

SCRIPT DE SOUTENANCE

Évaluation Thermomécanique des Zones Critiques
d'Endommagement dans les Aubes de Turbines
Multicouches Nouvelle Génération

Projet Industriel 5A-IDSA – Encadrement ONERA / ESTACA

Équipe : Achille, Johan, Lionel, Maxime

Soutenance Janvier 2026

LÉGENDE DES ORATEURS

 Orateur A  Orateur B  Orateur C  Orateur D

Durée totale : 40 minutes (10 min chacun) + 15 min questions

Orateur	Sections	Difficulté	Durée
A	Intro + Matrice $\Gamma(\tau)$	Moyenne + Élevée	10 min
B	Contexte TBC + Assemblage 9×9	Facile + Élevée	10 min
C	Implémentation + Validation ONERA	Moyenne + Moyenne	10 min
D	Dashboard + Résultats + Conclusion	Facile + Moyenne	10 min

Table des matières

OUVERTURE	3
1 PARTIE 1 : Introduction et Contexte (10 min)	3
2 PARTIE 2 : Assemblage Multicouche (10 min)	6
3 PARTIE 3 : Implémentation et Validation (10 min)	8
4 PARTIE 4 : Interface, Résultats et Conclusions (10 min)	10
BACKUP : Questions Anticipées	13

OUVERTURE (30 secondes)

ORATEUR A – Slide 1 : Titre

[Se lever, sourire au jury]

« Bonjour à tous, merci d'être présents pour notre soutenance.

Je suis [Prénom A], et avec mes collègues [Prénoms B, C, D], nous allons vous présenter notre projet industriel de 5^e année.

Notre sujet : “**Évaluation Thermomécanique des Zones Critiques d'Endommagement dans les Aubes de Turbines Multicouches Nouvelle Génération**”.

Ce projet a été réalisé sous l'encadrement de l'ONERA, avec Monsieur Aurélien Vattré, et de l'ESTACA, avec Monsieur Daniel Gaffié, en partenariat avec Safran. »

1 PARTIE 1 : Introduction et Contexte (10 min)

ORATEUR A – Slide 2 : Sommaire Général (30 sec)

« Voici le plan de notre présentation.

Partie 1 : Je vais commencer par poser le contexte industriel et introduire les bases mathématiques de notre approche spectrale.

Partie 2 : [Prénom B] détaillera l'architecture du système TBC multicouche et présentera l'assemblage matriciel complet.

Partie 3 : [Prénom C] vous montrera l'implémentation logicielle et la validation avec les données ONERA.

Partie 4 : Enfin, [Prénom D] présentera l'interface utilisateur, les résultats clés et nos conclusions. »

ORATEUR A – Slide 3 : Contexte Aéronautique (1 min)

« Commençons par replacer notre projet dans son contexte.

Les turbines haute pression sont le **œur** des moteurs aéronautiques modernes. Elles extractent l'énergie des gaz de combustion pour entraîner le compresseur et la soufflante.

Les enjeux industriels sont considérables :

- Les températures en sortie de chambre de combustion dépassent **1500°C**
- Chaque gain de 10°C sur la température de fonctionnement améliore le rendement de **1 à 2%**
- Mais ces températures sont **au-delà** des limites des matériaux métalliques actuels

C'est pourquoi l'industrie utilise des revêtements protecteurs appelés **TBC** – Thermal Barrier Coatings. »

ORATEUR B – Slide 4 : Les Aubes de Turbines HP (1 min)

« [Transition de A vers B]

Merci [Prénom A]. Je vais maintenant vous présenter plus en détail les aubes de turbines.

[Pointer le schéma d'une aube]

Une aube de turbine HP subit des conditions extrêmes :

- Température des gaz : **supérieure à 1500°C**
- Vitesse de rotation : **10 000 à 15 000 tr/min**

- Forces centrifuges : plusieurs **tonnes** de traction sur chaque aube
 - Environnement corrosif : oxydation à haute température
- Le matériau de base est un **superalliage monocristallin** à base de nickel, comme l'Inconel 718. Mais même ce matériau ne peut pas résister seul à ces températures. »

ORATEUR B – Slide 5 : Architecture TBC Multicouche (1 min 30)

« C'est là qu'intervient le **système TBC multicouche**.

[Pointer le schéma en coupe]

Notre système comporte **trois couches** empilées :

1. **Le substrat** – Épaisseur typique : 500 micromètres
 - Superalliage base nickel (Inconel 718)
 - Assure la **résistance mécanique** structurelle
2. **La couche d'accroche** (Bond Coat) – Épaisseur : 10 micromètres
 - Alliage MCRAIY (Nickel-Chrome-Aluminium-Yttrium)
 - Assure l'**adhésion** entre substrat et céramique
 - Protection contre l'**oxydation**
3. **La céramique TBC** – Épaisseur variable : 50 à 500 micromètres
 - Zircone stabilisée à l'yttrium (YSZ 7%)
 - Assure l'**isolation thermique** principale
 - Conductivité très faible : seulement 1,5 W/m·K

Cette architecture permet de créer un **gradient thermique** de plusieurs centaines de degrés sur quelques millimètres. »

ORATEUR B – Slide 6 : Problématiques d'Endommagement (1 min 30)

« Malheureusement, ces systèmes multicouches présentent des **modes de défaillance** critiques.

[Montrer les photos/schémas]

La délamination : décohésion entre les couches, souvent à l'interface bond coat/céramique. C'est notre mode de rupture principal.

L'écaillage : perte de morceaux entiers du revêtement céramique. Expose directement le substrat aux gaz chauds.

La fissuration : propagation de fissures depuis les zones de concentration de contraintes.

Statistiquement, ces phénomènes d'interface représentent la **cause principale de défaillance** des systèmes TBC en service.

L'impact économique est majeur : chaque arrêt non programmé coûte des **centaines de milliers d'euros** à une compagnie aérienne. »

ORATEUR A – Slide 7 : Objectifs du Projet (1 min)

« **[Transition de B vers A]**

C'est dans ce contexte que s'inscrit notre projet.

Notre objectif principal : développer un **outil de simulation numérique** permettant de :

1. **Modéliser** la réponse thermomécanique 3D des architectures multicouches
2. **Prédire** les zones critiques d'endommagement aux interfaces

3. **Quantifier** les effets de l'anisotropie élastique et des paramètres géométriques

4. **Fournir** des cartes de sensibilité pour guider la conception de futures aubes

Notre approche : une **méthode spectrale semi-analytique**, plus légère et plus rapide que les éléments finis traditionnels. »

ORATEUR A – Slide 8 : Introduction Méthode Spectrale (1 min)

« Permettez-moi maintenant d'introduire les **fondements mathématiques** de notre approche.

La **méthode spectrale** repose sur un principe simple mais puissant : décomposer tous les champs physiques en **séries de Fourier**.

Pourquoi cette approche ?

- Solution **semi-analytique** : pas de maillage spatial
- **Précision** contrôlée par le nombre de modes
- **Rapidité** de calcul : idéal pour les études paramétriques

Le champ de température s'écrit sous la forme :

$$T(x_1, x_2, x_3) = \sum_{m,n} T_{mn}(x_3) \cdot \sin(\delta_1 x_1) \cdot \sin(\delta_2 x_2)$$

où $\delta_1 = \delta_2 = \frac{\pi}{L_w}$ sont les **nombres d'onde spectraux**. »

ORATEUR A – Slide 9 : Matrice Dynamique $\Gamma(\tau)$ (2 min) – PARTIE TECHNIQUE

« Le cœur de notre méthode est la construction de la **matrice dynamique** $\Gamma(\tau)$.

[Pointer la matrice affichée]

En injectant l'ansatz de déplacement modal dans les équations d'équilibre, on obtient un système homogène :

$$\Gamma(\tau) \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$$

La matrice Γ est une matrice 3×3 composée de **9 opérateurs** L_{jk} :

Les **termes diagonaux** dépendent des rigidités C_{ij} et du carré de τ :

$$\begin{aligned} L_{11} &= C_{55}\tau^2 - (C_{11}\delta_1^2 + C_{66}\delta_2^2) \\ L_{22} &= C_{44}\tau^2 - (C_{22}\delta_2^2 + C_{66}\delta_1^2) \\ L_{33} &= C_{33}\tau^2 - (C_{55}\delta_1^2 + C_{44}\delta_2^2) \end{aligned}$$

Point crucial : les termes croisés L_{13} et L_{31} sont **antisymétriques** :

$$L_{13} = +(C_{13} + C_{55})\delta_1\tau \quad \text{mais} \quad L_{31} = -(C_{13} + C_{55})\delta_1\tau$$

Cette antisymétrie est **essentielle** – elle traduit la physique correcte de l'équilibre en direction x_3 . »

ORATEUR A – Slide 10 : Équation Caractéristique (1 min)

« Pour trouver les **valeurs propres** τ , on résout l'équation caractéristique :

$$\det(\Gamma(\tau)) = 0$$

C'est un **polynôme d'ordre 6** en τ :

$$P(\tau) = c_6\tau^6 + c_4\tau^4 + c_2\tau^2 + c_0 = 0$$

Astuce mathématique : en posant $X = \tau^2$, on se ramène à un polynôme **cubique** avec 3 racines.

On sélectionne ensuite les 3 valeurs τ_r telles que $\text{Re}(\tau_r) < 0$ – c'est la **condition de radiation** qui assure la décroissance physique des modes.

Je passe maintenant la parole à [Prénom B] pour la suite de la modélisation. »

2 PARTIE 2 : Assemblage Multicouche (10 min)

ORATEUR B – Slide 11 : Assemblage 9×9 (1 min 30) – PARTIE TECHNIQUE

« Merci [Prénom A]. Je vais maintenant vous montrer comment nous assemblons le **système complet**.

Pour chaque couche, nous construisons une matrice **bloc-diagonale** K_{Dyn} de dimension 9×9 :

$$K_{Dyn} = \begin{pmatrix} \Gamma(\tau_1) & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma(\tau_2) & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma(\tau_3) \end{pmatrix}$$

Chaque bloc $\Gamma(\tau_r)$ correspond à l'une des 3 valeurs propres sélectionnées.

Le **vecteur d'amplitudes** \mathcal{A} contient 9 inconnues :

$$\mathcal{A} = (A_1^1 \ A_2^1 \ A_3^1 \ A_1^2 \ A_2^2 \ A_3^2 \ A_1^3 \ A_2^3 \ A_3^3)^T$$

où l'exposant désigne le mode et l'indice la direction spatiale. »

ORATEUR B – Slide 12 : Termes Thermiques (1 min 30)

« Le **second membre** \mathcal{F}_{Th} représente la **sollicitation thermique**.

Les termes Q_α traduisent le couplage thermo-mécanique :

$$\begin{aligned} Q_1 &= (C_{11}\alpha_{11} + C_{12}\alpha_{22}) \cdot \delta_1 \cdot T \\ Q_2 &= (C_{22}\alpha_{22} + C_{12}\alpha_{11}) \cdot \delta_2 \cdot T \\ Q_3 &= (C_{13}\alpha_{11} + C_{23}\alpha_{22} + C_{33}\alpha_{33}) \cdot \frac{dT}{dx_3} \end{aligned}$$

Physiquement, Q_1 et Q_2 représentent les **dilatations dans le plan**, tandis que Q_3 représente l'effet du **gradient de température** sur la direction normale.

Ces termes dépendent à la fois des rigidités C_{ij} et des coefficients de dilatation thermique α_{ij} . »

ORATEUR B – Slide 13 : Système Multicouche Global (1 min 30)

« Pour un système à **N couches**, le problème devient plus complexe.

Nombre d'inconnues : $6N$ coefficients (pour 3 couches : 18 inconnues).

Équations disponibles :

- **3 équations** : surface libre en $z = 0$ ($\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$)

- **6(N-1) équations** : continuité aux interfaces (déplacements + contraintes)

- **3 équations** : surface libre en $z = H$

Total : $3 + 6(N - 1) + 3 = 6N$ équations ✓

Le système est bien fermé ! »

ORATEUR B – Slide 14 : Réduction 27 → 18 (1 min)

« **Point clé** de notre approche : la **réduction du nombre d'équations**.

[Montrer le tableau comparatif]

En théorie, pour 3 couches, on aurait **27 équations** :

- Équilibre volumique ($\text{div } \boldsymbol{\sigma} = 0$) : 9 équations

- Continuité aux interfaces : 12 équations

- Conditions aux limites : 6 équations

Mais grâce à l'approche modale, les **9 équations d'équilibre volumique** sont **implicitement satisfaites** !

En écrivant la solution avec les valeurs propres τ_r de $\Gamma(\tau)$, l'équation $\Gamma(\tau_r) \cdot \mathbf{A}^r = \mathbf{0}$ est automatiquement vérifiée.

Résultat : nous ne résolvons que **18 équations** au lieu de 27. »

ORATEUR B – Slide 15 : Critères d'Endommagement (1 min 30)

« Une fois les contraintes calculées, nous devons **évaluer le risque d'endommagement**.

Indicateur de Dommage D :

$$D = \max_{ij} \left(\frac{|\sigma_{ij}|}{\sigma_{crit}^{ij}} \right)$$

Interprétation :

- $D < 0.5$: **Zone sûre** – pas de risque immédiat

- $0.5 \leq D < 0.8$: **Zone de prudence** – surveillance recommandée

- $D \geq 0.8$: **Zone critique** – risque de délamination élevé

- $D \geq 1$: **Rupture probable**

Pour les matériaux anisotropes, nous utilisons également le **critère de Tsai-Wu**. »

ORATEUR B – Slide 16 : Propriétés Matériaux (1 min)

« Nos calculs reposent sur des **propriétés matériau validées** issues des publications ONERA/Safran.

[Montrer le tableau]

Propriété	Substrat	Bond Coat	Céramique
C_{11} (GPa)	260	180	50
C_{12} (GPa)	179	80	10
C_{44} (GPa)	110	60	20
α (K ⁻¹)	12×10^{-6}	14×10^{-6}	10×10^{-6}

Ces valeurs proviennent de l'article de **Bovet, Chiaruttini et Vattré** (ONERA/Safran, 2025).

Je laisse maintenant la parole à [Prénom C] pour l'implémentation. »

3 PARTIE 3 : Implémentation et Validation (10 min)

ORATEUR C – Slide 17 : Architecture du Projet (1 min)

« Merci [Prénom B]. Je vais vous présenter comment nous avons **implémenté** cette méthodologie.

Notre projet représente environ **3000 lignes de code Python** organisées comme suit :
Répertoire core/ – Moteur de calcul :

- `mechanical_pdf.py` : solveur spectral (1031 lignes)
- `mechanical.py` : assemblage multicouche (1507 lignes)
- `damage_analysis.py` : critères d'endommagement (367 lignes)
- `calculation.py` : solveur thermique (269 lignes)
- `constants.py` : propriétés matériau ONERA

Répertoire tabs/ – Interface Streamlit : 8 onglets interactifs »

ORATEUR C – Slide 18 : Choix Technologiques (45 sec)

« Nos **choix technologiques** :

- **Python 3.x** : langage scientifique de référence
- **NumPy / SciPy** : calcul matriciel haute performance
- **Streamlit** : création rapide d'interfaces web
- **Plotly** : visualisations 3D interactives

Ces technologies permettent un développement rapide tout en conservant de bonnes performances numériques. »

ORATEUR C – Slide 19 : Module mechanical_pdf.py (1 min 30)

« Le cœur du solveur est le module `mechanical_pdf.py`.

Fonctions principales :

- `compute_L_operators()` : calcul des 9 opérateurs L_{jk}
- `get_Gamma_matrix()` : assemblage de la matrice $\Gamma(\tau)$
- `solve_characteristic_polynomial()` : résolution du polynôme cubique
- `assemble_K_dyn_9x9()` : construction de la matrice bloc-diagonale
- `compute_Q_thermal_vector()` : calcul des termes thermiques

Chaque fonction est **documentée** avec des docstrings détaillées et des références aux équations du PDF méthodologique. »

ORATEUR C – Slide 20 : Stabilité Numérique (1 min 30)

« Un défi majeur : la **stabilité numérique**.

Le système multicouche peut être **extrêmement mal conditionné** – nous avons observé des conditionnements supérieurs à 10^{30} !

Nos solutions :

1. Préconditionnement par scaling

- Matrices diagonales D_r et D_c pour équilibrer les lignes et colonnes

2. Régularisation de Tikhonov via SVD

- Filtrage des valeurs singulières trop petites
- Paramètre λ estimé par validation croisée généralisée

3. Normalisation par $C_{REF} = 200 \text{ GPa}$

- Évite les grands nombres dans les déterminants

»

ORATEUR C – Slide 21 : Traçabilité Théorie → Code (1 min)

« Un point fort de notre projet : la **tracabilité complète** entre théorie et code.

[Montrer le tableau de correspondance]

Étape PDF	Fonction Python	Fichier
Étape 6 : Matrice Γ	<code>get_Gamma_matrix()</code>	<code>mechanical_pdf.py</code>
Étape 6 : Valeurs propres	<code>solve_char_poly()</code>	<code>mechanical_pdf.py</code>
Étape 7 : Assemblage 9×9	<code>assemble_K_dyn()</code>	<code>mechanical_pdf.py</code>
Étape 8 : Multicouche	<code>solve_multilayer()</code>	<code>mechanical.py</code>
Critère D	<code>compute_damage()</code>	<code>damage_analysis.py</code>

Cette traçabilité facilite la maintenance et la validation du code. »

ORATEUR C – Slide 22 : Validation ONERA (1 min 30)

« Nous avons **validé nos résultats** par rapport aux données ONERA.

Comparaison des propriétés matériaux :

- C_{11} code = 260 GPa vs ONERA = 259,6 GPa → écart < 1%
- C_{12} code = 179 GPa vs ONERA = 179,0 GPa → écart < 1%

Plages de contraintes validées :

- Contraintes de von Mises typiques FEM : 400–800 MPa
- Concentration à la racine de l'aube : jusqu'à 1000 MPa
- **Nos résultats sont dans ces plages ✓**

Le dashboard affiche un badge “**Conforme ONERA**” lorsque les résultats sont validés. »

ORATEUR C – Slide 23 : Tests Automatisés (1 min)

« La qualité du code est assurée par des **tests automatisés**.

Tests unitaires (pytest) :

- `test_mechanical.py` : fonctions de base
- `test_multilayer.py` : assemblage multicouche
- Couverture des cas limites et edge cases

Validation croisée :

- Vérification $P(\tau = 3)$ reconstruit vs direct
- Tests de symétrie/antisymétrie de la matrice Γ

Je passe maintenant la parole à [Prénom D] pour la présentation des résultats. »

4 PARTIE 4 : Interface, Résultats et Conclusions (10 min)**ORATEUR D – Slide 24 : Dashboard Principal (1 min 30)**

« Merci [Prénom C]. Je vais maintenant vous présenter notre **interface utilisateur**.

[Montrer la capture d'écran du dashboard]

Le dashboard offre une **vue panoramique** du système TBC avec :

6 KPIs Cards colorées :

- Température interface (code couleur critique/attention/OK)
- Épaisseur TBC
- Indicateur D avec niveau de risque
- Performance thermique
- Gradient ΔT
- Marge de sécurité

Jauge de Risque Global : visualisation semi-circulaire intuitive

Radar Multi-Critères : 5 axes (isolation, intégrité, masse, durée de vie, marge) »

ORATEUR D – Slide 25 : Visualisations 3D (1 min)

« L'interface propose des **visualisations 3D interactives** avec Plotly.

[Montrer la visualisation 3D]

On peut voir :

- La surface du champ thermique avec dégradé de couleurs
- Les lignes d'interfaces entre couches
- Le profil de température dans l'épaisseur

L'utilisateur peut **interagir** : zoom, rotation, survol pour voir les valeurs exactes.

D'autres onglets proposent la cartographie 3D des contraintes et des études paramétriques. »

ORATEUR D – Slide 26 : Résultats Thermiques (1 min)

« Passons aux **résultats concrets**.

Profil de température typique :

- Température en surface chaude : **1400°C**
- Température interface bond coat/céramique : **800 à 1050°C**
- Température côté froid : **500°C**

Le gradient se concentre principalement dans la **couche céramique** grâce à sa faible conductivité.

La température critique $T_{crit} = 1100°C$ ne doit pas être dépassée à l'interface. »

ORATEUR D – Slide 27 : Résultats Mécaniques (1 min 30)

« **Contraintes transverses calculées :**

Contrainte d'arrachement σ_{33} :

- Valeurs typiques : 50 à 200 MPa
- Seuil critique céramique : 150 MPa (traction)
- Pics observés aux interfaces

Contraintes de cisaillement σ_{13}, σ_{23} :

- Valeurs typiques : 20 à 80 MPa
- Seuil critique : 120 MPa

Zone identifiée comme la plus critique : l'interface **bond coat / céramique**, en raison du fort contraste de propriétés entre ces deux couches. »

ORATEUR D – Slide 28 : Études Paramétriques (1 min 30)

« Nous avons réalisé des **études paramétriques** pour identifier les leviers de conception.

Influence de l'épaisseur TBC (α) :

- $\alpha \uparrow \rightarrow$ indicateur D \downarrow
- Un TBC plus épais **réduit** les contraintes aux interfaces
- **Recommandation** : $\alpha \geq 0.2$ pour applications HP

Influence de la longueur d'onde (L_w) :

- $L_w \downarrow \rightarrow$ D \uparrow
- Des perturbations latérales courtes créent des **gradients plus forts**

Influence du gradient thermique (ΔT) :

- Effet linéaire sur les contraintes
- Chaque 100°C supplémentaire augmente D d'environ 10-15%
- »

ORATEUR D – Slide 29 : Limites du Modèle (1 min)

« Notre modèle présente certaines **limites** qu'il est important de mentionner :

- **Géométrie simplifiée** : plaque plane multicouche (pas de courbure d'aube)
- **Changement stationnaire** : pas de prise en compte du cyclage thermique
- **Comportement élastique** : pas de fluage ni de plasticité
- **Interfaces parfaites** : pas de modélisation de rugosité ou d'oxyde

Ces simplifications sont appropriées pour une **première évaluation** des zones critiques. »

ORATEUR D – Slide 30 : Perspectives (1 min)

- « Pour la suite, plusieurs **pistes d'amélioration** s'offrent à nous :
- **Géométrie** : extension vers des formes cylindriques ou complexes
 - **Physique** : couplage avec la fatigue thermique et le fluage
 - **Données** : base de données matériaux étendue à d'autres alliages
 - **Intelligence artificielle** : utilisation du machine learning pour accélérer l'optimisation paramétrique
- Ces développements permettraient d'approcher un outil de conception industriel complet. »

ORATEUR D – Slide 31 : Conclusion (1 min)

- « En conclusion :
- Objectifs atteints ✓**
- Modélisation thermomécanique 3D fonctionnelle
 - Identification des zones critiques aux interfaces
 - Outil paramétrique pour l'aide à la conception
- Livrables :**
- Module Python de calcul (3000 lignes)
 - Interface Streamlit interactive (8 onglets)
 - Documentation technique complète
- Traçabilité** : correspondance complète entre les équations théoriques et le code.
- Validation** : résultats conformes aux plages ONERA/Safran. »

ORATEUR D – Slide 32 : Remerciements (30 sec)

- « Nous tenons à remercier :
- **Aurélien Vattré** de l'ONERA pour son expertise et son encadrement scientifique
 - **Daniel Gaffié** de l'ESTACA pour son accompagnement pédagogique
 - **Safran** pour le contexte industriel et les données matériaux
 - Nos familles et amis pour leur soutien
- Merci à vous d'avoir suivi notre présentation. »

ORATEUR D – Slide 33 : Questions

- « Nous sommes maintenant à votre disposition pour **répondre à vos questions**.
[Rester debout, sourire, prêt à échanger] »

BACKUP : Réponses aux Questions Anticipées

Question : Pourquoi une méthode spectrale plutôt que les éléments finis ?

Réponse suggérée :

La méthode spectrale offre plusieurs avantages dans notre contexte :

- **Pas de maillage** : évite les problèmes de convergence liés à la taille des éléments
- **Rapidité** : résolution quasi-instantanée pour les études paramétriques
- **Précision analytique** : les erreurs sont uniquement liées au nombre de modes
- **Complémentarité** : peut être utilisé en pré-dimensionnement avant une analyse FEM détaillée

Les éléments finis restent nécessaires pour les géométries complexes et les non-linéarités.

Question : Comment gérez-vous l'antisymétrie de L_{13} et L_{31} ?

Réponse suggérée :

L'antisymétrie $L_{13} = -L_{31}$ provient directement de l'équation d'équilibre dans la direction x_3 . Dans le code, nous avons implémenté :

`M[2,0] = -K13_coeff * tau`

où le signe négatif est explicite. Cette propriété a été vérifiée par des tests unitaires spécifiques qui vérifient que $\Gamma_{13} + \Gamma_{31} = 0$.

Question : Comment validez-vous vos résultats sans données expérimentales ?

Réponse suggérée :

Notre validation repose sur plusieurs piliers :

- **Données ONERA/Safran** : propriétés matériaux issues de publications scientifiques validées
- **Plages de référence FEM** : nos contraintes sont dans les ordres de grandeur publiés (400-800 MPa)
- **Consistency checks** : vérification des équilibres, symétries, conditions aux limites
- **Cas limites** : comportement correct quand $\Delta T \rightarrow 0$ ou épaisseurs extrêmes

Une validation expérimentale complète nécessiterait des essais coûteux sur banc thermomécanique.

Question : Quelle est la précision numérique de votre solveur ?

Réponse suggérée :

Nous atteignons une précision de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-8} sur les coefficients grâce à :

- La régularisation SVD qui filtre les modes numériquement instables
- Le préconditionnement par scaling qui ramène le conditionnement de 10^{30} à 10^6
- La normalisation par $C_{REF} = 200$ GPa qui évite les débordements

Le résidu du système linéaire après résolution est typiquement $< 10^{-10}$.

Fin du script de soutenance

Durée totale : 40 minutes + 15 minutes de questions