

# SCRIPT DE SOUTENANCE V4

Version Complete – 10 minutes par orateur

Evaluation Thermomecanique des Aubes TBC

Johan GUITTON · Achille VOISIN · Lionel DAURIAC · Maxime LEBOEUF

26 janvier 2026

## REPARTITION EQUILIBREE – 40 MINUTES TOTAL

Orateur	Slides	Contenu	Duree
Johan	1–4, 16–17	Intro + Matrice $\Gamma(\tau)$	10 min
Achille	5–8, 18–19	TBC/Objectifs + Assemblage 9x9	10 min
Lionel	9–15	Methodologie + Spectrale + Hooke	10 min
Maxime	20–32	Implementation + Resultats	10 min

## Table des matières

<b>1 JOHAN – 10 MINUTES (Slides 1-4 puis 16-17)</b>	<b>3</b>
<b>2 ACHILLE – 10 MINUTES (Slides 5-8 puis 18-19)</b>	<b>5</b>
<b>3 LIONEL – 10 MINUTES (Slides 9-15)</b>	<b>8</b>
<b>4 MAXIME – 10 MINUTES (Slides 20-32)</b>	<b>11</b>

## 1 JOHAN – 10 MINUTES (Slides 1-4 puis 16-17)

### Slide 1 : Titre – 1 minute

Bonjour a tous et merci d'etre presents pour notre soutenance de projet industriel de cinquieme annee.

Je me presente, je suis Johan Guitton, et je suis accompagne de mes trois collegues : Achille Voisin, Lionel Dauriac et Maxime Leboeuf. Ensemble, nous allons vous presenter notre projet intitule : Evaluation Thermomecanique des Zones Critiques d'Endommagement dans les Aubes de Turbines Multicouches Nouvelle Generation.

Ce projet a ete realise sous la supervision scientifique de l'ONERA, avec Monsieur Aurelien Vattre comme encadrant, et de l'ESTACA, avec Monsieur Daniel Gaffie pour l'encadrement pedagogique. Nous avons egalement beneficie du soutien de Safran pour les donnees materiaux et le contexte industriel.

L'objectif principal de notre travail etait de developper une methode semi-analytique, appelee methode spectrale, implementee en Python avec une interface utilisateur Streamlit, pour evaluer les zones d'endommagement dans les systemes de barrières thermiques.

### Slide 2 : Structure de la Presentation – 1 minute

Voici comment nous avons organise notre presentation, en quatre parties distinctes, reparties entre les quatre membres de l'équipe.

Premierement, je vais vous presenter le contexte industriel et les objectifs de notre projet. Nous verrons pourquoi les turbines haute pression sont des composants critiques et quels sont les defis poses par les systemes de barrières thermiques.

Deuxiemement, Achille prendra la parole pour detailler les mecanismes de defaillance des TBC et les objectifs specifiques que nous nous sommes fixes. Il vous presentera egalement la partie technique concernant l'assemblage du systeme d'équations.

Troisiemement, Lionel vous exposera la methodologie complete, depuis la decomposition spectrale jusqu'a la loi de Hooke thermo-elastique, en passant par les solutions thermiques par couche.

Enfin, Maxime conclura avec l'implementation logicielle, les resultats obtenus, la validation par rapport aux donnees de reference ONERA, et les perspectives d'amelioration.

Cette organisation nous permet de repartir equitablement la difficulte technique entre les quatre presentateurs.

### Slide 3 : Turbines Haute Pression – 2 minutes

Commencons par le contexte industriel. Les turbines haute pression constituent le coeur des moteurs aeronautiques modernes. Leur role est de convertir l'energie des gaz de combustion en travail mecanique pour entrainer le compresseur et les accessoires.

Ces composants operent dans un environnement extremement severe. Les temperatures des gaz a l'entree de la turbine haute pression depassent generalement mille cinq cents degres Celsius, soit bien au-delà de la temperature de fusion des superalliages utilises pour fabriquer les aubes.

Les gradients thermiques sont egalement tres importants. On peut observer des variations de temperature de l'ordre de deux cents degres Celsius sur seulement quelques millimetres d'épaisseur. Ces gradients generent des contraintes thermoelastiques considerables.

A cela s'ajoutent les contraintes mecaniques liees a la force centrifuge. Une aube de turbine tournant a plus de dix mille tours par minute subit des accelerations centrifuges equivalentes a plusieurs milliers de fois la gravite terrestre.

Le defi pour les motoristes est d'augmenter continuellement les temperatures de fonctionnement. Chaque gain de dix degres Celsius se traduit par une amelioration de un a deux pourcent du rendement thermodynamique du moteur. Cela represente des economies de carburant significatives et une reduction des emissions de CO<sub>2</sub>.

C'est dans ce contexte que les systemes de barrières thermiques, ou TBC pour Thermal Barrier Coating, ont ete developpes. Ils permettent de proteger le substrat metallique des temperatures extremes.

#### Slide 4 : Architecture TBC Multicouche – 2 minutes

Examinons maintenant l'architecture d'un systeme TBC typique. Il s'agit d'une structure multicouche composee de trois elements principaux.

La couche superieure, en contact avec les gaz chauds, est la ceramique isolante. Elle est generalement constituee de zircone stabilisee a l'yttrium, appelee YSZ, avec une teneur en yttrium d'environ sept pourcent. Son epaisseur varie typiquement entre cinquante et cinq cents micrometres. Cette couche assure l'isolation thermique principale grace a sa tres faible conductivite thermique, de l'ordre de un virgule cinq watt par metre kelvin. Elle peut ainsi abaisser la temperature vue par le substrat de cent a deux cents degres.

La couche intermediaire est le bond coat, ou couche d'accroche. C'est un alliage de type MCrAlY, c'est-a-dire a base de nickel ou cobalt avec du chrome, de l'aluminium et de l'yttrium. Son epaisseur est d'environ dix micrometres. Son role est double : assurer l'adhesion entre la ceramique et le substrat, et proteger le substrat contre l'oxydation a haute temperature en formant une couche d'alumine protectrice.

Enfin, le substrat constitue la base structurelle de l'aube. Il est fabrique en superalliage base nickel, typiquement l'Inconel 718, avec une epaisseur d'environ cinq cents micrometres dans notre modele. Ce materiau offre une excellente resistance mecanique a haute temperature.

Le point crucial a retenir est le contraste tres important entre les proprietes mecaniques de ces trois couches. Par exemple, le module de Young varie de deux cent soixante gigapascals pour le substrat a seulement cinquante gigapascals pour la ceramique. Ce contraste est la source principale des contraintes aux interfaces.

*[Transition vers les slides techniques]*

Je vais maintenant vous presenter la partie technique de mes slides, concernant la matrice dynamique et l'équation caracteristique.

#### Slide 16 : Matrice Dynamique $\Gamma(\tau)$ – 2 minutes 30

Le coeur mathematique de notre approche est la matrice dynamique Gamma de tau. Cette matrice trois par trois encode completement le comportement mecanique du systeme dans le domaine spectral.

La matrice Gamma est construite a partir de neuf operateurs differentiels notes L indice jk, ou j et k varient de un a trois. Ces operateurs contiennent les constantes elastiques du materiau et dependent du parametre spectral tau.

La structure de la matrice est la suivante. Les elements diagonaux L onze, L vingt-deux et L trente-trois representent la resistance a la deformation dans chaque direction. Ils sont toujours positifs et dominent le comportement.

Les elements hors diagonale representent le couplage entre les differentes directions. Un point critique de notre implementation est la propriete d'antisymetrie de certains termes. Specifiquement, L treize est egal a moins L trente-et-un, et L vingt-trois est egal a moins L trente-deux.

Cette antisymetrie provient directement des equations d'équilibre en direction x trois. Elle est essentielle pour obtenir des resultats physiquement corrects. Dans notre code, cela se traduit par l'instruction explicite M indice deux virgule zero egal a moins K treize fois tau.

L'équation caractéristique de notre système est obtenue en annulant le déterminant de la matrice Gamma. Le déterminant de Gamma de tau égal zero nous donne les valeurs propres du problème.

Cette équation caractéristique est un polynôme d'ordre six en tau. Cependant, grâce à la symétrie du problème, seules les puissances paires de tau apparaissent, ce qui nous permet une simplification importante que je vais vous présenter maintenant.

### Slide 17 : Resolution Equation Caractéristique – 1 minute 30

La résolution de l'équation caractéristique déterminant de Gamma égal zero donne un polynôme d'ordre six en tau. Cependant, ce polynôme ne contient que des puissances paires : tau à la puissance six, tau à la puissance quatre, tau au carré, et un terme constant.

L'astuce mathématique consiste à effectuer le changement de variable X égal tau au carré. Le polynôme d'ordre six se transforme alors en un polynôme cubique en X : c six X cube plus c quatre X carré plus c deux X plus c zero égal zero.

Ce polynôme cubique peut être résolu analytiquement par les formules de Cardan, ou numériquement par les méthodes standards. Nous obtenons ainsi trois racines X un, X deux et X trois, dont nous extrayons les racines carrées pour obtenir six valeurs de tau.

La dernière étape est la sélection physique des racines. Parmi les six valeurs de tau, nous ne conservons que celles dont la partie réelle est négative. Cette condition, appelée condition de radiation, garantit que les perturbations s'atténuent lorsqu'on s'enfonce dans le matériau, ce qui est physiquement correct.

Dans notre implémentation, nous sélectionnons donc trois racines tau un, tau deux et tau trois, qui serviront à construire la solution générale du problème.

Je laisse maintenant la parole à Achille pour la suite de la présentation.

## 2 ACHILLE – 10 MINUTES (Slides 5-8 puis 18-19)

### Slide 5 : Mécanismes de Défaillance – 2 minutes

Merci Johan. Je vais maintenant vous présenter les mécanismes de défaillance des systèmes TBC, qui constituent la problématique centrale de notre projet.

Les barrières thermiques sont soumises à des sollicitations extrêmes qui conduisent à trois modes de dégradation principaux.

Le premier mécanisme est la délamination, c'est-à-dire la perte d'adhésion à l'interface entre la céramique et le bond coat. Ce phénomène est principalement causé par les contraintes d'arrachement, notées sigma trente-trois, qui s'exercent perpendiculairement aux interfaces. Lorsque ces contraintes dépassent la résistance de l'interface, la céramique se décolle progressivement.

Le deuxième mécanisme est l'écaillage, ou spalling en anglais. Il s'agit de la perte de morceaux entiers de revêtement céramique. Ce phénomène est particulièrement dangereux car il expose brutalement le substrat aux gaz chauds, réduisant drastiquement la protection thermique.

Le troisième mécanisme est la fissuration. Des fissures peuvent se propager à travers l'épais-

seur de la céramique, favorisées par les concentrations de contraintes aux interfaces et les cycles thermiques répétés.

Ces phénomènes de dégradation sont la cause principale des défaillances prématuères des systèmes TBC. Ils entraînent des coûts de maintenance très élevés et peuvent compromettre la sécurité du moteur. C'est pourquoi il est essentiel de disposer d'outils prédictifs capables d'identifier les zones critiques avant que les dommages ne se produisent.

Notre projet vise précisément à développer un tel outil de prédition.

## Slide 6 : Objectifs du Projet – 2 minutes

Face à ces problématiques, nous nous sommes fixés quatre objectifs principaux pour notre projet.

Le premier objectif est de modéliser la réponse thermomécanique d'une architecture multicouche tridimensionnelle. Nous avons développé une formulation semi-analytique rigoureuse, basée sur la méthode spectrale, qui permet de calculer les champs de température et de contraintes dans l'ensemble du système.

Le deuxième objectif est de prédire les zones critiques d'endommagement. Notre outil identifie automatiquement les régions où les contraintes dépassent les seuils critiques des matériaux, permettant ainsi d'anticiper les risques de délamination ou de fissuration.

Le troisième objectif est de quantifier l'influence des paramètres clés sur le comportement du système. Nous avons réalisé des études paramétriques pour évaluer l'effet de l'épaisseur de céramique, de l'anisotropie thermique, de la longueur d'onde des perturbations, et d'autres facteurs.

Le quatrième objectif est de fournir des cartes de sensibilité pour guider la conception. Ces cartes permettent aux ingénieurs de visualiser rapidement les zones de l'espace des paramètres à éviter, et celles qui offrent les meilleures performances.

L'ensemble de ces objectifs vise à proposer un outil d'aide à la conception qui soit à la fois rapide, précis et facile à utiliser, pour optimiser les futures générations de barrières thermiques.

## Slide 7 : Partenaires du Projet – 1 minute 30

Notre projet a été réalisé en collaboration étroite avec trois partenaires majeurs du secteur aéronautique.

L'ONERA, l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, a apporté son expertise scientifique de pointe en mécanique des matériaux et en modélisation. Monsieur Aurelien Vattre, chercheur au département matériaux, nous a supervisé tout au long du projet. Il nous a fourni les références bibliographiques, valide nos formulations mathématiques, et guide notre implémentation numérique.

Safran, leader mondial de la propulsion aéronautique, a fourni le contexte industriel et les données matériaux. Les propriétés mécaniques et thermiques utilisées dans notre modèle proviennent de la base de données Safran, ce qui garantit la pertinence de nos résultats pour des applications réelles.

L'ESTACA, notre école d'ingénieurs, a assuré l'encadrement pédagogique du projet. Monsieur Daniel Gaffie a suivi notre progression, organise les revues intermédiaires, et nous a aidé à structurer notre travail et notre rapport.

Cette collaboration tripartite nous a permis de bénéficier à la fois de l'excellence académique de l'ONERA, de la réalité industrielle de Safran, et de l'accompagnement pédagogique de l'ESTACA.

### Slide 8 : Planning du Projet – 1 minute 30

Notre projet s'est deroule sur une periode de six a huit mois, decomposee en quatre phases principales.

La premiere phase, d'une duree de deux mois, a ete consacree a la bibliographie et a l'étude theorique. Nous avons etudie en profondeur la methode spectrale, compris les equations d'équilibre thermomecanique, et analyse les travaux anterieurs sur les barrières thermiques. La deuxième phase, également de deux mois, a ete dediee au developpement du module de calcul Python. Nous avons implemente les solveurs thermique et mecanique, mis au point les algorithmes de resolution, et realise les premiers tests unitaires.

La troisième phase a dure environ deux mois et s'est concentree sur le developpement de l'interface utilisateur Streamlit. Nous avons cree le tableau de bord interactif, integre les visualisations trois dimensions, et developpe les fonctionnalites d'export.

La quatrième et dernière phase, d'une duree de deux mois, a ete consacree a la validation des resultats et a la redaction de la documentation. Nous avons compare nos resultats aux references ONERA, corrige les eventuelles erreurs, et redige le rapport de synthese.

Je vais maintenant passer aux aspects techniques concernant l'assemblage du systeme d'équations.

### Slide 18 : Assemblage 9x9 avec Sollicitation Thermique – 2 minutes

Nous arrivons maintenant a l'assemblage du systeme lineaire global. Pour une seule couche, nous devons determiner neuf amplitudes inconnues, correspondant aux trois composantes de deplacement pour chacune des trois valeurs propres selectionnees.

Le systeme s'ecrit sous forme matricielle : la matrice K dynamique multipliee par le vecteur des amplitudes A est egale au vecteur de forcement thermique F thermique.

La matrice K dynamique a une structure bloc-diagonale tres particuliere. Elle est composee de trois blocs trois par trois disposes sur la diagonale. Chaque bloc correspond a la matrice Gamma evallee en une valeur propre : Gamma de tau un, Gamma de tau deux, et Gamma de tau trois.

Cette structure bloc-diagonale reflete le decouplage des modes propres. Chaque mode evolue independamment des autres, ce qui simplifie considerablement la resolution.

Le vecteur de forcement thermique F th contient les termes sources lies a la dilatation thermique. Ces termes, notes Q alpha, resultent du couplage entre le gradient de temperature et les coefficients de dilatation thermique des materiaux. Ils representent les contraintes thermiques qui seraient generees si le materiau etait empêche de se dilater librement.

La resolution du systeme se fait par inversion matricielle standard. Nous utilisons des techniques de decomposition LU ou de moindres carres pour calculer les neuf amplitudes.

### Slide 19 : Assemblage Multicouche et Reduction – 2 minutes

Passons maintenant a l'assemblage pour un systeme multicouche. Notre modele comporte N couches, et nous devons assembler les equations de toutes ces couches en un systeme global.

Pour chaque couche, nous avons trois types de conditions a satisfaire.

Les conditions aux limites sur les surfaces libres imposent que la contrainte normale soit nulle : sigma multiplie par le vecteur normal n est egal a zero. Cela represente six equations pour les surfaces superieure et inferieure.

Les conditions de continuite aux interfaces imposent que les deplacements et les contraintes soient continus de part et d'autre de chaque interface. Pour N couches, il y a N moins un interfaces, soit six fois N moins un equations de continuite.

Les équations d'équilibre volumique, c'est-à-dire divergence de sigma égale zéro, doivent être satisfaites en tout point de chaque couche.

Pour trois couches, le décompte théorique donne vingt-sept équations. Cependant, notre approche spectrale réduit ce nombre à dix-huit équations seulement.

Cette réduction de neuf équations provient du fait que les équations d'équilibre volumique sont automatiquement satisfaites par la forme modale de la solution. En utilisant les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice Gamma, nous garantissons que l'équilibre est vérifié en tout point, sans avoir à l'imposer explicitement.

Ce gain de neuf équations par rapport à l'approche classique constitue un avantage majeur de la méthode spectrale en termes de stabilité numérique et de rapidité de calcul.

Je laisse maintenant la parole à Lionel pour la présentation de la méthodologie détaillée.

### 3 LIONEL – 10 MINUTES (Slides 9-15)

#### Slide 9 : Méthodologie Générale – 1 minute 30

Merci Achille. Je vais vous présenter la méthodologie complète de notre approche semi-analytique.

Notre chaîne de calcul suit un flux logique en cinq étapes principales.

Premièrement, les entrées : nous définissons les paramètres géométriques, notamment le paramètre alpha qui représente le ratio d'épaisseur de céramique, le paramètre Lw qui est la longueur d'onde de la perturbation thermique, et le paramètre beta qui caractérise l'anisotropie thermique. Nous spécifions également les propriétés matériaux de chaque couche.

Deuxièmement, le module thermique : nous résolvons l'équation de la chaleur par décomposition en séries de Fourier. Cela nous donne le profil de température à travers l'épaisseur. Troisièmement, le module mécanique : nous construisons la matrice Gamma, calculons les valeurs propres, et assemblons le système d'équations pour obtenir les champs de contraintes.

Quatrièmement, le module de dommage : nous appliquons les critères d'endommagement, notamment l'indicateur D et le critère de Tsai-Wu, pour identifier les zones critiques.

Cinquièmement, les sorties : nous générerons les profils de contraintes, les visualisations trois dimensions, et les recommandations de conception.

#### Slide 10 : Livrables du Projet – 1 minute 30

Notre projet a produit trois livrables principaux.

Le premier livrable est le module de calcul Python, représenté par environ trois mille lignes de code réparties dans cinq modules du répertoire core. Le module mechanical underscore pdf point py contient le solveur spectral avec plus de mille lignes. Le module mechanical point py gère l'assemblage multicouche. Le module damage underscore analysis point py implementent les critères d'endommagement. Le module calculation point py résout le problème thermique. Enfin, le module constants point py centralise toutes les propriétés matériaux.

Le deuxième livrable est l'interface utilisateur Streamlit. Elle propose huit onglets spécialisés couvrant différents aspects de l'analyse. Le tableau de bord principal affiche les indicateurs clés de performance en temps réel. Des visualisations trois dimensions interactives permettent d'explorer les champs de température et de contraintes.

Le troisième livrable est la documentation technique complète. Elle comprend le rapport

de synthese que vous avez sous les yeux, une documentation de tracabilite entre les equations theoriques et leur implementation dans le code, ainsi que les resultats des tests de validation.

### Slide 11 : Principe de la Methode Spectrale – 2 minutes

La methode spectrale repose sur un principe mathematique fondamental : la decomposition des champs physiques en series de Fourier.

L'idee est de representer toute fonction spatiale comme une somme de fonctions sinusoïdales. Par exemple, le champ de temperature s'ecrit comme une somme double sur les indices m et n des amplitudes  $T_{mn}$  multipliees par sinus de delta x.

Cette decomposition presente plusieurs avantages majeurs par rapport aux methodes d'elements finis classiques.

Premierement, l'approche est semi-analytique. Nous n'avons pas besoin de discretiser l'espace en elements de maillage. La solution est exprimee sous forme analytique dans les directions x un et x deux, et seule la direction x trois de profondeur necessite un traitement numerique.

Deuxiemement, la methode est tres rapide. Une fois les valeurs propres calculees, la resolution est quasi-instantanee. Cela permet de realiser des etudes parametriques avec des centaines de configurations en quelques secondes.

Troisiemement, la precision est excellente. Les erreurs numeriques sont minimales car nous travaillons avec des expressions analytiques. Il n'y a pas de problemes de convergence de maillage comme en elements finis.

En contrepartie, la methode spectrale suppose une geometrie plane stratifiee et des chargements periodiques. Ces hypotheses sont bien adaptees a notre probleme de barriere thermique sur aube de turbine.

### Slide 12 : Representation Spectrale de la Temperature – 1 minute 30

Appliquons maintenant la decomposition spectrale au champ de temperature.

Le champ de temperature en trois dimensions s'ecrit comme une somme sur les modes m et n. Pour chaque mode, l'amplitude  $T_{mn}$  depend uniquement de la coordonnee x trois, c'est-a-dire de la profondeur. Cette amplitude est multipliee par les fonctions sinus de delta un fois x un et sinus de delta deux fois x deux.

Le nombre d'onde delta est defini comme pi divise par la longueur d'onde Lw. Ce parametre caracterise l'echelle spatiale des perturbations thermiques laterales. Une petite longueur d'onde correspond a des gradients thermiques plus intenses.

Le point cle de cette representation est la simplification dimensionnelle. Le probleme tri-dimensionnel initial se ramene a une famille de problemes unidimensionnels. Pour chaque mode spectral, nous devons seulement resoudre une equation differentielle ordinaire en x trois.

Cette reduction de dimension est la source de l'efficacite de la methode spectrale. Au lieu de resoudre des equations aux derivees partielles en trois dimensions, nous resolvons des equations ordinaires beaucoup plus simples.

### Slide 13 : Solution Thermique par Couche – 1 minute 30

Dans chaque couche i du multicouche, l'equation de la chaleur en regime permanent a une solution analytique de forme exponentielle.

La temperature dans la couche i s'ecrit comme la somme de deux termes : A puissance i

multiplie par exponentielle de lambda puissance i fois x trois, plus B puissance i multiplie par exponentielle de moins lambda puissance i fois x trois.

L'exposant lambda depend des proprietes thermiques de la couche. Il est egal au nombre d'onde delta eta multiplie par la racine carree du rapport des conductivites k eta eta sur k trente-trois. Ce rapport traduit l'anisotropie thermique du materiau.

Les coefficients A et B sont les inconnues du probleme thermique. Pour N couches, nous avons deux N inconnues a determiner.

Ces inconnues sont calculees en imposant les conditions de continuite aux interfaces : la temperature et le flux thermique doivent etre continus de part et d'autre de chaque interface.

La resolution donne le profil de temperature complet a travers l'epaisseur du multicouche. Ce profil servira ensuite de donnee d'entree pour le calcul mecanique.

### Slide 14 : Loi de Hooke Thermo-Elastique – 2 minutes

La formulation mecanique de notre probleme repose sur la loi de Hooke thermo-elastique. Cette loi relie le tenseur des contraintes sigma au tenseur des deformations epsilon par l'intermediaire du tenseur de rigidite C. La particularite de la formulation thermo-elastique est que nous soustrayons la deformation thermique alpha fois delta T avant d'appliquer la loi de Hooke.

Le tenseur de rigidite C contient les constantes elastiques de chaque materiau. Pour les materiaux orthotropes comme ceux de notre modele, ce tenseur possede neuf constantes independantes.

Voici les principales proprietes utilisees dans notre modele, issues des bases de donnees ONERA et Safran.

Pour le substrat en Inconel, le module C onze vaut deux cent soixante gigapascals et le coefficient de dilatation thermique est de treize microdeformations par kelvin.

Pour le bond coat en MCRAIY, le module C onze vaut cent quatre-vingts gigapascals et le coefficient de dilatation est de quatorze microdeformations par kelvin.

Pour la ceramique en YSZ, le module C onze vaut seulement cinquante gigapascals et le coefficient de dilatation est de dix microdeformations par kelvin.

Le contraste entre ces proprietes, avec un rapport de plus de cinq entre le substrat et la ceramique pour le module de Young, est la source principale des contraintes aux interfaces. Ce contraste genere des incompatibilites de deformation qui se traduisent par des concentrations de contraintes.

### Slide 15 : Ansatz de Deplacement Modal – 1 minute 30

Pour resoudre les equations d'équilibre mecanique, nous supposons une forme particuliére pour les déplacements, appellée ansatz modal.

Chaque composante de déplacement  $u_i$  s'écrit comme le produit de deux termes. Le premier terme,  $V_i$  de  $x^3$ , dépend uniquement de la profondeur. Le second terme est une fonction trigonométrique de  $\delta_x$  un et  $\delta_x$  deux.

L'amplitude  $V_i$  a elle-même une forme exponentielle :  $A_i$  multiplié par exponentielle de  $\tau$  fois  $x^3$ , où  $\tau$  est la valeur propre à déterminer.

La condition de radiation est un point fondamental. Nous imposons que la partie réelle de  $\tau$  soit négative. Cette condition garantit que les perturbations mécaniques s'atténuent lorsqu'on s'enfonce dans le matériau, ce qui est physiquement correct.

Sans cette condition, nous pourrions avoir des solutions qui divergent en profondeur, ce qui n'a pas de sens physique.

En resume, l'ansatz modal nous permet de transformer les equations aux derivees partielles en un probleme aux valeurs propres. La recherche des valeurs tau telles que le systeme admette des solutions non triviales conduit a l'équation caractéristique que Johan a présentee.

Je laisse maintenant la parole a Maxime pour l'implementation et les resultats.

## 4 MAXIME – 10 MINUTES (Slides 20-32)

### Slide 20 : Criteres d'Endommagement – 1 minute

Merci Lionel. Je vais maintenant vous presenter l'implementation logicielle et les resultats obtenus.

Commencons par les criteres d'endommagement que nous avons implementes.

L'indicateur de dommage D est defini comme le maximum du rapport entre la valeur absolue de chaque composante de contrainte et sa valeur critique. D egal maximum de sigma ij sur sigma critique ij.

L'interpretation est simple : si D est inferieur a zero virgule cinq, la zone est sure. Si D est compris entre zero virgule cinq et zero virgule huit, nous sommes en zone de prudence. Si D depasse zero virgule huit, la zone est critique et le risque de rupture est eleve.

Nous avons egalement implemente le critere de Tsai-Wu pour les materiaux anisotropes, qui prend en compte les interactions entre les differentes composantes de contrainte.

### Slide 21 : Stabilite Numerique – 1 minute

Un defi majeur de notre implementation est la stabilite numerique. Le conditionnement des matrices peut atteindre des valeurs astronomiques, superieures a dix puissance trente. Pour surmonter ce probleme, nous avons mis en place trois techniques.

Premierement, le preconditionnement ou scaling. Nous multiplions la matrice K par des matrices diagonales pour equilibrer les ordres de grandeur : K prime egal D r fois K fois D c.

Deuxiemement, la regularisation de Tikhonov basee sur la decomposition en valeurs singulières. Les valeurs singulières trop petites, inferieures a un seuil epsilon, sont filtrées pour eviter les divisions par zero.

Troisiemement, la normalisation globale. Toutes les rigidites sont divisees par une rigidite de reference C ref egale a deux cents gigapascals.

Ces techniques nous permettent d'atteindre une precision de dix puissance moins huit sur les resultats.

### Slide 22 : Architecture Logicielle – 1 minute

Voici l'architecture de notre code Python.

Le repertoire core contient cinq modules principaux.

Le module mechanical underscore pdf point py est le solveur spectral principal avec plus de mille lignes de code. Il implemente les operateurs L jk, la matrice Gamma, et la resolution du polynome caractéristique.

Le module mechanical point py gere l'assemblage multicouche avec environ mille cinq cents lignes.

Le module damage underscore analysis point py implemente les criteres d'endommagement avec environ trois cent soixante-dix lignes.

Le module calculation point py contient le solveur thermique avec environ deux cent soixante-dix lignes.

Le module constants point py centralise les donnees materiaux.

Au total, notre base de code represente environ trois mille lignes de Python structure et documentee.

### Slide 23 : Dashboard Streamlit – 1 minute

Notre interface utilisateur Streamlit offre une experience interactive complete.

Le tableau de bord principal affiche six cartes KPI en temps reel : temperature a l'interface, epaisseur TBC, indicateur D, temps de reponse, connectivite, et sante du systeme.

Une jauge de risque permet de visualiser immediatement le niveau de danger. Un radar multi-criteres synthetise les differentes metriques de performance.

Les visualisations trois dimensions Plotly permettent d'explorer interactivement les champs de temperature et de contraintes par rotation et zoom.

Un badge Conforme ONERA s'affiche automatiquement lorsque les resultats sont dans les plages de reference validees.

### Slide 24 : Resultats Thermiques – 45 secondes

Examinons les resultats thermiques obtenus.

Le profil de temperature en fonction de la profondeur montre des gradients tres differents selon les couches.

Dans le substrat, le gradient est faible, environ vingt degres par millimetre. Dans la ceramique, le gradient est extreme, environ quatre cents degres par millimetre.

La temperature a l'interface bond coat ceramique atteint environ mille cinquante degres, soit une marge de cinquante degres par rapport au seuil critique de mille cent degres.

### Slide 25 : Resultats Mecaniques – 1 minute

Les resultats mecaniques montrent les profils de contraintes en fonction de la profondeur. La contrainte d'arrachement sigma trente-trois presente un pic d'environ deux cents megapascals a l'interface bond coat ceramique. Ce pic depasse le seuil critique de cent cinquante megapascals, ce qui indique un risque de delamination.

La contrainte de cisaillement sigma treize atteint un pic d'environ deux cent cinquante megapascals a la meme interface.

Ces resultats confirment que l'interface bond coat ceramique est la zone la plus critique du systeme, conformement aux observations experimentales.

### Slide 26 : Etudes Parametriques – 45 secondes

Nous avons realise des etudes de sensibilite pour identifier les leviers de conception.

L'epaisseur de ceramique alpha a un effet benefique : quand alpha augmente, l'indicateur D diminue. Un TBC plus epais offre une meilleure protection.

La longueur d'onde Lw a un effet critique : quand Lw diminue, D augmente. Des perturbations a courte longueur d'onde generent des gradients plus severes.

Notre recommandation : alpha superieur ou egal a zero virgule deux pour les applications haute pression.

### Slide 27 : Validation ONERA – 45 secondes

Nos resultats ont ete valides par comparaison aux donnees de reference ONERA et Safran. Les ecarts sur les modules elastiques sont inferieurs a un pourcent. Par exemple, C onze du substrat vaut cent quarante-cinq gigapascals dans notre code contre cent quarante-quatre virgule huit gigapascals dans la reference.

Les contraintes calculees sont dans la plage des resultats FEM ONERA, entre quatre cents et huit cents megapascals.

Le modele est donc valide pour une utilisation en phase de pre-dimensionnement.

### Slide 28 : Demonstration Application – 30 secondes

Le workflow utilisateur est en quatre etapes.

Etape un : parametrage des entrees alpha, beta, Lw.

Etape deux : calcul spectral en moins d'une seconde.

Etape trois : visualisation du dashboard et des profils trois dimensions.

Etape quatre : export des resultats en PDF ou CSV avec recommandations automatiques.

### Slide 29 : Limites du Modele – 30 secondes

Notre modele presente certaines limites a mentionner.

Geometrie : nous modellisons une plaque plane alors que les aubes reelles ont une courbure complexe.

Thermique : le regime est stationnaire, nous ne capturons pas les cycles de demarrage arret.

Mecanique : le comportement est elastique lineaire, sans fluage ni plasticite.

Ces hypotheses restent valides pour des temperatures inferieures a mille cent degres et des contraintes inferieures a cinq cents megapascals.

### Slide 30 : Perspectives – 30 secondes

Plusieurs pistes d'evolution sont envisageables.

Extension geometrique vers des geometries cylindriques et complexes.

Prise en compte de la fatigue thermique et du cyclage pour estimer la duree de vie.

Integration de modeles de machine learning comme surrogate pour l'optimisation rapide.

Extension de la base de donnees materiaux vers les composites a matrice ceramique CMC.

### Slide 31 : Conclusion – 45 secondes

En conclusion, notre projet a atteint ses quatre objectifs.

Les objectifs de modelisation et prediction des zones critiques sont atteints grace a la methode spectrale.

L'outil est valide : le code Python Streamlit est operationnel et les resultats sont conformes aux references ONERA.

La tracabilite entre theorie et code est assuree par une documentation complete.

Le potentiel industriel est demonstre : l'outil permet une aide a la conception rapide et une optimisation efficace.

**Slide 32 : Remerciements – 30 secondes**

Nous tenons à remercier chaleureusement nos encadrants.  
Monsieur Aurelien Vattre de l'ONERA pour sa supervision scientifique rigoureuse.  
Monsieur Daniel Gaffie de l'ESTACA pour son accompagnement pédagogique.  
Et toutes les personnes qui ont contribué à ce projet.  
L'équipe : Johan Guittot, Achille Voisin, Lionel Dauriac, et moi-même Maxime Leboeuf.  
Merci de votre attention. Nous sommes maintenant disponibles pour répondre à vos questions.