

# Statistiques inférentielles

## 2- Tests d'hypothèses : principe général

A. BOURHATTAS

CY-Tech ING2-GI

Année universitaire 2021-2022

## 1 Exemple introductif

## 2 Principe général

- Hypothèses
- Risques
- Variable de décision
- Région critique
- Règles de décision
- Méthodologie de construction d'un test
- P-valeur

# Un exemple introductif 1 :

## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce

## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce  $\implies X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 600$  et  $\sigma = 40$ .

## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce  $\implies X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 600$  et  $\sigma = 40$ .
- Une société a proposé un procédé pour augmenter de 50 *mm* le niveau moyen de pluie.

## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce  $\implies X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 600$  et  $\sigma = 40$ .
- Une société a proposé un procédé pour augmenter de 50 *mm* le niveau moyen de pluie. Ce procédé a été testé de 1951 à 1959.

## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce  $\implies X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 600$  et  $\sigma = 40$ .
- Une société a proposé un procédé pour augmenter de 50 *mm* le niveau moyen de pluie. Ce procédé a été testé de 1951 à 1959.
- Le relevé des niveaux de pluie a donné le tableau suivant :



## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce  $\implies X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 600$  et  $\sigma = 40$ .
- Une société a proposé un procédé pour augmenter de 50 mm le niveau moyen de pluie. Ce procédé a été testé de 1951 à 1959.
- Le relevé des niveaux de pluie a donné le tableau suivant :

Année	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959
mm	510	614	780	512	501	534	603	788	650

## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce  $\implies X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 600$  et  $\sigma = 40$ .
- Une société a proposé un procédé pour augmenter de 50 mm le niveau moyen de pluie. Ce procédé a été testé de 1951 à 1959.
- Le relevé des niveaux de pluie a donné le tableau suivant :

Année	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959
mm	510	614	780	512	501	534	603	788	650

- Les responsables régionaux doivent prendre une décision.

## Un exemple introductif 1 :

- Des relevés réguliers sur plusieurs années du niveau  $X$  de pluie dans la Beauce  $\implies X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 600$  et  $\sigma = 40$ .
- Une société a proposé un procédé pour augmenter de 50 mm le niveau moyen de pluie. Ce procédé a été testé de 1951 à 1959.
- Le relevé des niveaux de pluie a donné le tableau suivant :

Année	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959
mm	510	614	780	512	501	534	603	788	650

- Les responsables régionaux doivent prendre une décision. acheter ou non ce procédé onéreux.

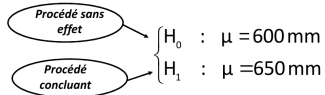
## Un exemple introductif 2 :

## Un exemple introductif 2 :

- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.

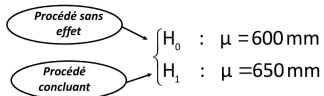
## Un exemple introductif 2 :

- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.



## Un exemple introductif 2 :

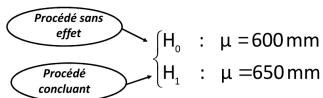
- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.



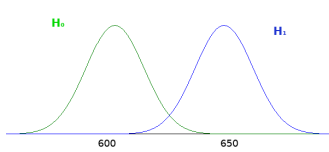
- Ces deux hypothèses induisent des distributions différentes du niveau de pluie.

## Un exemple introductif 2 :

- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.



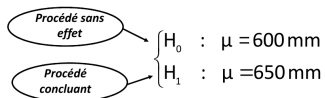
- Ces deux hypothèses induisent des distributions différentes du niveau de pluie.



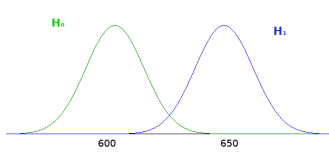


## Un exemple introductif 2 :

- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.



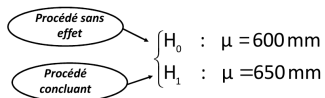
- Ces deux hypothèses induisent des distributions différentes du niveau de pluie.



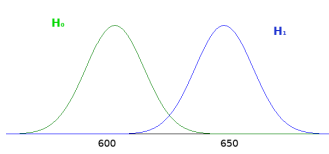
- Le statisticien de service,

## Un exemple introductif 2 :

- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.



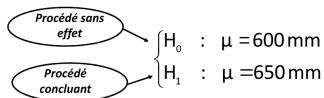
- Ces deux hypothèses induisent des distributions différentes du niveau de pluie.



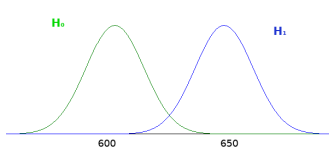
- Le statisticien de service, après avoir fait des calculs,

## Un exemple introductif 2 :

- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.



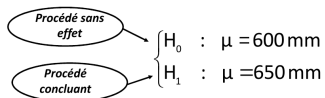
- Ces deux hypothèses induisent des distributions différentes du niveau de pluie.



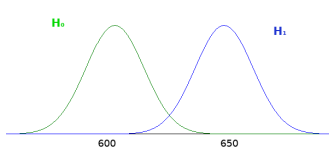
- Le statisticien de service, après avoir fait des calculs, leur donne un seuil  $C = 622$

## Un exemple introductif 2 :

- Cette décision revient à choisir entre deux hypothèses.



- Ces deux hypothèses induisent des distributions différentes du niveau de pluie.



- Le statisticien de service, après avoir fait des calculs, leur donne un seuil  $C = 622$  pour la moyenne empirique.

## Un exemple introductif 3 :

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :



## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ),

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ➊ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ➋ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ),

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.
- Le premier est appelé

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.
- Le premier est appelé **risque de première espèce**

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.
- Le premier est appelé **risque de première espèce** et noté  $\alpha$ .



## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.
- Le premier est appelé **risque de première espèce** et noté  $\alpha$ .
- Le deuxième est appelé

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.
- Le premier est appelé **risque de première espèce** et noté  $\alpha$ .
- Le deuxième est appelé **risque de seconde espèce**

## Un exemple introductif 3 :

- La règle de décision est donc la suivante :

- Si  $\bar{X} > 622$  mm, repousser  $H_0$  et accepter  $H_1$
- Si  $\bar{X} < 622$  mm, conserver  $H_0$

- La décision comporte bien évidemment des risques de se tromper :
  - ❶ Risque d'acheter le procédé, donc de valider ( $H_1$ ), alors qu'il n'est pas efficace, ( $H_0$ ) est vraie.
  - ❷ Risque de rejeter le procédé, donc de valider ( $H_0$ ), alors que le procédé est efficace, ( $H_1$ ) est vraie.
- Le premier est appelé **risque de première espèce** et noté  $\alpha$ .
- Le deuxième est appelé **risque de seconde espèce** et noté  $\beta$ .

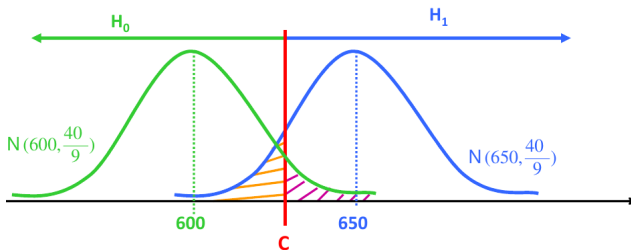
## Un exemple introductif 4 :

## Un exemple introductif 4 :

- Ces risques correspondent aux zones hachurées dans le graphique suivant :

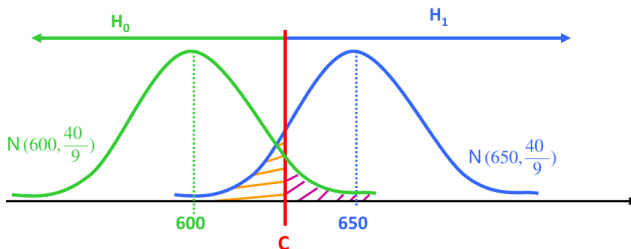
## Un exemple introductif 4 :

- Ces risques correspondent aux zones hachurées dans le graphique suivant :



## Un exemple introductif 4 :

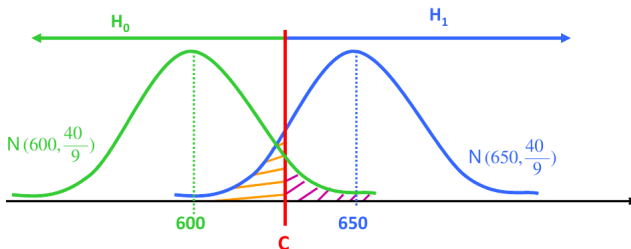
- Ces risques correspondent aux zones hachurées dans le graphique suivant :



➤ Croire le procédé efficace alors qu'il n'est pour rien dans les résultats obtenus, *i.e* accepter  $H_1$  alors que  $H_0$  est vraie (probabilité  $\alpha$ )

## Un exemple introductif 4 :

- Ces risques correspondent aux zones hachurées dans le graphique suivant :

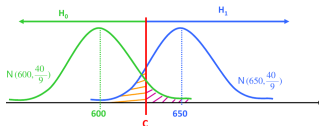


- Croire le procédé efficace alors qu'il n'est pour rien dans les résultats obtenus, *i.e* accepter  $H_1$  alors que  $H_0$  est vraie (probabilité  $\alpha$ )
- Ne pas juger le procédé efficace alors que la méthode est bonne, *i.e* repousser  $H_1$  alors que  $H_1$  est vraie (probabilité  $\beta$ ?)



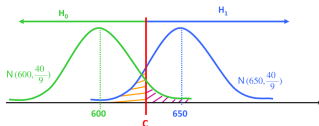
## Un exemple introductif 5 :

## Un exemple introductif 5 :



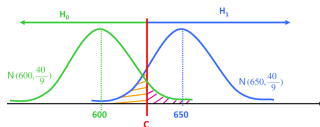
- Calculons la valeur de chacun ces risques :

## Un exemple introductif 5 :



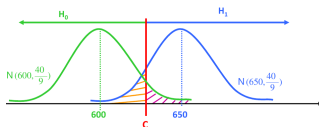
- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha =$

## Un exemple introductif 5 :



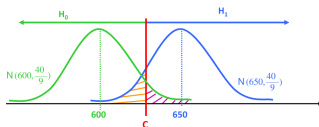
- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort  
$$= P_{H_0}(\bar{X} > C)$$

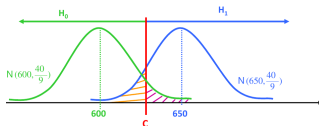
## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

$$= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right)$$

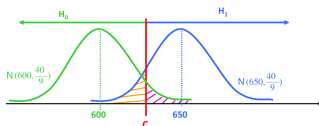
## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

$$\begin{aligned} &= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) \end{aligned}$$

## Un exemple introductif 5 :

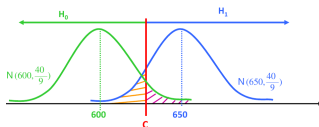


- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

$$\begin{aligned} &= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \end{aligned}$$



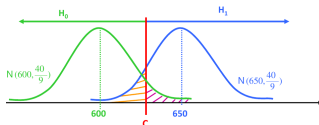
## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

$$\begin{aligned} &= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05. \end{aligned}$$

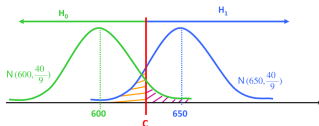
## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort
 
$$= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right)$$

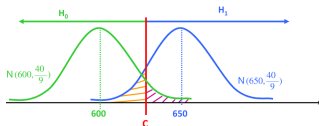
$$= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05.$$
- $\beta$  =

## Un exemple introductif 5 :



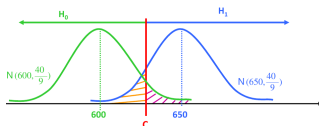
- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort
$$= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right)$$
$$= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05.$$
- $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort

## Un exemple introductif 5 :



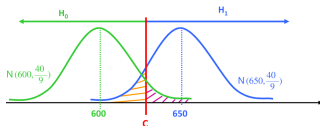
- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort
$$= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right)$$
$$= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05.$$
- $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort
$$= P_{H_1}(\bar{X} \leq C)$$

## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort
$$= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right)$$
$$= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05.$$
- $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort
$$= P_{H_1}(\bar{X} \leq C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \leq \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right)$$

## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :

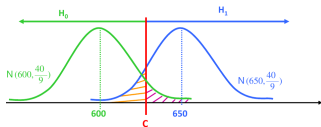
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

$$\begin{aligned}
 &= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\
 &= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05.
 \end{aligned}$$

- $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort

$$\begin{aligned}
 &= P_{H_1}(\bar{X} \leq C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \leq \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\
 &= P\left(Z \leq \frac{622 - 650}{40} 3\right)
 \end{aligned}$$

## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :

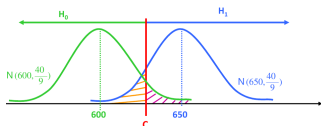
- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

$$\begin{aligned}
 &= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\
 &= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05.
 \end{aligned}$$

- $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort

$$\begin{aligned}
 &= P_{H_1}(\bar{X} \leq C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \leq \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\
 &= P\left(Z \leq \frac{622 - 650}{40} 3\right) = P(Z \leq -2.1)
 \end{aligned}$$

## Un exemple introductif 5 :



- Calculons la valeur de chacun ces risques :

- $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort

$$\begin{aligned}
 &= P_{H_0}(\bar{X} > C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\
 &= P\left(Z > \frac{622 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 1.65) \simeq 0.05.
 \end{aligned}$$

- $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort

$$\begin{aligned}
 &= P_{H_1}(\bar{X} \leq C) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \leq \frac{C - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\
 &= P\left(Z \leq \frac{622 - 650}{40} 3\right) = P(Z \leq -2.1) \simeq 0.018.
 \end{aligned}$$



## Un exemple introductif 6 :

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ ,

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ).

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ). le procédé n'a pas fait ses preuves.

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ). le procédé n'a pas fait ses preuves.
- Cette décision a été basée sur **un test d'hypothèses**.

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ). le procédé n'a pas fait ses preuves.
- Cette décision a été basée sur **un test d'hypothèses**.
- Cela a commencé par la définition des hypothèses.



## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ). le procédé n'a pas fait ses preuves.
- Cette décision a été basée sur **un test d'hypothèses**.
- Cela a commencé par la définition des hypothèses.
- Cela s'est terminé par les règles de décision,

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ). le procédé n'a pas fait ses preuves.
- Cette décision a été basée sur **un test d'hypothèses**.
- Cela a commencé par la définition des hypothèses.
- Cela s'est terminé par les règles de décision, appliquées à l'échantillon donné.

## Un exemple introductif 6 :

- La moyenne empirique de notre échantillon est :  $\bar{x} = 610.22$ .
- $\bar{x} < 622$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ). le procédé n'a pas fait ses preuves.
- Cette décision a été basée sur **un test d'hypothèses**.
- Cela a commencé par la définition des hypothèses.
- Cela s'est terminé par les règles de décision, appliquées à l'échantillon donné.

Exemple introductif  
**Principe général**

Hypothèses  
Risques  
Variable de décision  
Région critique  
Règles de décision  
Méthodologie de construction d'un test  
P-valeur

# Principe général :

## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet,

## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet, à partir de calculs sur un échantillon,

## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet, à partir de calculs sur un échantillon, de trancher entre deux hypothèses antagonistes concernant une v.a.

## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet, à partir de calculs sur un échantillon, de trancher entre deux hypothèses antagonistes concernant une v.a.
- Cela suppose donc l'existence



## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet, à partir de calculs sur un échantillon, de trancher entre deux hypothèses antagonistes concernant une v.a.
- Cela suppose donc l'existence de ces deux hypothèses,

## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet, à partir de calculs sur un échantillon, de trancher entre deux hypothèses antagonistes concernant une v.a.
- Cela suppose donc l'existence de ces deux hypothèses, d'une statistique permettant de trancher,

## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet, à partir de calculs sur un échantillon, de trancher entre deux hypothèses antagonistes concernant une v.a.
- Cela suppose donc l'existence de ces deux hypothèses, d'une statistique permettant de trancher, de calculs de risque de première et/ou de seconde espèce

## Principe général :

- Un test d'hypothèse est un procédé qui permet, à partir de calculs sur un échantillon, de trancher entre deux hypothèses antagonistes concernant une v.a.
- Cela suppose donc l'existence de ces deux hypothèses, d'une statistique permettant de trancher, de calculs de risque de première et/ou de seconde espèce et enfin d'une définition des règles de décision.

# Les hypothèses :

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première,



## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ),

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*".

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième,

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ),

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but de trouver suffisamment d'arguments



## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but de trouver suffisamment d'arguments pour valider ( $H_1$ ).

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but de trouver suffisamment d'arguments pour valider ( $H_1$ ).
- On peut avoir

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but de trouver suffisamment d'arguments pour valider ( $H_1$ ).
- On peut avoir des hypothèses simples de type ( $\theta = \theta_0$ )

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but de trouver suffisamment d'arguments pour valider ( $H_1$ ).
- On peut avoir des hypothèses simples de type ( $\theta = \theta_0$ ) ou des hypothèses composites unilatérales comme ( $\theta > \theta_0$ )

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but de trouver suffisamment d'arguments pour valider ( $H_1$ ).
- On peut avoir des hypothèses simples de type ( $\theta = \theta_0$ ) ou des hypothèses composites unilatérales comme ( $\theta > \theta_0$ ) ou bien ( $\theta < \theta_0$ )

## Les hypothèses :

- Les deux hypothèses doivent être incompatibles et complémentaires.
- La première, **hypothèse nulle** notée ( $H_0$ ), correspond à "*on continue comme avant, on garde les anciennes recettes que l'on connaît mieux*". C'est l'hypothèse la moins risquée.
- La deuxième, **hypothèse alternative** notée ( $H_1$ ), correspond à une situation moins connue, plus risquée.
- Le test d'hypothèse a pour principal but de trouver suffisamment d'arguments pour valider ( $H_1$ ).
- On peut avoir des hypothèses simples de type ( $\theta = \theta_0$ ) ou des hypothèses composites unilatérales comme ( $\theta > \theta_0$ ) ou bien ( $\theta < \theta_0$ ) ou bilatérales comme ( $\theta \neq \theta_0$ ).

# Les risques :

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse,



## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur.

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

### ❶ Risque de première espèce

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

❶ **Risque de première espèce**  $\alpha =$

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

- ❶ **Risque de première espèce**  $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort.

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

- ❶ **Risque de première espèce**  $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort.
- ❷ **Risque de deuxième espèce**

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

- ❶ **Risque de première espèce**  $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort.
- ❷ **Risque de deuxième espèce**  $\beta$  =

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

- ❶ **Risque de première espèce**  $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort.
- ❷ **Risque de deuxième espèce**  $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort.



## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

- ❶ **Risque de première espèce**  $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort.
- ❷ **Risque de deuxième espèce**  $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort.
- ❸ On définit ensuite la **Puissance du test**

## Les risques :

Lorsqu'on prend une décision de rejeter ou non une certaine hypothèse, il y a forcément un risque d'erreur. On distingue deux types de risques d'erreur :

- ❶ **Risque de première espèce**  $\alpha$  = probabilité de valider ( $H_1$ ) à tort.
- ❷ **Risque de deuxième espèce**  $\beta$  = probabilité de valider ( $H_0$ ) à tort.
- ❸ On définit ensuite la **Puissance du test**  $= 1 - \beta$ .

Exemple introductif  
**Principe général**

Hypothèses  
Risques  
**Variable de décision**  
Région critique  
Règles de décision  
Méthodologie de construction d'un test  
P-valeur

# La variable de décision :

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ ,

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider ( $H_0$ ) ou ( $H_1$ ).

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider ( $H_0$ ) ou ( $H_1$ ).
- En général,

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider ( $H_0$ ) ou ( $H_1$ ).
- En général,  $Y =$  estimateur du paramètre concerné par ( $H_0$ ).



## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider ( $H_0$ ) ou ( $H_1$ ).
- En général,  $Y$  = estimateur du paramètre concerné par ( $H_0$ ).
- La connaissance de la loi de  $Y$ ,

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider ( $H_0$ ) ou ( $H_1$ ).
- En général,  $Y$  = estimateur du paramètre concerné par ( $H_0$ ).
- La connaissance de la loi de  $Y$ , sous ( $H_0$ ) au moins,

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider  $(H_0)$  ou  $(H_1)$ .
- En général,  $Y$  = estimateur du paramètre concerné par  $(H_0)$ .
- La connaissance de la loi de  $Y$ , sous  $(H_0)$  au moins, est essentielle pour pouvoir faire les calculs liés au test.

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider  $(H_0)$  ou  $(H_1)$ .
- En général,  $Y$  = estimateur du paramètre concerné par  $(H_0)$ .
- La connaissance de la loi de  $Y$ , sous  $(H_0)$  au moins, est essentielle pour pouvoir faire les calculs liés au test.
- **Exemple :** Si  $(H_0 : \mu = \mu_0)$ ,

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider  $(H_0)$  ou  $(H_1)$ .
- En général,  $Y$  = estimateur du paramètre concerné par  $(H_0)$ .
- La connaissance de la loi de  $Y$ , sous  $(H_0)$  au moins, est essentielle pour pouvoir faire les calculs liés au test.
- **Exemple :** Si  $(H_0 : \mu = \mu_0)$ , on prendra  $Y = \overline{X}_n$ .

## La variable de décision :

- Il s'agit de la v.a.,  $Y$ , qui est calculée sur l'échantillon et dont la valeur permet de valider  $(H_0)$  ou  $(H_1)$ .
- En général,  $Y$  = estimateur du paramètre concerné par  $(H_0)$ .
- La connaissance de la loi de  $Y$ , sous  $(H_0)$  au moins, est essentielle pour pouvoir faire les calculs liés au test.
- **Exemple :** Si  $(H_0 : \mu = \mu_0)$ , on prendra  $Y = \overline{X}_n$ .  
Généralement  $\overline{X}_n \sim \mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ .

# Région critique :

## Région critique :

- **Région critique :**



## Région critique :

- **Région critique** :  $W =$

## Région critique :

- **Région critique** :  $W$  = ensemble des valeurs de  $Y$  pour lesquelles on rejette ( $H_0$ )

## Région critique :

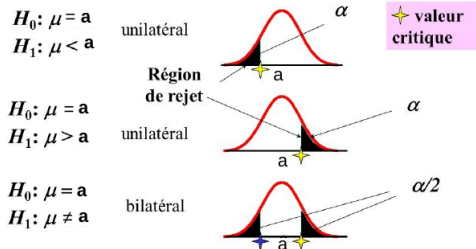
- **Région critique** :  $W$  = ensemble des valeurs de  $Y$  pour lesquelles on rejette  $(H_0)$  = région de choix de  $(H_1)$ .

## Région critique :

- **Région critique** :  $W$  = ensemble des valeurs de  $Y$  pour lesquelles on rejette ( $H_0$ ) = région de choix de ( $H_1$ ).
- Sa forme dépend du type d'hypothèse :

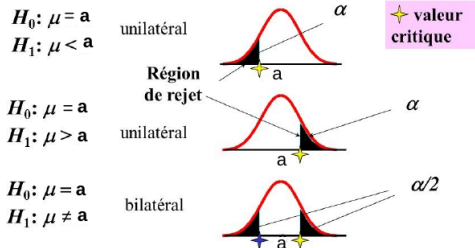
## Région critique :

- **Région critique** :  $W$  = ensemble des valeurs de  $Y$  pour lesquelles on rejette ( $H_0$ ) = région de choix de ( $H_1$ ).
- Sa forme dépend du type d'hypothèse :



## Région critique :

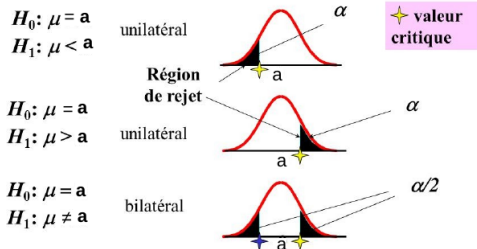
- **Région critique** :  $W$  = ensemble des valeurs de  $Y$  pour lesquelles on rejette ( $H_0$ ) = région de choix de ( $H_1$ ).
- Sa forme dépend du type d'hypothèse :



- $W = \{Y < C\}$ ,

## Région critique :

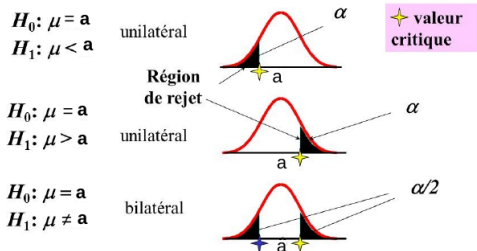
- **Région critique** :  $W$  = ensemble des valeurs de  $Y$  pour lesquelles on rejette ( $H_0$ ) = région de choix de ( $H_1$ ).
- Sa forme dépend du type d'hypothèse :



- $W = \{Y < C\}$ , ou bien  $W = \{Y > C\}$ ,

## Région critique :

- **Région critique** :  $W$  = ensemble des valeurs de  $Y$  pour lesquelles on rejette ( $H_0$ ) = région de choix de ( $H_1$ ).
- Sa forme dépend du type d'hypothèse :



- $W = \{Y < C\}$ , ou bien  $W = \{Y > C\}$ , ou bien  $W = \{Y < C_1 \text{ ou } Y > C_2\}$ .



# Règles de décision :

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .
- Les règles de décision sont alors :

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .
- Les règles de décision sont alors :
  - ① Si  $Y \in W$ ,

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .
- Les règles de décision sont alors :
  - 1 Si  $Y \in W$ , on rejette ( $H_0$ ),

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .
- Les règles de décision sont alors :
  - 1 Si  $Y \in W$ , on rejette ( $H_0$ ), on valide ( $H_1$ ).



## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .
- Les règles de décision sont alors :
  - 1 Si  $Y \in W$ , on rejette ( $H_0$ ), on valide ( $H_1$ ).
  - 2 Si  $Y \notin W$ ,

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .
- Les règles de décision sont alors :
  - 1 Si  $Y \in W$ , on rejette ( $H_0$ ), on valide ( $H_1$ ).
  - 2 Si  $Y \notin W$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ),

## Règles de décision :

- Les niveaux de risque choisis permettent de déterminer la région critique,  $W$ .
- Les règles de décision sont alors :
  - 1 Si  $Y \in W$ , on rejette ( $H_0$ ), on valide ( $H_1$ ).
  - 2 Si  $Y \notin W$ , on ne peut pas rejeter ( $H_0$ ), on doit rejeter ( $H_1$ ).

Exemple introductif  
**Principe général**

Hypothèses  
Risques  
Variable de décision  
Région critique  
Règles de décision  
**Méthodologie de construction d'un test**  
P-valeur

# Méthodologie :

# Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .



## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .
- 5 Utilisation de  $\alpha$  pour déterminer  $W$ ,

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .
- 5 Utilisation de  $\alpha$  pour déterminer  $W$ , donc le(s) seuil(s).

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .
- 5 Utilisation de  $\alpha$  pour déterminer  $W$ , donc le(s) seuil(s).
- 6 Calcul,

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .
- 5 Utilisation de  $\alpha$  pour déterminer  $W$ , donc le(s) seuil(s).
- 6 Calcul, si possible,

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .
- 5 Utilisation de  $\alpha$  pour déterminer  $W$ , donc le(s) seuil(s).
- 6 Calcul, si possible, du risque de deuxième espèce  $\beta$ ,

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .
- 5 Utilisation de  $\alpha$  pour déterminer  $W$ , donc le(s) seuil(s).
- 6 Calcul, si possible, du risque de deuxième espèce  $\beta$ , et donc de la puissance  $1 - \beta$ .

## Méthodologie :

- 1 Choix de  $(H_0)$  et de  $(H_1)$ .
- 2 Détermination de la variable de décision  $Y$ .
- 3 Précision de la forme de la région critique  $W$ .
- 4 Choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$ .
- 5 Utilisation de  $\alpha$  pour déterminer  $W$ , donc le(s) seuil(s).
- 6 Calcul, si possible, du risque de deuxième espèce  $\beta$ , et donc de la puissance  $1 - \beta$ .
- 7 Enoncé des règles de décision.

# P-valeur 1 :



## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à

## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon

## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).

## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- 2 La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.

## P-valeur 1 :

- ➊ Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- ➋ La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- ➌ Ils donnent tous en sortie

## P-valeur 1 :

- ➊ Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- ➋ La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- ➌ Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon,

## P-valeur 1 :

- ➊ Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- ➋ La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- ➌ Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon, appelée

## P-valeur 1 :

- ➊ Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- ➋ La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- ➌ Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon, appelée **P-valeur** ou **P-value**.



## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- 2 La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- 3 Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon, appelée **P-valeur** ou **P-value**.
- 4 Si la P-valeur est inférieure à  $\alpha$

## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- 2 La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- 3 Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon, appelée **P-valeur** ou **P-value**.
- 4 Si la P-valeur est inférieure à  $\alpha$  on valide ( $H_1$ ).

## P-valeur 1 :

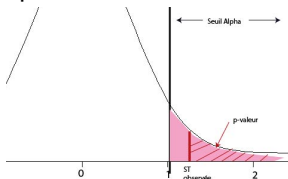
- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- 2 La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- 3 Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon, appelée **P-valeur** ou **P-value**.
- 4 Si la P-valeur est inférieure à  $\alpha$  on valide ( $H_1$ ).
- 5 Si la P-valeur est supérieure à  $\alpha$

## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- 2 La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- 3 Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon, appelée **P-valeur** ou **P-value**.
- 4 Si la P-valeur est inférieure à  $\alpha$  on valide ( $H_1$ ).
- 5 Si la P-valeur est supérieure à  $\alpha$  on valide ( $H_0$ ).

## P-valeur 1 :

- 1 Nous avons vu que les règles de décision consistaient à comparer la valeur réalisée par l'échantillon à un (des) seuil(s).
- 2 La plupart des logiciels, langages et outils informatiques procèdent autrement.
- 3 Ils donnent tous en sortie une valeur calculée à partir de l'échantillon, appelée **P-valeur** ou **P-value**.
- 4 Si la P-valeur est inférieure à  $\alpha$  on valide ( $H_1$ ).
- 5 Si la P-valeur est supérieure à  $\alpha$  on valide ( $H_0$ ).



## P-valeur 2 :

## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité,

## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité, sous ( $H_0$ ),



## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité, sous ( $H_0$ ), d'obtenir des valeurs encore plus extrêmes

## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité, sous ( $H_0$ ), d'obtenir des valeurs encore plus extrêmes que la valeur donnée par l'échantillon présent.

## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité, sous ( $H_0$ ), d'obtenir des valeurs encore plus extrêmes que la valeur donnée par l'échantillon présent.

#### ❶ La forme

## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité, sous ( $H_0$ ), d'obtenir des valeurs encore plus extrêmes que la valeur donnée par l'échantillon présent.

- 1 La forme et la méthode de calcul

## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité, sous ( $H_0$ ), d'obtenir des valeurs encore plus extrêmes que la valeur donnée par l'échantillon présent.

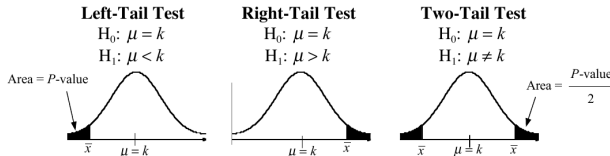
- 1 La forme et la méthode de calcul dépendent du type d'hypothèses en jeu :

## P-valeur 2 :

### Définition

On appelle P-valeur la probabilité, sous ( $H_0$ ), d'obtenir des valeurs encore plus extrêmes que la valeur donnée par l'échantillon présent.

- 1 La forme et la méthode de calcul dépendent du type d'hypothèses en jeu :



Exemple introductif  
**Principe général**

Hypothèses  
Risques  
Variable de décision  
Région critique  
Règles de décision  
Méthodologie de construction d'un test  
**P-valeur**

## P-valeur 3 :

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.



## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ),

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .
- 4 La P-valeur est donc égale à

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .
- 4 La P-valeur est donc égale à

$$P_{H_0}(\bar{X} > 610.22)$$



## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .
- 4 La P-valeur est donc égale à

$$P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right)$$

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous  $(H_0)$ , des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .
- 4 La P-valeur est donc égale à

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{610.22 - 600}{40} 3\right) \end{aligned}$$

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous  $(H_0)$ , des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .
- 4 La P-valeur est donc égale à

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{610.22 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 0.767) \end{aligned}$$

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous  $(H_0)$ , des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .
- 4 La P-valeur est donc égale à

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{610.22 - 600}{40} \sqrt{9}\right) = P(Z > 0.767) \simeq 0.22. \end{aligned}$$

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous  $(H_0)$ , des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .

- 4 La P-valeur est donc égale à

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{610.22 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 0.767) \simeq 0.22. \end{aligned}$$

- 5 La P-valeur est supérieure à  $\alpha$

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .

- 4 La P-valeur est donc égale à

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{610.22 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 0.767) \simeq 0.22. \end{aligned}$$

- 5 La P-valeur est supérieure à  $\alpha$  ( $0.22 > 0.05$ )

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous  $(H_0)$ , des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .

- 4 La P-valeur est donc égale à

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{610.22 - 600}{40} 3\right) = P(Z > 0.767) \simeq 0.22. \end{aligned}$$

- 5 La P-valeur est supérieure à  $\alpha$  ( $0.22 > 0.05$ ) on valide  $(H_0)$ .

## P-valeur 3 :

- 1 Calculons la p-valeur pour l'exemple introductif des faiseurs de pluie.
- 2 L'échantillon des 9 années de test avait donné  $\bar{x} = 610.22$ .
- 3 Sous ( $H_0$ ), des valeurs encore plus extrêmes sont des valeurs qui correspondent à  $\bar{X} > 610.22$ .

- 4 La P-valeur est donc égale à

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\bar{X} > 610.22) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \frac{610.22 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{610.22 - 600}{40} \sqrt{9}\right) = P(Z > 0.767) \simeq 0.22. \end{aligned}$$

- 5 La P-valeur est supérieure à  $\alpha$  ( $0.22 > 0.05$ ) on valide ( $H_0$ ).  
Et on retrouve le même résultat que celui obtenu par la comparaison au seuil.



# P-valeur 4 :

## P-valeur 4 :

