

# Automates et langages : TD1

---

## Exercice 1

### Sujet

Sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ , donner des exemples de mots appartenant aux langages représentés par les expressions régulières suivantes :

1.  $a^*$
2.  $ab^*$
3.  $(ab)^*$
4.  $(a + b)^*$
5.  $(aab + aa + bba)^*$
6.  $\varepsilon + (a + aab)^* + a^*(aab)^*$

### Résolution

#### Question 1

$\{\varepsilon, a, aa, aaaaaaa, \dots\}$

#### Question 2

$\{ab, abb, abbbbbb, \dots\}$

#### Question 3

$\{\varepsilon, ab, abab, ababab, \dots\}$

#### Question 4

$\{\varepsilon, a, b, aaaaaa, bbabbbabbababaaa, \dots\}$

#### Question 5

$\{\varepsilon, aa, aab, bba, aabaa, aabaabbbaaa\dots\}$

#### Question 6

$\{\varepsilon, a, aaaaaa, aabaabaab, \dots\}$

---

## Exercice 2

### Sujet

1. Donner tous les mots sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  de longueur  $\leq 5$  qui finissent par  $ab$  et contiennent au moins un  $b$  en plus du  $b$  final
2. Donner une expression régulière pour le langage sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  contenant les mots (de longueur quelconque) qui finissent par  $ab$  et contiennent au moins un  $b$  en plus du  $b$  final

## Résolution

### Question 1

- $\{bab, abab, baab, baba, aabab, abaab, abbab, baaab, babab, bbaab, bbbab\}$

### Question 2

- $(a + b)^*b(a + b)^*ab$
- 

## Exercice 3

### Sujet

Sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ , les mots suivants sont-ils générés par une de ces deux expressions régulières  $(ab^*)b^*$  ou  $(ab)^*b^*$  :

1.  $\epsilon$
2.  $a$
3.  $aa$
4.  $ba$
5.  $abbb$
6.  $ababb$
7.  $baba$

## Résolution

### Question 1

- $\epsilon = (ab)^0b^0$

### Question 2

- $a = (ab^0)b^0$

### Question 3

- $aa$  : pas faisable

#### Question 4

- $ba$  : pas faisable

#### Question 5

- $abbb = (ab)^1b^2 = (ab^3)b^0 = (ab^2)b^1 = (ab^1)b^2 = (ab^0)b^3$

#### Question 6

- $ababb = (ab)^2b^1$

#### Question 7

- $baba$  : pas faisable
- 

### Exercice 4

#### Sujet

On considère l'alphabet  $A = \{a, b\}$ . Donner des exemples de mots et les expressions régulières correspondant aux propriétés suivantes :

1. les mots qui ne contiennent aucun  $b$
2. les mots de longueur paire (y compris le mot vide, de longueur 0)
3. les mots formés d'alternance de  $a$  et de  $b$  (on ne peut avoir 2 mêmes lettres l'une après l'autre) ou le mot vide
4. les mots commençant par  $a$  et finissant par  $bb$

#### Résolution

##### Question 1

- Mots :  $\{\epsilon, a, aa, aaaa, \dots\}$
- Expression régulière :  $a^*$

##### Question 2

- Mots :  $\{\epsilon, aa, bb, ab, ba, aabbab\dots\}$
- Expression régulière :
  - $((a + b)(a + b))^*$
  - $(aa + bb + ab + ba)^*$

##### Question 3

- Mots :  $\{\epsilon, a, b, ab, ba, abababab\dots\}$
- Expression régulière :

- $(a + \epsilon).(ba)^*.(b + \epsilon)$
- $(ab)^* + (ba)^* + (ab)^*a + (ba)^*b$

#### Question 4

- Mots :  $\{abb, aaaaabb, abbbbbb, ababbabbb, \dots\}$
- Expression régulière :  $a.(a + b)^*.bb$