TD - Partie 1 : Systèmes à base de connaissances

Table des matières

Exercice 1

Définition : un système formel est constitué de :

1. un ensemble de symboles A (alphabet),
2. un langage L, ensemble de mots (ou formules ou énoncés), avec un procédé de construction du langage,
3. des axiomes (mots ou énoncés particuliers),
4. des règles de déduction (ou de dérivation ou inférence),
5. Une dérivation (ou preuve ou démonstration) de E est une suite finie d'éléments de L soit, $E_1, E_2, ..., E_n = E$ telle que chaque E_i est un axiome ou bien se déduit des E_j précédents par une règle

L'ensemble des mots que l'on peut dériver à partir des axiomes, est appelé ensemble des théorèmes.

Soit le système AEA :

Définition : un système formel est constitué de :

1. A $= \{a, f, e\}$
2. L = ensemble des mots formés sur A
3. Les formules bien formées s'écrivent $f^n aef^p a, (n, p) \in N^2$
4. axiome : aea
5. règle : xey → **f**xe**f**y (où x et y sont des formules bien formées de L).

L'ensemble des mots que l'on peut dériver à partir des axiomes, est appelé *ensemble des théorèmes*.

1) Quels sont les théorèmes ?

2) Interprétation

Une interprétation I est une correspondance entre un système formel et des objets de l'Univers. On peut alors s'intéresser à la sémantique, parler d'énoncés vrais ou faux.
Pour le système AEA précédent, on étudie deux interprétations :

a)

$I(e)$:	l'égalité arithmétique ;
$I(a)$:	0 ;
$I(f)$:	successeur.

Quels sont les énoncés vrais ? correspondent-ils aux théorèmes ?

b)

$I(e)$:	l'égalité logique ;
$I(a)$:	une proposition (ou variable propositionnelle) ;
$I(f)$:	la négation.

Que peut-on dire de I(ffaea), I(faea), I(faefa) ?

Exercice 2

Montrez comment on peut utiliser les tables de vérité pour décider si une expression donnée est valide, satisfiable ou insatisfiable.

Exercice 3

1)

Utilisez les tables de vérité pour montrer que les expressions suivantes sont valides et les équivalences suivantes sont vraies.

1	$(P \vee (Q \vee R)) \Longleftrightarrow ((P \vee Q) \vee R)$	9	$(P \rightarrow Q) \Longleftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$
2	$(P \wedge (Q \wedge R)) \Longleftrightarrow ((P \wedge Q) \wedge R)$	10	$(\neg(\neg P)) \Longleftrightarrow P$
3	$(P \wedge Q) \Longleftrightarrow (Q \wedge P)$	11	$(P \rightarrow Q) \Longleftrightarrow (\neg(P \vee Q))$
4	$(P \vee Q) \Longleftrightarrow (Q \vee P)$	12	$(P \Longleftrightarrow Q) \Longleftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$
5	$(P \wedge (Q \vee R)) \Longleftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R))$	13	$(P \Longleftrightarrow Q) \Longleftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q))$
6	$(P \vee (Q \wedge R)) \Longleftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$	14	$(P \wedge \neg P) \Longleftrightarrow Faux$
7	$(\neg(P \wedge Q)) \Longleftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$	15	$(P \vee \neg P) \Longleftrightarrow Vrai$
8	$(\neg(P \vee Q)) \Longleftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$		

2)

Utilisez la méthode de Quine pour l'expression $(\neg P \vee (R \rightarrow S) \vee (\neg S \wedge \neg R)$.

Exercice 4

Un club a pour règlement intérieur :

1. Tout membre non écossais porte des chaussettes oranges
2. tout membre porte une jupe ou ne porte pas de chaussettes oranges
3. Les membres mariés ne sortent pas le dimanche
4. Un membre sort le dimanche si et seulement si il est écossais
5. tout membre qui porte une jupe est écossais et marié
6. tout membre portant une jupe est écossais

1)

Représentez le règlement sous la forme d'un ensemble d'expressions de la logique des propositions.

2)

En déduire qui peut s'inscrire dans le club.

Exercice 1

Le pétunia est une fleur, de même que le géranium. Le pétunia est violet. Le géranium est rouge. Toute fleur rouge est de couleur vive. Les fleurs de couleur vive ont besoin d'iode. Les fleurs de couleur violette ont besoin d'ardoise. Toutes les fleurs ont besoin d'eau. Une fleur violette est de couleur vive.

1)

Définissez les prédicats qui permettent d'exprimer cet énoncé en logique du premier ordre.

2)

Formulez, une à une, chaque phrase de l'énoncé en logique du premier ordre.

3)

A l'aide des questions précédentes, déterminez les besoins d'un pétunia.

Exercice 2

Représentez les énoncés suivants en logique du premier ordre en proposant les prédicats vous semblant pertinents selon le domaine dans lequel il vous est demandé de faire la modélisation. Pour A, ce sera le domaine des étudiants ; pour B, C, E, ce sera le domaine des personnes ; et pour D, ce sera celui des êtres vivants.

A

1. tous les étudiants ne choisissent pas histoire et biologie
2. Un étudiant seulement a échoué en histoire
3. Un étudiant seulement a échoué en histoire et en biologie
4. Le meilleur résultat obtenu en histoire était meilleur que le meilleur résultat obtenu en biologie

B

1. Les personnes qui n'aiment pas les végétariens sont rares
2. il n'existe pas de végétarien carnivore

3. Les bouchers apprécient les personnes non végétariennes

C

Il y a au moins un coiffeur en ville qui coiffe toutes les personnes en ville qui ne se coiffent pas elles-mêmes

D

Personne n'aime un animal dangereux sauf s'il est dressé

E

Les politiciens peuvent décevoir certaines personnes tout le temps, et ils peuvent décevoir toutes les personnes quelquefois, mais ils ne peuvent pas décevoir toutes les personnes tout le temps

Exercice 3

On considère le monde de blocs décrit par :

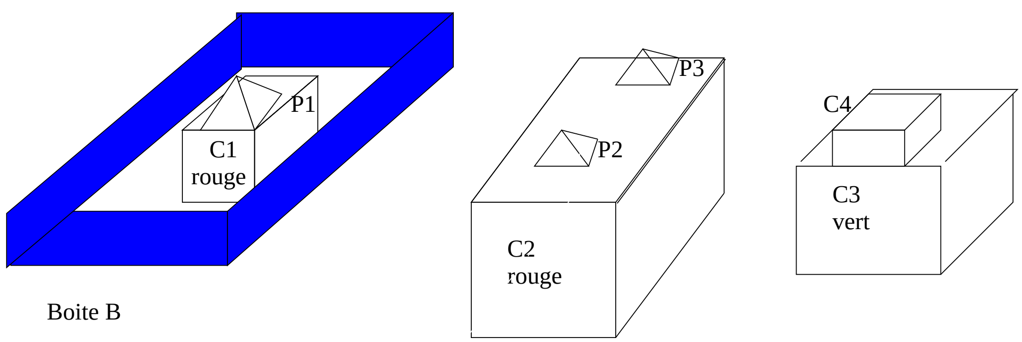

FIGURE 1 – Un monde de blocs

1)

Représentez l'état du monde à l'aide de la logique des prédicats.

2)

Exprimez en logique des prédicats : *Il y a des cubes rouges qui soutiennent une pyramide et qui ne sont pas contenus dans une boîte.*

Exercice 1

Transformez les formules suivantes sous forme de clauses de Horn :

1. $\forall x \forall y \forall z (P(z,y) \wedge (\neg P(x,z) \supset Q(x,y)))$
2. $\exists x(P(x) \supset Q(x)) \wedge \forall x(Q(x) \supset R(x)) \wedge P(a)$
3. $\forall x(\exists y(P(y) \wedge R(x,y))) \supset \exists y \exists z(Q(y) \wedge R(z,y))$

Exercice 2

Pour chaque ensemble de clauses suivant, déterminez s'il est satisfiable ou non, en construisant une table de vérité. Si un ensemble donné est insatisfiable, donnez une réfutation de l'ensemble par la résolution binaire ; sinon donnez une interprétation le satisfaisant.

1. $\{\neg P \vee Q, P \vee \neg R, \neg Q, \neg R\}$
2. $\{\neg P \vee Q \vee R, \neg Q \vee S, P \vee S, \neg R, \neg S\}$
3. $\{P \vee Q, \neg P \vee Q, P \vee \neg Q, \neg P \vee \neg Q\}$
4. $\{P \vee \neg Q, Q \vee R \vee \neg P, Q \vee P, \neg P\}$

Exercice 3

Déterminez si chacun des ensembles d'expression est ou non unifiable. Si un ensemble est unifiable, déterminez un pgu.

1. $\{P(a,x,f(x)), P(x,y,z)\}$
2. $\{P(x,f(y),y), P(w,z,g(a,b))\}$
3. $\{P(x,z,y), P(x,z,x), P(a,x,x)\}$
4. $\{P(z,f(x),b), P(x,f(a),b), P(g(x),f(a),y)\}$

Exercice 4

Utilisez la résolution binaire pour montrer que chacun des ensembles de clauses est insatisfiable.

1. $\{P(x,y) \vee Q(a,f(y)), P(a,g(z)), \neg P(a,g(x)) \vee Q(a,f(g(b))), \neg Q(x,y)\}$
2. $\{R(x,x), R(x,y) \vee \neg R(y,x), R(x,y) \vee \neg R(x,z) \vee \neg R(z,y), R(a,b), \neg R(b,a)\}$

Exercice 5

On considère l'ensemble de clauses $\{\neg P, P \vee Q, \neg Q, R\}$. Avec la stratégie de résolution par ensemble de soutien, pourquoi ne peut-on établir une réfutation si l'ensemble de soutien initial est la clause R ?

Exercice 1

Dans la famille décrite sur la diapositive 19 du cours sur Prolog :

1)

Décrire la famille en Prolog

2)

Ecrire les clauses *grand-pere(X,Y)*, indiquant que X est grand-père de Y

3)

Que répond Prolog à : *grand-père(jules, pierre)* ?

Exercice 2

On vous demande d'écrire les clauses *membre*, permettant de vérifier l'appartenance d'un élément à une liste. $membre(N, L)$ renvoie vrai si N fait partie de la liste L.

1)

Rédigez un court algorithme permettant d'envisager les différents cas à traiter

2)

Donnez les clauses Prolog correspondantes.

Exercice 3

Représentez l'arbre de résolution pour la requête *reverse([3,2,1], [], L)*. Les clauses *reverse* sont dans le cours (D34).

Exercice 4

Ecrire les clauses *incrémente*, qui, à partir d'une liste de nombres, fournit une liste de ces nombres mais augmentés de 1. *Incrémente([1,2,1],[2,3,2]). True*

Exercice 5

Ecrire les clauses permettant d'ajouter un élément à une liste sans doublon (utilisez la coupure). *Add(a,[b,c],X). X= [b,c,a].*

Exercice 6

Modifiez le programme précédent pour calculer le nombre d'occurrences d'un élément dans une liste. *Compte(a,[b,a,a],2). true*

Exercice 7

On vous demande d'écrire les clauses *différence*, permettant de calculer la différence ensembliste entre 2 listes. *Différence (L1, L2, L3)* calcule $L3 = L1 - L2$.
Par exemple : *différence([a,b,c,d], [b,d,e,f],[a,c])*. Utilisez la coupure.

Exercice 8

Définissez le prédicat *palindrome(Liste)*. Une liste est un palindrome si elle reste identique, qu'on la lise de gauche à droite, ou de droite à gauche, comme [s,e,l,l,e,s].

Exercice 9

Ecrire *sépare (Nombres, Positifs, Negatifs)* qui range les éléments d'une liste $Nombres$ dans deux autres listes selon qu'ils sont positifs (ou nuls) ou négatifs. Vous utiliserez la coupure.
Par exemple : *sépare([3,- 1,0,5,-2], [3,0,5], [-1, -2]).*

Exercice 10

Générez toutes les permutations d'une liste

Exercice 11

Un automate fini non déterministe est une machine abstraite qui lit une chaîne de symboles, qu'elle décide d'accepter ou de rejeter. L'automate possède un nombre fini d'états, et se trouve toujours dans un état donné. Il peut en changer en passant d'un état à un aure. Dans l'exemple de la figure 1, E1, E2, E3 et E4 sont les états de l'automate. Partant de l'état initial (E1 dans notre cas), l'automate passe d'un état à un autre au fur et à mesure qu'il lit la chaîne qu'on lui fournit en entrée. Si le premier symbole lu est a, alors il peut rester dans $E1$ ou transiter vers $E2$.Chaque transition est fonction du symbole lu, étiquetant chaque arc du graphe de transition.

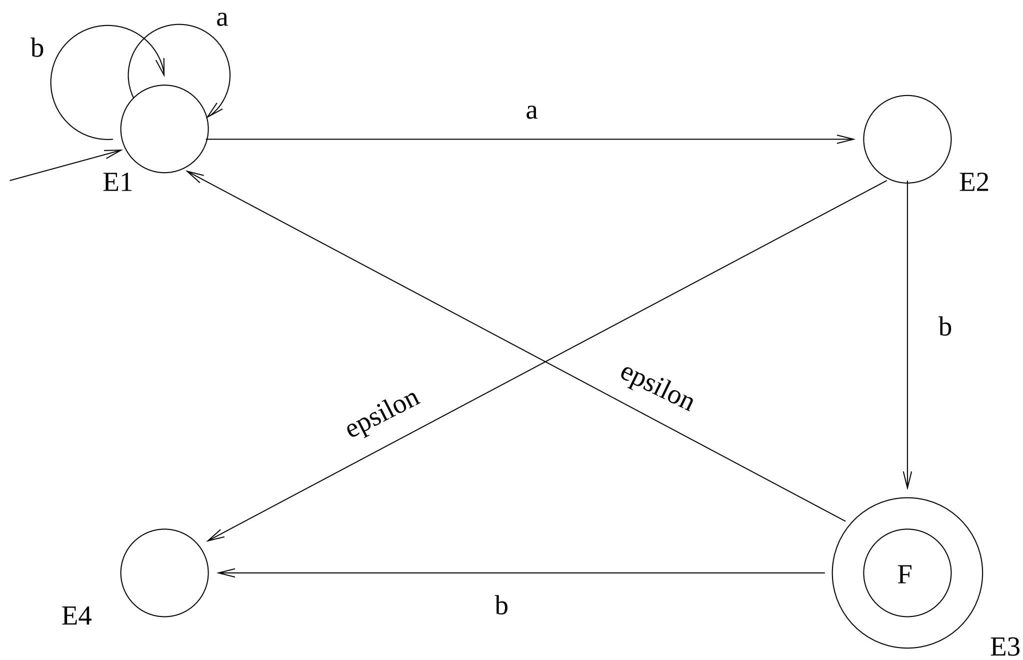

FIGURE 1 – Automate non déterministe

Quelques arcs portent l'étiquette *epsilon*. Ces arcs dénotent un passage invisible de l'automate vers un nouvel état, sans qu'aucun symbole ne soit lu. Ce passage est invisible car un observateur considérant l'automate comme une "boîte noire" ne pourrait se douter qu'une transition a eu lieu. L'état E3 est doublement entouré, ce qui signifie qu'il est un *état de satisfaction*. On dit que l'automate accepte la chaîne qu'on lui propose s'il existe une suite de transitions dans le graphe telle que les transitions successives effectuées grâce aux symboles de la chaîne, aboutissent à l'état de satisfaction.

Exercice 1

Soit le graphe suivant :

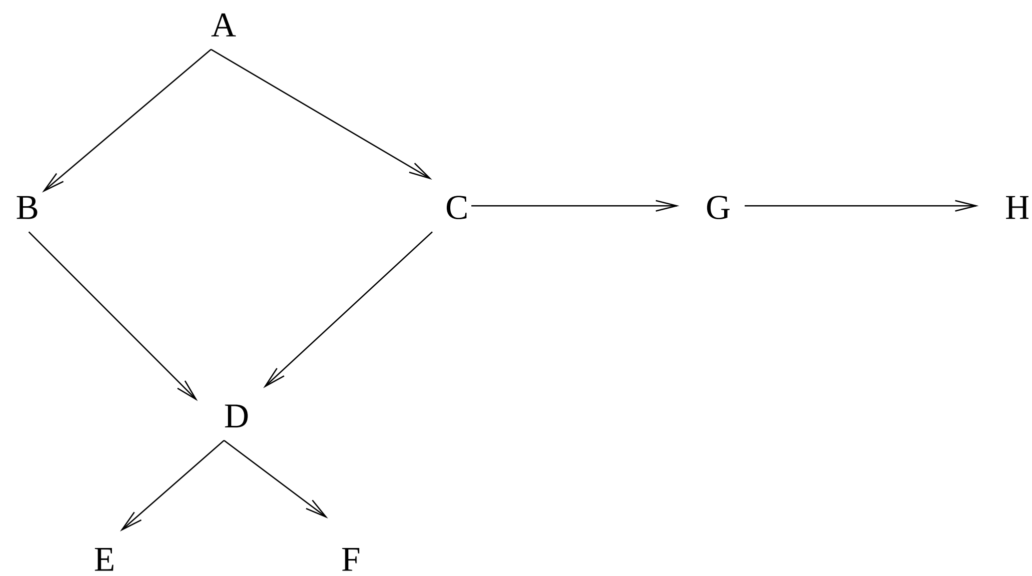

Figure 1 – Graphe orienté

1)

On se place dans le cadre d'un système expert à base de règles d'ordre 0+. On considère cet objet "graphe". Quels attributs sont nécessaires pour décrire ce graphe ? On se préoccupe uniquement des arcs et des sommets, non pas de leur disposition.

2)

On se place dans le cadre d'un système à base de règles d'ordre 1 ayant les caractéristiques indiquées dans la figure ci-dessus.

2.1)

Représentez ce graphe par une base de faits (BF) en utilisant le prédicat "arc".

(arc x y) est présent dans la BF s'il existe dans le graphe un arc allant du sommet x au sommet y

2.2)

Deux sommets sont reliés s'il existe une suite d'arcs permettant d'aller du sommet x au sommet y. Rédigez une base de règles permettant de trouver pour chaque sommet l'ensemble des sommets qui lui sont reliés, en respectant l'orientation des arcs.

2.3)

Quelles modifications faudra-t-il apporter à la base de connaissances si le but est de trouver l'ensemble de sommets reliés à un sommet donné (en évitant la saturation complète) ?

Exercice 2

Soit la base de règles suivante :

R1	SI (a-publie ?x SC) ALORS AJOUTER (méfiants ?x industriels)	R7	SI (decrit ?x prototype-avance) ET (a-publie ?x IJCAI) ALORS AJOUTER (clients ?x jeunes-lecteurs) AJOUTER (clients ?x comite-scientifique)
R2	SI (decrit ?x theorie-fondamentale) ALORS AJOUTER (méfiants ?x industriels)	R8	SI (decrit ?x prototype-avance) ET (a-publie ?x AI) ALORS AJOUTER (clients ?x maison-d'edition)
R3	SI (terme-d'app ?x ?y) ET (PARMI ?y (long très-long)) ALORS AJOUTER(méfiants ?x industriels)	R9	SI (clients ?x ?y) ET (clients ?x ?z) ET (diff ?y ?z) ET (NON (mefiants ?x chercheurs)) ALORS AJOUTER (chances ?x fortes)
R4	SI (a-publie ?x PCmagazine) ALORS AJOUTER (mefiants ?x chercheurs) AJOUTER (clients ?x jeunes-lecteurs)	R10	SI (mefiants ?x chercheurs) ET (clients ?x ?y) ET (diff ?y jeunes-lecteurs) ET (NON (ET (clients ?x ?z) (diff ?y ?z))) ALORS AJOUTER (chances ?x moyennes)
R5	SI (terme-d'app ?x court) ET (repr-commercial ?x) ALORS AJOUTER (mefiants ?x chercheurs)	R11	SI (mefiants ?x ?y) ET (NON (clients ?x ?z)) ALORS AJOUTER (chances ?x faibles)
R6	SI (decrit ?x produit-fini) ALORS AJOUTER (méfiants ?x commerçants)		

TABLE 1 – Exercice 2 question 1)

La sémantique des prédicats utilisés est la suivante :

(decrit ?p ?o)	le papier de ?p décrit ?o
(a-publie ?p ?r)	?p a publié dans ?r
(terme-d'app ?p ?t)	le papier de ?p décrit des applications à ?t terme
(rep-commercial ?p)	?p est un représentant commercial
(clients ?p ?c)	?p trouve ses clients dans ?c
(mefiants ?p ?c)	le groupe ?c se méfie du papier de ?p
(chances ?p ?n)	le papier de ?p a ?n chances d'être choisi

1)

Construire une base de faits permettant de décrire la situation suivante liée aux papiers soumis au colloque IA19 :

> Paul décrit un prototype avancé qui n'a cependant des applications pratiques qu'à long terme. Un article décrivant les premières versions de ce prototype a été publié dans les actes de l'IJCAI. Charles, représentant commercial, décrit lui aussi un prototype avancé mais d'application à court terme. Autrefois il faisait de la recherche fondamentale et son article publié dans "Artificial Intelligence" a eu un accueil enthousiaste. Louis, son ancien patron, a soumis un papier portant sur la théorie fondamentale. Le papier d'Eric, au contraire, décrit un produit fini qui fera l'objet d'une démonstration. Marc a l'esprit pratique, il travaille sur des applications à court terme et publie dans "Pcmagazine" ; il veut toutefois élargir son champ de publication aux colloques d'IA mais il s'agit toujours d'une application à court terme.

a) Demander aux étudiants de représenter un tableau (n°cycle, erc, règle choisie, effet sur la base de faits)

2)

Simulez le fonctionnement du moteur pour déterminer les chances de chacun des auteurs de voir leurs papiers publiés dans les actes du colloque d'IA 20

Exercice 1

1)

Construire le réseau RETE correspondant à la base de règles suivante :

R1	SI (objet-de-recherche ?x) (fils-g ?x ?y) ALORS (AJOUTER (relie ?x ?y)	R3	SI (relie ?x ?y) (fils-g ?y ?z) ALORS AJOUTER (relie ?x ?z)
R2	SI (objet-de-recherche ?x) (fils-d ?x ?y) ALORS AJOUTER (relie ?x ?y)	R4	SI (relie ?x ?y) (fils-d ?y ?z) ALORS AJOUTER (relie ?y ?z)

Table 1 – Exercice 1 question 1)

2)

Propager les faits initiaux suivants dans le réseau créé en 1) pour déterminer l'ensemble des conflits initial

F1 (fils-g A B)

F2 (fils-d A C)

F3 (fils-g C D)

F4 (fils-d C G)

F5 (objet-de-recherche A)

Exercice 2

1)

Construire le réseau RETE représentant les règles de la table 2 et indépendamment du réseau de l'exercice 1.

2)

Propagez les faits initiaux suivants dans le réseau ainsi créé, puis simulez le fonctionnement de l'algorithme RETE jusqu'à saturation

F1 (decrit Eric produit-fini)

F2 (decrit Charles prototype-avance)

F3 (decrit Paul prototype-avance)

F4 (a-publie Paul IJCAI)

R1	SI (decrit ?x produit-fini) ALORS AJOUTER (mefiants ?x commerçants)	R3	SI (decrit ?x prototype-avance) (a-publie ?x AI) ALORS AJOUTER (clients ?x maison-d'edition)
R2	SI (decrit ?x prototype-avance) (a-publie ?x IJCAI) ALORS AJOUTER (clients ?x jeunes-lecteurs) PUIS AJOUTER (clients ?x comite-scientifique)	R4	SI (mefiants ?x ?y) (NON (clients ?x ?z)) ALORS AJOUTER (chances ?x faibles)

Table 2 – Exercice 2 question 1)

3)

Propagez les faits suivants dans le réseau après la réalisation de la question précédente.

F9 $\prec$*+(mefiants Paul industriels)*$\succ$

F10 $\prec$*-(clients Paul jeunes-lecteurs)*$\succ$

F11 $\prec$*-(clients Paul comite-scientifique)*$\succ$