# Eléments de Traitement Numérique du Signal

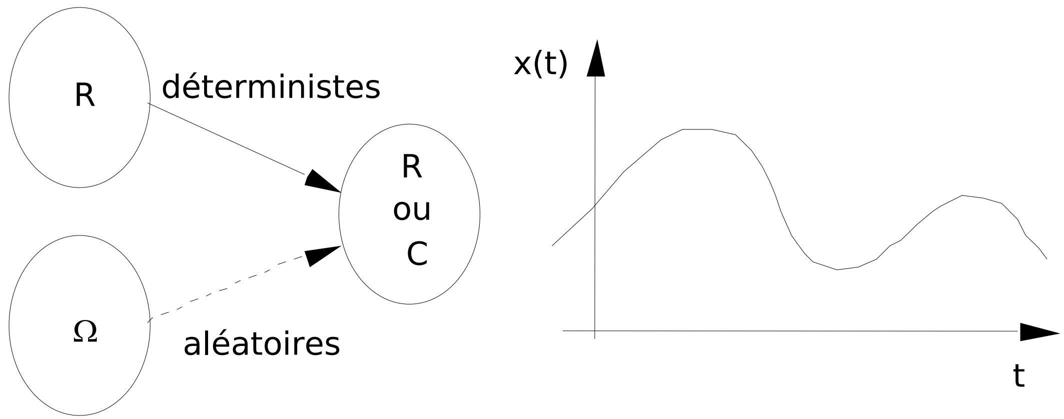
- Introduction aux signaux et systèmes numériques
- Transformation de Fourier Discrete
- Transformation en z

# Chapitre 1

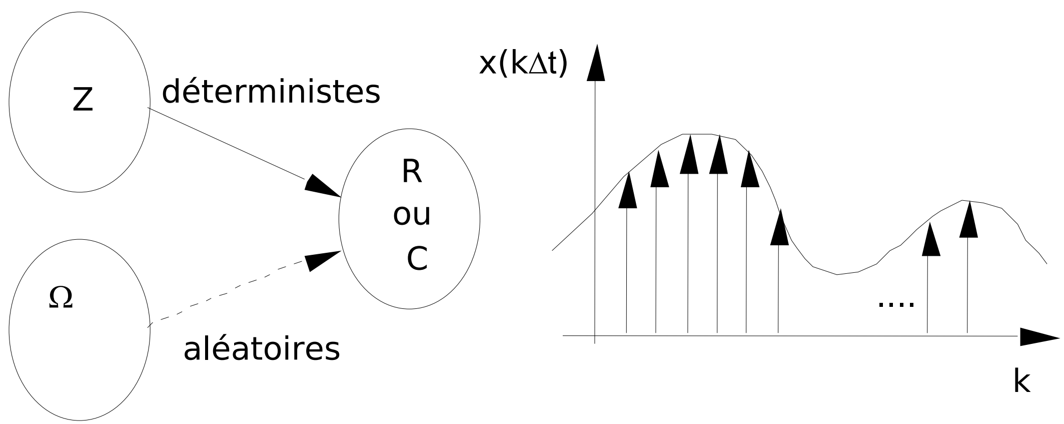
- **Introduction aux signaux et systèmes numériques**
- **Signaux numériques**
  - Définition
  - Signaux élémentaires
  - opérations sur les signaux
- **Transformation de Fourier**
  - définition
  - existence
  - propriétés
- **Corrélation**
  - définition-propriétés
  - DSP
- **Systèmes de traitement numérique**
  - définition-propriétés
  - filtres numériques
  - réponse fréquentielle
  - filtre défini par une équation aux différences

# Introduction aux signaux et systèmes numériques

- **analogiques**

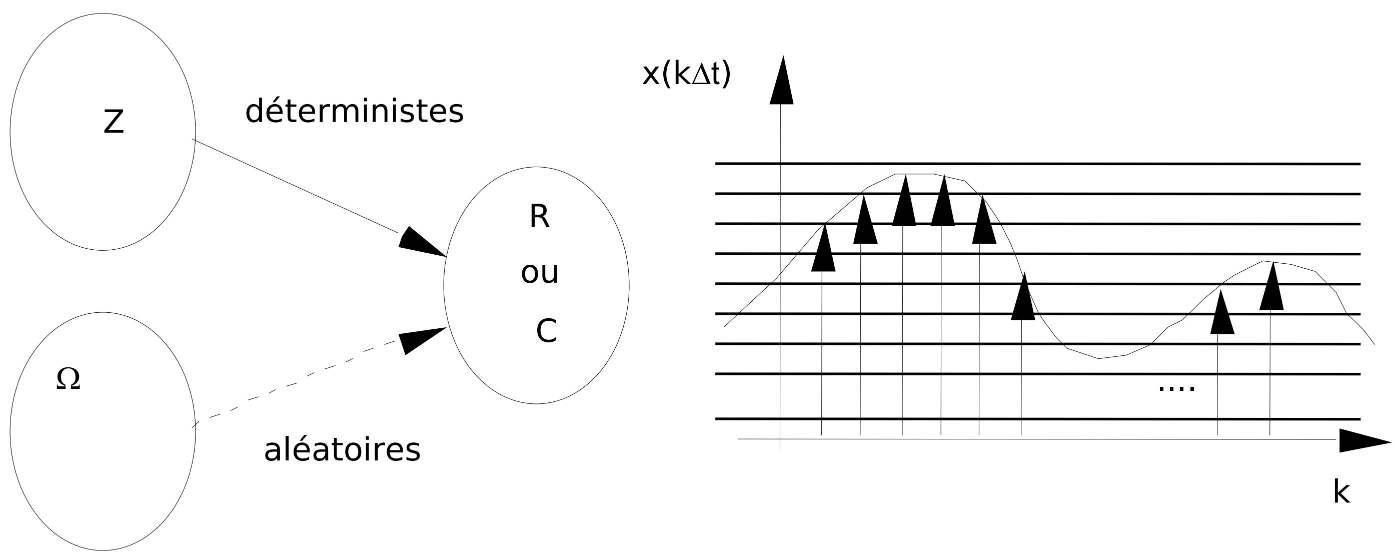



- **discrets**



# Introduction aux signaux et systèmes numériques

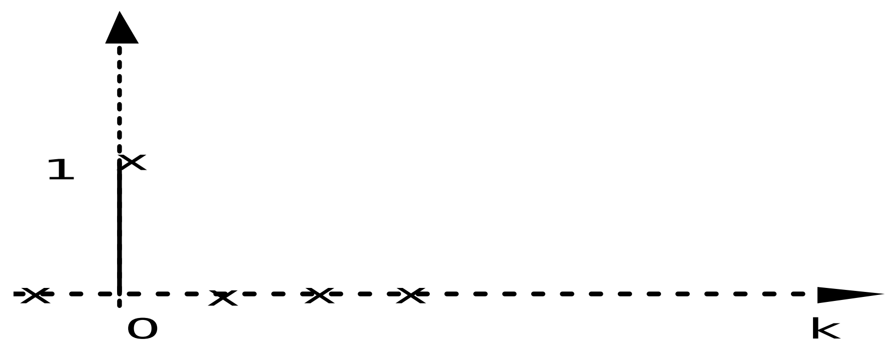
- **numériques**



# *signaux élémentaires*

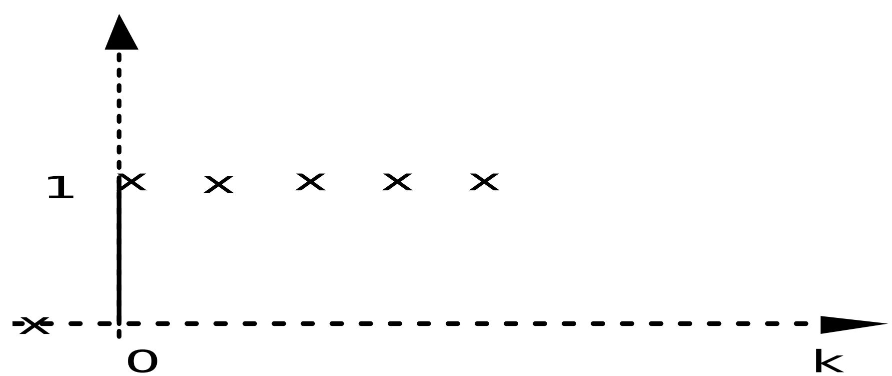
- **Impulsion unité**

$$d(k) = \begin{cases} 1 & \text{pour } k = 0 \\ 0 & \text{pour } k \neq 0 \end{cases}$$




- **Echelon unité**

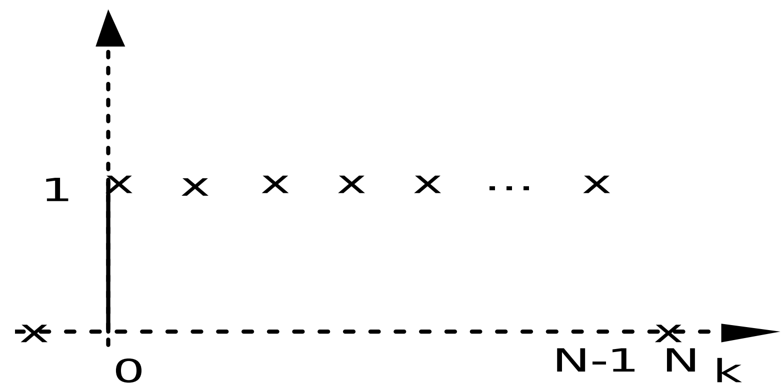
$$u(k)= \begin{cases} 1 & \text{pour } k \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



## *signaux élémentaires*

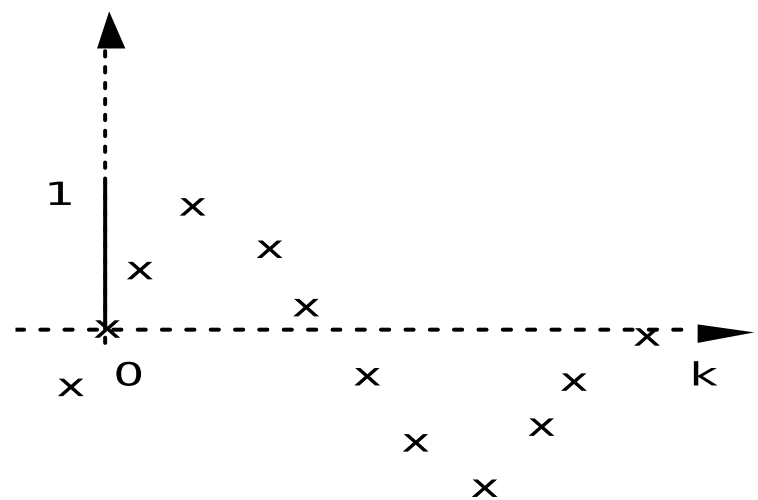
- **fenêtre rectangulaire**

$$\mathrm{rect}_N(k) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 \le k \le N-1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$




- **signal sinusoïdal**

$$x(k) = \sin \frac{2\pi k}{N} \qquad k \in Z$$



## *opérations élémentaires*

- **addition**
- **multiplication par un scalaire**
- **produit de 2 signaux**
- **décalage**

# Transformation de Fourier

- $$X_F(f) = \sum_k x(k) \exp(-2j\pi kf)$$
- **existence si** $$\sum_k |x(k)| < A$$
- **périodique de période 1**
- **transformation inverse**

$$x(k) = \int_{-1/2}^{1/2} X(f) \exp(+2j\pi kf) df$$

## *Propriétés de la TF*

- **linéarité**
- **décalage**
- **modulation**
- **symétrie**
- **TF d'un produit simple**
- **TF d'un produit de convolution**
- **relation de Parseval**

# Corrélation des signaux

- $$r_{xy}(k) = \sum_{l} x(l)\, y^*(l-k)$$
- 
- propriétés
$$r_x(k) = \sum_{l} x(l)\, x^*(l-k)$$

$$r_{xy}(k) = r_{yx}{}^*(-k)$$

$$r_x(0) > 0, \in R$$

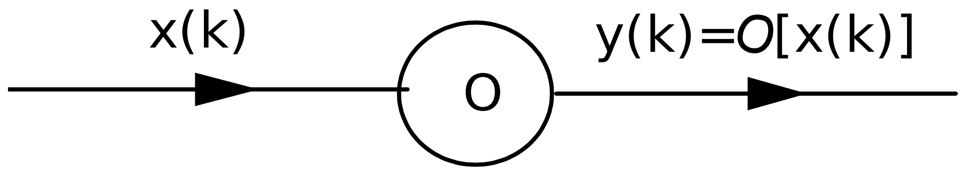
$$\left|r_{xy}(k)\right|^2 \leq r_x(0) r_y(0)$$

## *Densités spectrales de Puissance*

- $$S_{xy}(f) = F\left[r_{xy}(k)\right]$$
- $$S_{xy}(f) = S_{yx}{}^{*}(f)$$
- $$r_{xy}(0) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} S_{xy}(f)\,df$$

$$r_x(0) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} S_x(f)\,df$$

# Système de traitement numérique




- **linéarité**
- **invariance**
- **causalité**
- **stabilité**
- **=> filtre numérique**

$$y(k) = \sum_{l} g(l)x(k-l)$$

## *réponse fréquentielle d'un filtre numérique*

- $$G_F(f) = {Y_F(f)} \big/ {X_F(f)}$$

- **cas d'un filtre défini par une éq. aux différences**

$$\sum_n a_n y(k-n) = \sum_m b_m x(k-m)$$

$$G_F(f) = \frac{\sum_m b_m \exp(-2j\pi fm)}{\sum_n a_n \exp(-2j\pi fn)}$$