(\exists x)(\overline{\overline{S(x)}} \,\&\, \overline{\overline{P(x)}}) \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))} = (\exists x)(S(x) \,\&\, S(x)) \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))} \equiv 1.$

Правило верно.

а5. $\dfrac{(\forall x)(S(x) \to P(x)), (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))}$. $A = A(P,S) =$

$(\forall x)(S(x){\to}P(x)) \,\&\, (\exists x)S(x) \to (\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$\overline{(\forall x)(\overline{S(x)} \vee P(x)) \,\&\, (\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$(\exists x)\,\overline{(\overline{S(x)} \vee P(x))} \vee \overline{(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$(\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)}\,) \vee \overline{(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$(\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)}\,) \vee (\exists x)(S(x)\&P(x)) \vee \overline{(\exists x)S(x)} =$

$(\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)}\,) \vee (\exists x)(S(x)\&P(x)) \vee \overline{(\exists x)S(x)} =$

$(\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)} \vee (S(x)\&P(x)) \vee \overline{(\exists x)S(x)} =$

$(\exists x)(S(x)\&(\overline{P(x)} \vee P(x)) \vee \overline{(\exists x)S(x)} = (\exists x)S(x) \vee \overline{(\exists x)S(x)} \equiv 1.$

Правило верно.

а6. $\dfrac{(\forall x)(S(x) \to P(x)), (\exists x)S(x)}{\overline{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)})}}$. $A = A(P, S) =$

$(\forall x)(S(x){\to}P(x)) \,\&\, (\exists x)S(x) \to \overline{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)})} =$

$\overline{(\forall x)(\overline{S(x)} \vee P(x)) \,\&\, (\exists x)S(x)} \vee \overline{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)})} =$

$\overline{(\forall x)(\overline{S(x)} \vee P(x))} \vee \overline{(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)\,\overline{(\overline{S(x)} \vee \overline{P(x)})} =$

$(\exists x)(S(x)\& \overline{P(x)} \vee \overline{(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&P(x)) =$

$(\exists x)(S(x)\,(\overline{P(x)} \vee P(x))) \vee \overline{(\exists x)S(x)} = (\exists x)(S(x) \vee \overline{(\exists x)S(x)} \equiv 1.$

Правило верно.

а7. $\dfrac{\overline{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))},(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\overline{P(x)})}$. $A = A(P, S) =$

$\overline{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}\,\&(\exists x)S(x) \to \ (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\,) =$

$\overline{\overline{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}\,\&(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\,) =$

$\overline{\overline{(\exists x)(S(x)\,\&\,P(x))}} \vee \overline{(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\,) =$

$(\exists x)(S(x)\&P(x)) \vee \overline{(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\,) =$

$(\exists x)(S(x)(P(x) \vee \overline{P(x)}\,) \vee \overline{(\exists x)S(x)} = (\exists x)S(x) \vee \overline{(\exists x)S(x)} \equiv 1.$

Правило верно.

а8. $\dfrac{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)}),(\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\overline{P(x)})}$. $A = A(P,S) =$

$(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)}\,)\ \&\ (\exists x)S(x) \to (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\ =$

$\overline{(\forall x)(\overline{S(x)} \vee \overline{P(x)})\,\&(\exists x)S(x)}\ \vee (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\ =$

$(\exists x)\,\overline{(\overline{S(x)} \vee \overline{P(x)})} \vee \overline{(\exists x)S(x)} \vee (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\ =$

$(\exists x)(S(x)\&P(x)) \vee \overline{(\exists x)S(x)}\ \vee\ (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\ =$

$(\exists x)(S(x)(P(x) \vee \overline{P(x)}\,) \vee \overline{(\exists x)S(x)} = (\exists x)S(x) \vee \overline{(\exists x)S(x)} \equiv 1.$

Правило верно.

а9. $\dfrac{(\forall x)(M(x) \to \overline{P(x)}),(\forall x)(S(x) \to M(x))}{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)})}$. $A = A(M,P,S) =$

$\underbrace{(\forall x)(M(x) \to \overline{P(x)}\,)}_{1}\ \&\ \underbrace{(\forall x)(S(x) \to M(x))}_{2} \to \underbrace{(\forall x)(S(x) \to \overline{P(x)}\,)}_{3} =$

$1\ \&\ 2 \to 3 = \overline{1\&2} \vee 3 = \bar{1} \vee \bar{2} \vee 3 =$

$\overline{(\forall x)(M(x) \to \overline{P(x)})\,\&(\forall x)(S(x) \to M(x))} \vee (\forall x)(\ \overline{S(x)} \vee \overline{P(x)}\,) =$

$\overline{(\forall x)(\overline{M(x)} \vee \overline{P(x)})} \vee \overline{(\forall x)(\overline{S(x)} \vee M(x))} \vee \underbrace{\overline{(\exists x)S(x)\,\&\,P(x)}}_{4} =$

$(\exists x)(\overline{\overline{M(x)}}\,\&\,\overline{\overline{P(x)}}\,) \vee\ (\exists x)\,\overline{(\overline{S(x)} \vee M(x))} \vee 4 =$

$(\exists x)(M(x)\&P(x)) \vee (\exists x)(S(x)\&\,\overline{M(x)}\,) \vee 4 = (\exists x)(M(x)\&P(x) \vee S(x)\&\,\overline{M(x)}\,) \vee 4 =$

$(\exists x)(M\&P \vee S\&\overline{M}\ ) \vee 4 = (\exists x)\ ((M \vee S)\&(M \vee\ \overline{M}\ )\&(P \vee S)\&(P \vee\ \overline{M}\ )) \vee 4 =$

$(\exists x)((M \vee S)\&(P \vee S)\&(P \vee\ \overline{M}\ )) \vee 4 =$

$(\exists x)((MP \vee MS\ \vee PS \vee S)\&(P \vee\ \overline{M}\ )) \vee 4 = (\exists x)\ ((MP \vee S)\&(P \vee\ \overline{M}\ )) \vee 4 =$

$(\exists x)((MP \vee MP\overline{M} \vee SP \vee\ S\overline{M}\ )) \vee 4 = (\exists x)\ ((MP \vee SP \vee\ S\overline{M}\ )) \vee 4 =$

$(\exists x)MP \vee (\exists x)SP \vee\ (\exists x)S\overline{M}\ \vee 4 =$

$(\exists x)(M(x)\&P(x)) \vee (\exists x)(S(x))\&(P(x)) \vee (\exists x)(S(x)\&\,\overline{M(x)}\,) \vee \overline{(\exists x)S(x)\,\&\,P(x)} \equiv\ 1.$

Правило верно.

а10. $\dfrac{(\forall x)(M(x) \to \overline{P(x)}),(\exists x)(S(x)\,\&\,M(x))}{(\exists x)(S(x)\,\&\,\overline{P(x)})}$. $A = A(M, P, S) =$

$(\forall x)(M(x) \to \overline{P(x)}\,)\ \&\ (\exists x)(S(x)\&M(x)) \to (\exists x)(S(x)\&\,\overline{P(x)}\,) =$

$$\qquad\qquad 1 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 2 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 3$$

$$1 \,\&\, 2 \to 3 = \overline{1 \& 2} \vee 3 = \bar{1} \vee \bar{2} \vee 3 =$$

$$\overline{(\forall x)(M(x) \to \overline{P(x)})} \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, M(x))} \vee (\exists x)(S(x) \& \overline{P(x)}) =$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 4$$

$$\overline{(\forall x)(M(x) \to \overline{P(x)}} \vee (\exists x)(S(x) \& \overline{P(x)}) \vee 4 =$$

$$(\exists x)\,\overline{(\overline{M(x)} \vee \overline{P(x)}} \vee (\exists x)(S(x) \& \overline{P(x)}) \vee 4 =$$

$$(\exists x)(\overline{\overline{M(x)}} \,\&\, \overline{\overline{P(x)}}) \vee (\exists x)(S(x) \& \overline{P(x)}) \vee 4 =$$

$$(\exists x)(M(x) \& P(x)) \vee (\exists x)(S(x) \& \overline{P(x)}) \vee 4 =$$

$$(\exists x)(M(x) \& P(x) \vee S(x) \& \overline{P(x)}) \vee 4 = (\exists x)(M \& P \vee S \& \overline{P}) \vee 4 =$$

$$(\exists x)((M \vee S) \& (M \vee \overline{P}) \& (P \vee S) \& (P \vee \overline{P})) \vee 4 =$$

$$(\exists x)((M \vee S) \& (M \vee \overline{P}) \& (P \vee S)) \vee 4 =$$

$$(\exists x)((M \vee M\overline{P} \vee MS \vee \overline{P}S) \,\&\, (P \vee S)) \vee 4 =$$

$$(\exists x)((M \vee \overline{P}S) \,\&\, (P \vee S)) \vee 4 = (\exists x)(MP \vee MS \vee \overline{P}SP \vee \overline{P}S) \vee 4 =$$

$$(\exists x)(MP \vee MS \vee \overline{P}S) \vee 4 = (\exists x)MP \vee (\exists x)MS \vee (\exists x)\overline{P}S \vee 4 =$$

$$(\exists x)(M(x) \& P(x)) \vee (\exists x)(S(x) \& M(x)) \vee (\exists x)(\overline{P(x)} \& S(x)) \vee \overline{(\exists x)(S(x) \,\&\, M(x))} \equiv 1.$$

Правило верно.

Задача 22. Установить правильность или неправильность правил вывода, используя метод резолюций. Задание взять из задачи 18.

18.1. $\dfrac{P \to \neg M, S \,\&\, M}{S \,\&\, \neg P}$. **18.2.** $\dfrac{P \to \neg M, M \to S, M}{S \,\&\, \neg P}$.

18.3. $\dfrac{M \to P, S \,\&\, M}{S \,\&\, P}$. **18.4.** $\dfrac{P \to M, M \to S, P}{S \,\&\, P}$.

18.5. $\dfrac{P \to \neg M, M \,\&\, S}{S \,\&\, \neg P}$. **18.6.** $\dfrac{P \to M, M \to \neg S}{S \to \neg P}$.

18.7. $\dfrac{P \,\&\, M, M \to S}{S \,\&\, P}$. **18.8.** $\dfrac{P \to M, M \to \neg S, P}{\neg S \,\&\, P}$.

18.9. $\dfrac{M \to \neg P, M \to S, M}{S \,\&\, \neg P}$. **18.10.** $\dfrac{M \to P, M \to S, M}{P \,\&\, S}$.

18.11. $\dfrac{M \to \neg P, M \,\&\, S}{S \,\&\, \neg P}$. **18.12.** $\dfrac{M \to P, M \,\&\, S}{S \to P}$.

18.13. $\dfrac{M \,\&\, P, M \to S}{S \,\&\, P}$. **18.14.** $\dfrac{M \,\&\, \neg P, M \to S}{S \to \neg P}$.

18.15. $\dfrac{P \to \neg M, S \to M, S}{S \,\&\, \neg P}$. **18.16.** $\dfrac{P \to M, S \to \neg M, S}{S \,\&\, \neg P}$.

18.17. $\dfrac{P \to \neg M, S \,\&\, M}{S \,\&\, \neg P}$. **18.18.** $\dfrac{P \to M, S \to \neg M}{S \to \neg P}$.

18.19. $\dfrac{P \to \neg M, S \to M}{S \to \neg P}$. **18.20.** $\dfrac{P \to M, S \,\&\, \neg M}{S \,\&\, \neg P}$.

18.21. $\dfrac{M \to \neg P, S \to M, S}{S \,\&\, \neg P}$. **18.22.** $\dfrac{M \to P, S \to M, S}{S \,\&\, P}$.

18.23. $\dfrac{M \to P, S \,\&\, M}{S \,\&\, P}$. **18.24.** $\dfrac{M \to \neg P, S \to M}{S \to \neg P}$.

18.25. $\dfrac{M \to P, S \to M}{S \to P}$. **18.26.** $\dfrac{\neg M \to \neg P, M \to \neg S}{S \to \neg P}$.

18.27. $\dfrac{P \to \neg M, S \to M, S}{S \,\&\, \neg P}$. **18.28.** $\dfrac{\neg P \to \neg M, S \to M, S}{S \,\&\, P}$.

18.29. $\dfrac{M \to \neg P, \neg M \to \neg S}{S \to \neg P}$. **18.30.** $\dfrac{\neg M \to \neg P, S \,\&\, \neg M}{S \,\&\, \neg P}$.

Задача 23. Установить правильность или неправильность правил вывода, используя метод резолюций. Задание взять из задачи 19.

19.1. $\dfrac{P \to \neg M, \neg S \,\&\, M}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.2. $\dfrac{P \to \neg M, \neg M \to S, M}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.3. $\dfrac{M \to \neg P, \neg S \,\&\, M}{\neg S \,\&\, P}$.

19.4. $\dfrac{P \to M, \neg M \to S, \neg P}{\neg S \,\&\, P}$.

19.5. $\dfrac{\neg P \to \neg M, \neg M \,\&\, S}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.6. $\dfrac{\neg P \to M, M \to \neg S}{\neg S \to \neg P}$.

19.7. $\dfrac{\neg P \,\&\, M, \neg M \to S}{S \,\&\, \neg P}$.

19.8. $\dfrac{\neg P \to M, \neg M \to \neg S, \neg P}{S \,\&\, P}$.

19.9. $\dfrac{M \to \neg P, M \to S, M}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.10. $\dfrac{\neg M \to P, M \to \neg S, \neg P}{\neg P \,\&\, S}$.

19.11. $\dfrac{M \to \neg P, \neg M \,\&\, S}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.12. $\dfrac{M \to \neg P, \neg M \,\&\, S}{\neg S \to P}$.

19.13. $\dfrac{M \,\&\, P, \neg M \to S}{S \,\&\, P}$.

19.14. $\dfrac{\neg M \,\&\, \neg P, \neg M \to S}{S \to \neg P}$.

19.15. $\dfrac{P \to \neg M, \neg S \to M, \neg S}{S \,\&\, \neg P}$.

19.16. $\dfrac{\neg P \to M, \neg S \to \neg M, S}{S \,\&\, \neg P}$.

19.17. $\dfrac{P \to \neg M, \neg S \to M}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.18. $\dfrac{\neg P \to M, S \to \neg M}{\neg S \to \neg P}$.

19.19. $\dfrac{P \to \neg M, \neg S \to M}{\neg S \to \neg P}$.

19.20. $\dfrac{\neg P \to M, S \,\&\, \neg M}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.21. $\dfrac{\neg M \to \neg P, \neg S \to M, S}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.22. $\dfrac{\neg M \to P, S \to \neg M, \neg S}{\neg S \,\&\, \neg P}$.

19.23. $\dfrac{\neg M \to \neg P, S \,\&\, M}{S \,\&\, \neg P}$.

19.24. $\dfrac{\neg M \to \neg P, \neg S \to M}{\neg S \to \neg P}$.

19.25. $\dfrac{\neg M \to P, S \to \neg M}{\neg S \to \neg P}$.

19.26. $\dfrac{\neg M \to \neg P, M \to \neg S}{\neg S \to \neg P}$.

19.27. $\dfrac{P \to \neg M, S \to M, \neg S}{S \,\&\, \neg P}$.

19.28. $\dfrac{\neg P \to \neg M, S \to \neg M, S}{S \,\&\, P}$.

19.29. $\dfrac{\neg M \to \neg P, \neg M \to \neg S}{S \to \neg P}$.

19.30. $\dfrac{\neg M \to \neg P, \neg S \,\&\, \neg M}{S \,\&\, \neg P}$.