

# SCRIPT DE SOUTENANCE

## Évaluation Thermomécanique des Zones Critiques d'Endommagement dans les Aubes de Turbines Multicouches Nouvelle Génération

Projet Industriel 5A-IDSa – ONERA / ESTACA / Safran

Johan GUITTON · Achille VOISIN · Lionel DAURIAC · Maxime LEBOEUF

26 janvier 2026

### RÉPARTITION DES ORATEURS – 32 SLIDES

 Johan  Achille  Lionel  Maxime

*Durée totale : 40 minutes (10 min chacun) + 15 min questions*

Orateur	Slides	Sections	Durée
Johan	1–10	Intro + Contexte + Objectifs	10 min
Achille	11–19	Méthode Spectrale + Matrices	10 min
Lionel	20–24	Implémentation + Dashboard	10 min
Maxime	25–32	Résultats + Validation + Conclusion	10 min

## Table des matières

<b>1</b>	<b>PARTIE 1 : Contexte Industriel et Objectifs (Johan – 10 min)</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>PARTIE 2 : Modélisation Mathématique (Achille – 10 min)</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>PARTIE 3 : Implémentation Logicielle (Lionel – 10 min)</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>PARTIE 4 : Résultats, Validation et Conclusion (Maxime – 10 min)</b>	<b>11</b>
	<b>BACKUP : Questions Anticipées</b>	<b>14</b>

## 1 PARTIE 1 : Contexte Industriel et Objectifs (Johan – 10 min)

### JOHAN – Slide 1 : Titre (30 sec)

[Se lever, sourire au jury]

« Bonjour à tous, merci d'être présents pour notre soutenance de projet industriel.

Je suis Johan Guitton, et avec mes collègues Achille Voisin, Lionel Dauriac et Maxime Leboeuf, nous allons vous présenter notre projet :

**“Évaluation Thermomécanique des Zones Critiques d'Endommagement dans les Aubes de Turbines Multicouches Nouvelle Génération”**

Nous avons développé une **méthode spectrale** implémentée en **Python/Streamlit**, sous l'encadrement de l'ONERA avec Aurélien Vattré, et de l'ESTACA avec Daniel Gaffié. »

### JOHAN – Slide 2 : Structure de la Présentation (30 sec)

« Voici la structure de notre présentation en **4 parties** :

1. **Contexte Industriel & Objectifs** – que je vais vous présenter maintenant : les enjeux des turbines HP et les problématiques TBC.
2. **Modélisation Mathématique** – Achille détaillera la méthode spectrale, les formulations théoriques et l'approche semi-analytique.
3. **Implémentation Logicielle** – Lionel présentera l'architecture du code Python, les modules de calcul et l'interface Streamlit.
4. **Résultats & Validation** – Maxime conclura avec les résultats numériques, les études paramétriques et la validation ONERA.

»

### JOHAN – Slide 3 : Turbines Haute Pression (1 min 30)

« Commençons par le contexte industriel.

Les turbines haute pression sont des **composants critiques** des moteurs aéronautiques. Elles fonctionnent dans un **environnement extrême** :

- Températures des gaz de combustion : **supérieures à 1500°C**
- Gradients thermiques **sévères** : jusqu'à **200°C sur quelques millimètres**
- Contraintes mécaniques intenses : force centrifuge + fatigue cyclique

**Le défi** : l'industrie cherche constamment à augmenter les températures de fonctionnement pour améliorer l'**efficacité énergétique** des moteurs.

Chaque gain de 10°C représente environ **1 à 2%** d'amélioration du rendement thermodynamique. »

### JOHAN – Slide 4 : Architecture TBC Multicouche (1 min 30)

« Pour protéger les aubes de ces conditions extrêmes, on utilise des **systèmes TBC** – Thermal Barrier Coating.

[Pointer le schéma en coupe des 3 couches]

Notre système multicouche comprend **trois couches** :

1. **La céramique TBC** (en haut) – 50 à 500  $\mu\text{m}$ 
  - Zircone stabilisée Yttrium (YSZ 7%)

- Assure l'**isolation thermique principale**
- Conductivité très faible : 1,5 W/m·K
- 2. Le Bond Coat** (couche d'accroche) – environ 10  $\mu\text{m}$
- Alliage MCrAlY
- Assure l'**adhésion** et la protection contre l'oxydation
- 3. Le Substrat** (en bas) – environ 500  $\mu\text{m}$
- Superalloy base nickel (Inconel 718)
- Assure la **résistance mécanique** structurelle
- »

#### JOHAN – Slide 5 : Mécanismes de Défaillance (1 min 30)

« Ces systèmes TBC présentent malheureusement des **modes de défaillance critiques**.  
[Pointer les schémas 3D des différents mécanismes]

**La délamination** (décohésion) :

- Perte d'adhésion à l'interface céramique/bond coat
- Due aux contraintes d'arrachement  $\sigma_{33}$

**L'écaillage** (spalling) :

- Perte de morceaux de revêtement
- Réduit drastiquement la protection thermique

**La fissuration** :

- Propagation de fissures traversantes
- Par concentration de contraintes aux interfaces

**Impact** : Ces phénomènes sont la **cause principale de défaillance** des systèmes TBC, avec des coûts de maintenance très élevés. »

#### JOHAN – Slide 6 : Objectifs du Projet (1 min)

« Face à ces problématiques, notre projet vise à développer un **outil de prédiction thermomécanique**.

**4 objectifs principaux** :

- 1. Modéliser** – la réponse thermomécanique d'architectures multicouches 3D avec une formulation semi-analytique rigoureuse.
- 2. Prédire** – les zones critiques d'endommagement aux interfaces, identifier les dépassements de seuils de contrainte.
- 3. Quantifier** – les effets des paramètres clés : anisotropie, contrastes thermiques, épaisseurs.
- 4. Fournir** – des cartes de sensibilité pour guider la conception et optimiser les aubes pour plus de robustesse. »

#### JOHAN – Slide 7 : Partenaires (45 sec)

« Ce projet a été réalisé en partenariat avec trois acteurs majeurs :

**ONERA** – Research & Science

- Expertise mécanique des matériaux

- Supervision scientifique : Aurélien Vattré
- Safran** – Industry & Defense
- Contexte industriel et données matériaux
  - Validation des résultats
- ESTACA** – Engineering School
- Formation ingénieur et encadrement pédagogique
  - Daniel Gaffié
- »

### JOHAN – Slide 8 : Planning du Projet (45 sec)

- « Notre projet s'est déroulé sur **6 à 8 mois** en 4 phases principales :
- Phase 1** (Mois 1-2) : Bibliographie & Théorie
- Étude de la méthode spectrale, compréhension des équations
- Phase 2** (Mois 2-4) : Développement Module Calcul
- Implémentation Python des solveurs
- Phase 3** (Mois 4-6) : Interface & Visualisations
- Développement Streamlit et Plotly 3D
- Phase 4** (Mois 6-8) : Validation & Documentation
- Tests croisés et rédaction du rapport
- »

### JOHAN – Slide 9 : Méthodologie Générale (1 min)

- « Voici le **flux de calcul** de notre approche semi-analytique.
- [Pointer le schéma de flux]**
- Entrées** : Paramètres géométriques ( $\alpha, L_w, \beta$ ), propriétés matériaux.
- Thermique** : Résolution par séries de Fourier, équation de conduction.
- Mécanique** : Construction de la matrice  $\Gamma(\tau)$ , calcul des valeurs propres.
- Domage** : Application des critères D et Tsai-Wu.
- Sortie** : Profils de contraintes, visualisation 3D, recommandations.
- Nous avons également ajouté le logo Safran pour souligner notre partenariat industriel. »

### JOHAN – Slide 10 : Livrables (1 min)

- « Notre projet a généré **trois livrables** principaux :
- 1. Module de Calcul Python** – environ **3000 lignes** de code
    - 5 modules spécialisés dans le répertoire **core/**
    - Solveurs thermique et mécanique complets
  - 2. Interface Streamlit Interactive**
    - 8 onglets spécialisés
    - Dashboard avec KPIs en temps réel
    - Visualisations 3D avec Plotly
  - 3. Documentation Technique**

- Rapport de synthèse complet
- Traçabilité Théorie  $\leftrightarrow$  Code
- Tests et validation

Je passe maintenant la parole à Achille pour la modélisation mathématique. »

## 2 PARTIE 2 : Modélisation Mathématique (Achille – 10 min)

### ACHILLE – Slide 11 : Introduction Méthode Spectrale (1 min)

« Merci Johan. Je vais maintenant vous présenter les **fondements mathématiques** de notre approche.

La **méthode spectrale** repose sur un principe fondamental : la **décomposition en séries de Fourier**.

[Pointer le schéma domaine spatial  $\rightarrow$  domaine spectral]

**Principe** : On décompose les champs physiques en séries de Fourier doubles.

La formule de base :

$$T(x) = \sum T_{mn} \sin(\delta x)$$

**Avantages vs Éléments Finis (FEM) :**

- **Semi-Analytique** : pas de discrétisation spatiale
- **Rapidité** : résolution directe sans maillage
- **Précision** : erreurs numériques minimales

»

### ACHILLE – Slide 12 : Représentation Spectrale de la Température (1 min)

« La **représentation spectrale** de la température est la première étape clé.

Le champ de température s'écrit :

$$T(x_1, x_2, x_3) = \sum T_{mn}(x_3) \sin(\delta_1 x_1) \sin(\delta_2 x_2)$$

avec le nombre d'onde :

$$\delta = \frac{\pi}{L_w}$$

[Pointer la visualisation 3D des ondes]

$L_w$  représente la **longueur d'onde** de la perturbation thermique latérale.

$T_{mn}(x_3)$  sont les amplitudes modales – elles dépendent **uniquement de la profondeur**.

**Transformation** : On passe d'équations 3D complexes à des équations 1D plus simples à résoudre. C'est une **simplification majeure**. »

### ACHILLE – Slide 13 : Solution Thermique par Couche (1 min)

« **Étape 3** : Dans chaque couche  $i$ , la solution de l'équation de conduction est **exponentielle**.

$$T^{(i)}(x_3) = A^{(i)} e^{\lambda^{(i)} x_3} + B^{(i)} e^{-\lambda^{(i)} x_3}$$

L'exposant thermique  $\lambda$  dépend du ratio de conductivités :

$$\lambda^{(i)} = \delta_\eta \sqrt{\frac{k_{\eta\eta}^{(i)}}{k_{33}^{(i)}}}$$

**Solution Exponentielle** : Valide pour chaque couche  $i$ .

**Anisotropie** :  $\lambda$  dépend du ratio  $k_\eta/k_{33}$ .

**Système Global** : 2N inconnues (A, B) déterminées par continuité aux interfaces. »

### ACHILLE – Slide 14 : Loi de Hooke Thermo-Élastique (1 min)

« **Étape 4** : La formulation mécanique repose sur la **loi de Hooke thermo-élastique**.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl} \Delta T)$$

[Pointer le schéma tensoriel avec la matrice C]

Le tenseur de rigidité  $C_{ijkl}$  contient les propriétés élastiques de chaque couche.

**Propriétés par couche** :

Matériau	$C_{11}$	$\alpha$
Substrat (Ni)	260 GPa	13 $\mu\varepsilon/K$
Bond Coat	180 GPa	14 $\mu\varepsilon/K$
Céramique	50 GPa	10 $\mu\varepsilon/K$

Le **contraste important** entre les propriétés ( $C_{11}$  varie de 260 à 50 GPa) est la source principale des contraintes aux interfaces. »

### ACHILLE – Slide 15 : Ansatz de Déplacement Modal (1 min)

« **Étape 5** : On suppose une **forme particulière** pour les déplacements.

**Déplacement** :

$$u_i = V_i(x_3) \times \text{trig}(\delta x_1, \delta x_2)$$

**Amplitude** :

$$V_i(x_3) = A_i \exp(\tau x_3)$$

où  $\tau$  est la **valeur propre** à déterminer.

[Pointer la visualisation 3D des modes propres]

**Concept clé** : Condition de Radiation

$$\boxed{\text{Re}(\tau) < 0}$$

Cette condition assure la **stabilité** et la **décroissance** des perturbations en profondeur. »

### ACHILLE – Slide 16 : Matrice Dynamique $\Gamma(\tau)$ (1 min 30) – TECHNIQUE

« **Étape 6** : Le cœur de notre méthode est la **matrice dynamique**  $\Gamma(\tau)$ .

[Pointer la matrice affichée]

$$\Gamma(\tau) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ -L_{31} & -L_{32} & L_{33} \end{pmatrix}$$

**Structure** : Assemblage des 9 opérateurs  $L_{jk}$ .

**Diagonale** : Résistance à la déformation ( $L_{ii}$ ).

**Point CRITIQUE** : **Antisymétrie** des termes croisés :

$$L_{13} = -L_{31}$$

Cette propriété provient de l'équilibre en direction  $x_3$  et est **essentielle** pour la physique correcte.

L'équation caractéristique est :

$$\det(\Gamma(\tau)) = 0$$

»

### ACHILLE – Slide 17 : Résolution Équation Caractéristique (1 min)

« La résolution de  $\det(\Gamma(\tau)) = 0$  donne un **polynôme d'ordre 6**.

**Astuce mathématique** : Changement de variable  $X = \tau^2$ .

**[Pointer le schéma de réduction]**

**Input** : Polynôme ordre 6  $\rightarrow \det(\Gamma(\tau)) = 0$

**Intermédiaire** : Polynôme cubique  $\rightarrow c_6X^3 + c_4X^2 + c_2X + c_0 = 0$

**Output** : **3 racines sélectionnées**

**Sélection Physique** : Dans le plan complexe, on ne conserve que les ondes **évanescentes** avec  $\text{Re}(\tau) < 0$ .

**[Pointer le graphique du plan complexe avec racines vertes/rouges]**

Les racines rouges ( $\text{Re} > 0$ ) sont rejetées car non physiques. »

### ACHILLE – Slide 18 : Assemblage 9×9 avec Sollicitation Thermique (1 min 30)

« **Étape 7** : On assemble un système linéaire global  $9 \times 9$ .

**[Pointer la visualisation de la matrice bloc-diagonale]**

$$[K_{Dyn}] \cdot \{A\} = \{F_{Th}\}$$

La matrice  $K_{Dyn}$  est **bloc-diagonale** :

- 3 blocs  $\Gamma(\tau_r)$  sur la diagonale
- Chaque bloc correspond à une valeur propre

Le vecteur  $F_{Th}$  contient les **termes sources thermiques**  $Q_\alpha$  :

- Couplage entre dilatation thermique et rigidités

**Résolution** : Inversion matricielle pour trouver les 9 amplitudes  $A$ . »

### ACHILLE – Slide 19 : Assemblage Multicouche (1 min)

« **Étape 8** : Pour  $N$  couches, on assemble un système global.

**[Pointer le diagramme multicouche]**

**Conditions aux limites** : Surface libre en haut et en bas ( $\sigma \cdot n = 0$ ).



**Conditions de continuité** : Aux interfaces, continuité de  $u$  et  $\sigma$ .

**Tableau de réduction** :

	N = 3 couches	Spectral
Théorique	27 équations	
Spectral		<b>18 équations</b>

**Gain : -9 équations!** L'équilibre volumique est **implicitement satisfait** par l'approche modale.

Je passe la parole à Lionel pour l'implémentation logicielle. »

### 3 PARTIE 3 : Implémentation Logicielle (Lionel – 10 min)

#### LIONEL – Slide 20 : Critères d'Endommagement (1 min 30)

« Merci Achille. Avant de présenter l'implémentation, je vais d'abord expliquer les **critères d'endommagement** que nous calculons.

**Indicateur de Dommage D** :

$$D = \max \left( \frac{|\sigma_{ij}|}{\sigma_{crit}} \right)$$

[Pointer la jauge colorée]

**Interprétation** :

- $D < 0.5$  : Zone **Sûre** (vert)
- $0.5 \leq D < 0.8$  : Zone de **Prudence** (orange)
- $D \geq 0.8$  : Zone **Critique/Rupture** (rouge)

**Critère de Tsai-Wu** (matériaux anisotropes) :

$$F = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \geq 1$$

**Contraintes critiques** : Substrat 1000 MPa, Bond Coat 500 MPa, Céramique 150 MPa. »

#### LIONEL – Slide 21 : Stabilité Numérique (1 min 30)

« Un défi majeur de notre projet : la **stabilité numérique**.

**Problème** : Le conditionnement de la matrice peut dépasser  $10^{30}$  !

[Pointer le schéma : **Chaos** → **Régularisation** → **Stabilité**]

**Nos solutions** :

##### 1. Préconditionnement (Scaling)

$$K' = D_r \cdot K \cdot D_c$$

Normalisation des ordres de grandeur.

##### 2. Régularisation Tikhonov (SVD)

$$K = U \Sigma V^T$$

Filtrage des valeurs singulières :  $\sigma_i \rightarrow 0$  si  $\sigma_i < \epsilon$ .

##### 3. Normalisation Globale

$$C_{ref} = 200 \text{ GPa}$$

Ces techniques nous permettent d'atteindre une précision de  $10^{-8}$  sur les résultats. »

**LIONEL – Slide 22 : Architecture Logicielle (1 min 30)**

« Voici l'**architecture de notre code** Python.

**[Pointer le schéma de l'architecture]**

**Répertoire core/** – 5 modules :

- `mechanical_pdf.py` : Solveur Spectral (**1031 lignes**)
- `mechanical.py` : Assemblage Multicouche (**1507 lignes**)
- `damage_analysis.py` : Critères Endommagement (**367 lignes**)
- `calculation.py` : Solveur Thermique (**269 lignes**)
- `constants.py` : Données Matériaux

**Volume total** : environ **3000 lignes** de code.

**Langage** : Python 3.x

**Organisation** : Modulaire et orientée objet pour faciliter la maintenance. »

**LIONEL – Slide 23 : Interface Streamlit - Dashboard (2 min)**

« Notre interface utilisateur est construite avec **Streamlit**.

**[Montrer la capture d'écran du dashboard]**

**6 KPI Cards** : Indicateurs clés en temps réel

- Température interface : 1050°C (seuil critique)
- Épaisseur TBC :  $320 \pm 20 \mu\text{m}$
- Indicateur D : 0.75 (performance acceptable)
- Temps de réponse : 12 ms (optimal)
- Connectivité : Data stream 5G stable
- Santé système : 98%, maintenance dans 30j

**Badge Conforme ONERA** : Validation automatique.

**Visualisation 3D** : Cartographie thermique interactive (Plotly).

**Aide à la décision** : Jauge de risque + Radar multi-critères. »

**LIONEL – Slide 24 : Résultats Thermiques (1 min 30)**

« Passons aux **premiers résultats** : le profil thermique.

**[Pointer le graphique  $T(z)$ ]**

**Observations clés** :

**Gradient thermique** par couche :

- Substrat : gradient **faible** ( $\sim 20^\circ\text{C}/\text{mm}$ )
- Céramique : gradient **extrême** ( $\sim 400^\circ\text{C}/\text{mm}$ )

**Température à l'interface** : environ **1050°C**

Comparée au seuil critique  $T_{crit} = 1100^\circ\text{C}$  : nous avons une **marge de 50°C**.

**Influence des paramètres** :

- Épaisseur TBC  $\uparrow \Rightarrow T_{interface} \downarrow$
- Conductivité  $\downarrow \Rightarrow$  Isolation  $\uparrow$

Je laisse maintenant la parole à Maxime pour les résultats mécaniques et la conclusion. »

## 4 PARTIE 4 : Résultats, Validation et Conclusion (Maxime – 10 min)

### MAXIME – Slide 25 : Résultats Mécaniques - Contraintes (1 min 30)

« Merci Lionel. Je vais maintenant vous présenter les **résultats mécaniques**.

**[Pointer les deux graphiques de profils  $\sigma(z)$ ]**

**Graph 1 : Contrainte d'arrachement  $\sigma_{33}$**

- Pic maximal à l'interface BC/Céramique
- Valeur : environ **200 MPa**
- Seuil critique : 150 MPa → **Dépassé !**

**Graph 2 : Contrainte de cisaillement  $\sigma_{13}$**

- Pic à **250 MPa** à l'interface
- Décroissance rapide dans le substrat

**Points clés :**

- Risque de délamination si  $\sigma_{33} > \sigma_{crit}$
- Valeurs typiques : 50 à 200 MPa

»

### MAXIME – Slide 26 : Études Paramétriques (1 min 30)

« Nous avons réalisé des **études de sensibilité** pour identifier les leviers de conception.

**[Pointer les courbes de tendance et la heatmap]**

**Influence de l'épaisseur ( $\alpha$ ) :**

- $\alpha \uparrow \Rightarrow D \downarrow$  (bénéfique)
- Un TBC plus épais réduit les contraintes

**Influence de la longueur d'onde ( $L_w$ ) :**

- $L_w \downarrow \Rightarrow D \uparrow$  (critique)
- Perturbations courtes = gradients plus forts

**Influence de la conductivité ( $\beta$ ) :**

- $\beta \downarrow \Rightarrow D \uparrow$

**Recommandation** :  $\alpha \geq 0.2$  pour applications haute pression.

**Physique** : TBC épais = meilleure isolation et gradients réduits. »

### MAXIME – Slide 27 : Validation ONERA/Safran (1 min 30)

« Nos résultats ont été **validés** par comparaison aux données de référence ONERA/Safran.

**[Pointer le tableau de comparaison et le badge]**

**Comparaison Code vs Référence :**

	Valeur Code	Valeur Réf	Écart
$C_{11}$ Substrat	145 GPa	144.8 GPa	<b>0.15%</b>
$C_{12}$ Substrat	60 GPa	60.0 GPa	<b>0.0%</b>
$C_{11}$ Céramique	420 GPa	418.5 GPa	<b>0.36%</b>

**Écarts** < 1% sur les modules élastiques.

**Contraintes** : Résultat code = 600 MPa, dans la plage FEM ONERA (400–800 MPa).  
⇒ Badge “**CONFORME ONERA**” affiché dans le dashboard. »

### MAXIME – Slide 28 : Démonstration Application (1 min)

« Voici le **parcours utilisateur** de notre application.

**[Pointer les 4 étapes du workflow]**

#### 1. Paramétrage

— Entrée des paramètres :  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $L_w$

#### 2. Calcul Rapide

— Résolution spectrale en **moins d’une seconde**

#### 3. Visualisation

— Dashboard et profils 3D interactifs

#### 4. Rapport

— Export PDF/CSV avec conseils automatiques

**Interface** : Streamlit interactive

**Feedback** : Instantané

**Usage** : Aide à la décision rapide. »

### MAXIME – Slide 29 : Limites du Modèle (1 min)

« Notre modèle présente certaines **limites** à mentionner.

**[Pointer le schéma Modèle vs Réalité]**

**Géométrie** :

— Modèle : plaque plane

— Réalité : courbure complexe d’aube

**Thermique** :

— Modèle : stationnaire

— Réalité : cycles thermiques (start/stop)

**Mécanique** :

— Modèle : élastique linéaire

— Réalité : fluage, plasticité possibles

**Validité** :  $T < 1100^\circ\text{C}$ ,  $\sigma < 500 \text{ MPa}$

Ces limites sont appropriées pour un **pré-dimensionnement** avant analyse FEM détaillée. »

### MAXIME – Slide 30 : Perspectives d’Amélioration (1 min)

« Pour la suite, plusieurs **pistes d’évolution** s’offrent au projet.

**[Pointer le schéma circulaire des perspectives]**

**Extension Géométrique**

— Géométrie cylindrique et complexe

**Fatigue Thermique**

— Cyclage et durée de vie

**Machine Learning**

- Surrogate model pour optimisation rapide

**Matériaux Avancés**

- Base de données étendue et CMC

Ces développements permettraient d'atteindre un outil de conception industriel complet. »

**MAXIME – Slide 31 : Conclusion Générale (1 min)**

« En conclusion, notre projet a atteint ses **4 objectifs** principaux.

**OBJECTIFS ATTEINTS ✓**

- Modélisation spectrale fonctionnelle
- Prédiction des zones critiques aux interfaces

**OUTIL VALIDÉ ✓**

- Python/Streamlit opérationnel
- Validation ONERA conforme

**TRAÇABILITÉ ✓**

- Correspondance stricte Théorie ↔ Code

**POTENTIEL INDUSTRIEL ✓**

- Aide à la conception et optimisation rapide

»

**MAXIME – Slide 32 : Remerciements (30 sec)**

« Nous tenons à remercier sincèrement :

**ONERA** : Aurélien Vattré pour la supervision scientifique.

**ESTACA** : Daniel Gaffié pour l'encadrement pédagogique.

**Autres** : Toutes les sources de recherches consultées.

**Équipe Projet 5A-IDSA** :

Johan GUITTON · Lionel DAURIAC · Achille VOISIN · Maxime LEBOEUF

**MERCI DE VOTRE ATTENTION**

Questions ?

»

## BACKUP : Réponses aux Questions Anticipées

### Q : Pourquoi méthode spectrale vs éléments finis ?

La méthode spectrale offre :

- Pas de maillage spatial → pas de problèmes de convergence
- Résolution quasi-instantanée → idéal pour études paramétriques
- Précision analytique contrôlée par le nombre de modes
- Complémentarité avec FEM pour pré-dimensionnement

### Q : Comment gérez-vous l'antisymétrie $L_{13} = -L_{31}$ ?

Dans le code `mechanical_pdf.py`, nous implémentons explicitement :

```
M[2,0] = -K13_coeff * tau
```

Le signe négatif est vérifié par des tests unitaires qui vérifient  $\Gamma_{13} + \Gamma_{31} = 0$ .

### Q : Quelle précision numérique ?

Nous atteignons  $10^{-6}$  à  $10^{-8}$  grâce à :

- Régularisation SVD filtrant les modes instables
- Préconditionnement scaling :  $\kappa(K)$  de  $10^{30}$  à  $10^6$
- Normalisation  $C_{ref} = 200$  GPa

Résidu typique :  $< 10^{-10}$ .

---

*Fin du script de soutenance – Version 2*  
**32 slides · 40 minutes + 15 min questions**