In [ ]:
```
# Математическая статистика
## Практическое задание 0

В данном задании предлагается решить 4 простых задачи на использование функций би

**Правила:**

* Задание считается выполненным, если решено *не менее трех задач*.
* Успешное выполнение задание является допуском для выполнения следующих практиче
* В случае неуспешного выполнения задания допускаются две попытки повторной сдачи
* Выполненную работу нужно отправить на почту `probability.diht@yandex.ru`, указа
* Прислать нужно ноутбук и его pdf-версию. Названия файлов должны быть такими: `0
* В данном задании весь присылаемый код должен корректно работать на `Python 3.5`


Во всех заданиях предполагается, что все аргументы функций, которые нужно реализо

При реализации запрещается пользоваться любыми циклами, в том числе стандартными
```

In [5]:
```
import numpy as np
import scipy.stats as sps
import matplotlib.pyplot as plt

%matplotlib inline
```

Задача 1. Напишите функцию, реализующую матричное умножение. При вычислении разрешается создавать объекты размерности три. Запрещается пользоваться функциями, реализующими матричное умножение (`numpy.dot`, операция `@`, операция умножения в классе `numpy.matrix`). *Авторское решение занимает одну строчку.*

In [6]:
```
def matrix_multiplication(A, B):
    C = [[0 for j in range(len(B[0]))] for i in range(len(A))]
    for i in range(len(A)):
        for j in range(len(B[0])):
            for k in range(len(B)):
                C[i][j] += A[i][k] * B[k][j]
    return C
```

Проверьте правильность реализации на случайных матрицах. Должен получится ноль.

In [18]:
```
A = sps.uniform.rvs(size=(10, 20))
B = sps.uniform.rvs(size=(20, 30))
np.abs(matrix_multiplication(A, B) - A @ B).sum()
```

Out[18]:
```
7.8603790143461083e-14
```

А вот в таком стиле вы присылали бы нам свои работы, если не стали бы делать это задание.

In [ ]:
```
def stupid_matrix_multiplication(A, B):
    C = [[0 for j in range(len(B[0]))] for i in range(len(A))]
    for i in range(len(A)):
        for j in range(len(B[0])):
            for k in range(len(B)):
                C[i][j] += A[i][k] * B[k][j]
    return C
```

Проверьте, насколько быстрее работает ваш код по сравнению с неэффективной реализацией `stupid_matrix_multiplication`. Эффективный код должен работать почти в 200 раз быстрее. Для примера посмотрите также, насколько быстрее работают встроенные `numpy`-функции.

In [ ]:
```
A = sps.uniform.rvs(size=(400, 200))
B = sps.uniform.rvs(size=(200, 300))

%time C1 = matrix_multiplication(A, B)
%time C2 = A @ B  # python 3.5
%time C3 = np.matrix(A) * np.matrix(B)
%time C4 = stupid_matrix_multiplication(A, B)
```

Ниже для примера приведена полная реализация функции. Вас мы, конечно, не будем требовать проверять входные данные на корректность, но документации к функциям нужно писать.

In [ ]:
```

```

In [ ]:
```
def matrix_multiplication(A, B):
    '''Возвращает матрицу, которая является результатом
    матричного умножения матриц A и B.

    '''

    # Если A или B имеют другой тип, нужно выполнить преобразование типов
    A = np.array(A)
    B = np.array(B)

    # Проверка данных входных данных на корректность
    assert A.ndim == 2 and B.ndim == 2, 'Размер матриц не равен 2'
    assert A.shape[1] == B.shape[0], ('Матрицы размерностей '
                                      '{} и {} неперемножаемы'.format(A.shape,
                                                                      B.shape))

    C = <Тут ваш код>

    return C
```

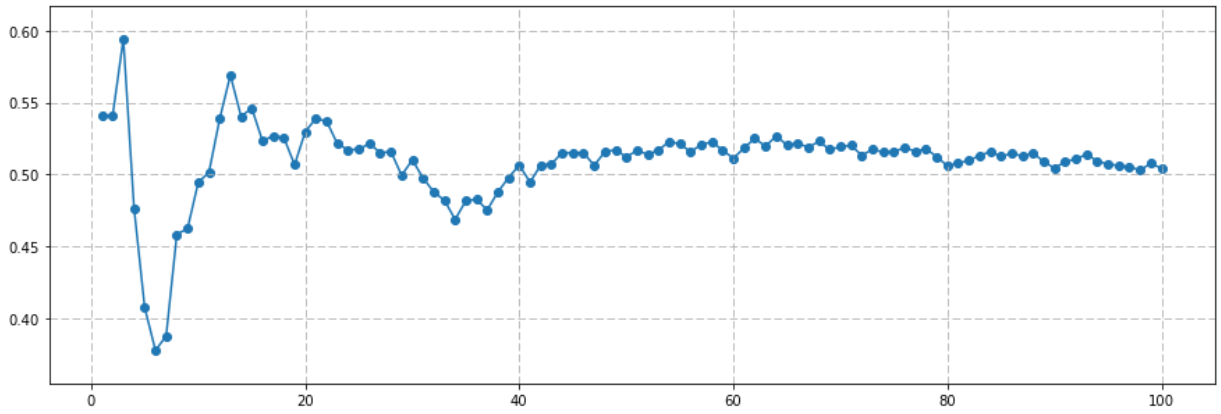
Задача 2. Напишите функцию, которая по входной последовательности $X = (X_1, \ldots, X_n)$ строит последовательность $S = (S_1, \ldots, S_n)$, где $S_k = \frac{X_1 + \ldots + X_k}{k}$. *Авторское решение занимает одну строчку.*

In [46]:
```
def cumavg(X):
    return X.cumsum() / np.arange(1, len(X) + 1)
```

Постройте график зависимости S_k от k. График должен быть в виде ломанной линии с достаточно крупными точками. Размер фигуры 15 на 5, сетка в виде пунктирной линии.

In [47]:
```
S = cumavg(sps.uniform.rvs(size=100))

plt.figure(figsize=(15, 5))
plt.scatter([i for i in range(1, 101)], S)
plt.plot([i for i in range(1, 101)], S)
plt.grid(linestyle='dashed')
plt.show()
```



Проверьте корректность работы реализации, а также ее эффективность. Эффективный код должен работать в 50 раз быстрее.

In [48]:
```
def stupid_cumavg(X):
    S = [0 for i in range(len(X))]
    for i in range(len(X)):
        S[i] = X[i] + S[i - 1]
    for i in range(len(X)):
        S[i] /= i + 1
    return S

X = sps.uniform.rvs(size=10 ** 7)

%time S1 = cumavg(X)
%time S2 = stupid_cumavg(X)

np.abs(S1 - S2).sum()
```

```
Wall time: 388 ms
Wall time: 12.2 s
```

Out[48]: 0.0

Задача 3. Дана матрица $A = (a_{ij})$ размера $n \times m$. Вычислите величину

$$\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\min_{i=1,\dots,n} a_{ij},$$

то есть средний минимум по столбцам. *Авторское решение занимает одну строчку.*

In [68]:
```
def avgmin(A):
    #print(A.min(axis=1))
    return (sum(A.min(axis = 0)) / len(A[0]))
```

Проверьте корректность работы реализации, а также ее эффективность. Эффективный код должен работать почти в 200 раз быстрее. Обратите внимание, что разность чисел может быть не равна нулю из-за ошибок округления, но должна иметь малый порядок.

In [69]:
```
def stupid_avgmin(A):
    N, M = len(A), len(A[0])
    min_col = [min([A[i][j] for i in range(N)]) for j in range(M)]
    return sum(min_col) / M

N, M = 5000, 10000
A = sps.uniform.rvs(size=(N, M))

%time S1 = avgmin(A)
%time S2 = stupid_avgmin(A)

print(np.abs(S1 - S2))
```

```
Wall time: 113 ms
Wall time: 24 s
0.0
```

Задача 4. Дан массив X. Требуется построить новый массив, в котором все четные элементы X заменить на число v (если оно не указано, то на ноль). Все нечетные элементы исходного массива нужно возвести в квадрат и записать в обратном порядке относительно позиций этих элементов. Массив X при этом должен остаться без изменений.

In [84]:
```
def func4(X, v=0):
    odd = (X & 1) * X * X
    even = ((odd + 1) & 1) * v
    odd[odd.nonzero()] = odd[odd.nonzero()][::-1]
    return odd + even
```

Проверьте корректность работы реализации, а также ее эффективность. Эффективный код должен работать в 20 раз быстрее.

In [85]:
```
def stupid_func4(X, v=0):
    odd = [elem ** 2 for elem in X if elem % 2]

    new_X = []
    j = len(odd) - 1
    for i in range(len(X)):
        if X[i] % 2:
            new_X.append(odd[j])
            j -= 1
        else:
            new_X.append(v)

    return new_X

X = sps.randint.rvs(size=10 ** 7, low=0, high=100)

%time A1 = func4(X)
%time A2 = stupid_func4(X)

np.abs(A1 - A2).sum()
```

```
Wall time: 699 ms
Wall time: 12 s
```

Out[85]:
```
0
```

Вопрос: За счет чего достигается такая эффективность методов numpy?

Ответ: Numpy использует встраиваемый код другого языка. Например, MATLAB или C/C++ (как сказано в Википедии, Numpy написан на C и Python)