

Automates et langages : TD1

Exercice 1

Sujet

Sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, donner des exemples de mots appartenant aux langages représentés par les expressions régulières suivantes :

1. a^*
2. ab^*
3. $(ab)^*$
4. $(a + b)^*$
5. $(aab + aa + bba)^*$
6. $\varepsilon + (a + aab)^* + a^*(aab)^*$

Résolution

Question 1

$\{\varepsilon, a, aa, aaaaaaa, \dots\}$

Question 2

$\{ab, abb, abbbbbb, \dots\}$

Question 3

$\{\varepsilon, ab, abab, ababab, \dots\}$

Question 4

$\{\varepsilon, a, b, aaaaaa, bbabbbabbababaaa, \dots\}$

Question 5

$\{\varepsilon, aa, aab, bba, aabaa, aabaabbbbaaa\dots\}$

Question 6

$\{\varepsilon, a, aaaaaa, aabaabaab, \dots\}$

Exercice 2

Sujet

1. Donner tous les mots sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ de longueur ≤ 5 qui finissent par ab et contiennent au moins un b en plus du b final
2. Donner une expression régulière pour le langage sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ contenant les mots (de longueur quelconque) qui finissent par ab et contiennent au moins un b en plus du b final

Résolution

Question 1

- $\{bab, abab, baab, baba, aabab, abaab, abbab, baaab, babab, bbaab, bbbab\}$

Question 2

- $(a + b)^*b(a + b)^*ab$
-

Exercice 3

Sujet

Sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, les mots suivants sont-ils générés par une de ces deux expressions régulières $(ab^*)b^*$ ou $(ab)^*b^*$:

1. ϵ
2. a
3. aa
4. ba
5. $abbb$
6. $ababb$
7. $baba$

Résolution

Question 1

- $\epsilon = (ab)^0b^0$

Question 2

- $a = (ab^0)b^0$

Question 3

- aa : pas faisable

Question 4

- ba : pas faisable

Question 5

- $abbb = (ab)^1b^2 = (ab^3)b^0 = (ab^2)b^1 = (ab^1)b^2 = (ab^0)b^3$

Question 6

- $ababb = (ab)^2b^1$

Question 7

- $baba$: pas faisable

Exercice 4

Sujet

On considère l'alphabet $A = \{a, b\}$. Donner des exemples de mots et les expressions régulières correspondant aux propriétés suivantes :

1. les mots qui ne contiennent aucun b
2. les mots de longueur paire (y compris le mot vide, de longueur 0)
3. les mots formés d'alternance de a et de b (on ne peut avoir 2 mêmes lettres l'une après l'autre) ou le mot vide
4. les mots commençant par a et finissant par bb

Résolution

Question 1

- Mots : $\{\epsilon, a, aa, aaaaa, \dots\}$
- Expression régulière : a^*

Question 2

- Mots : $\{\epsilon, aa, bb, ab, ba, aabbab, \dots\}$
- Expression régulière :
 - $((a + b)(a + b))^*$
 - $(aa + bb + ab + ba)^*$

Question 3

- Mots : $\{\epsilon, a, b, ab, ba, abababab...\}$
- Expression régulière :
 - $(a + \epsilon).(ba)^*(b + \epsilon)$
 - $(ab)^* + (ba)^* + (ab)^*a + (ba)^*b$

Question 4

- Mots : $\{abb, aaaaabb, abbbbbb, ababbabbb, \dots\}$
- Expression régulière : $a.(a + b)^*.bb$