

Respuestas de la Práctica 7

Tema : Estimación puntual

- 1) a) Rta: 8.1407 usando la media muestral
 b) Rta: $\hat{\sigma} = 1.6595$ si se usa la varianza muestral y $\hat{\sigma} = 1.6285$ si se usa el estimador de máxima verosimilitud de la varianza.

- 2) Rta: la media muestral da 9.5 y la varianza muestral 0.736

- 3) a) $\hat{\Theta} = 1 - \bar{X}/2$ b) SI, es insesgado; c) $ECM(\hat{\Theta}) = \frac{1}{4n}V(T)$ d) 0.6

- 4) a) Demuestre que \bar{X}^2 no es un estimador insesgado para μ^2 .

$$E(\hat{\Theta}) = E(\bar{X}^2) = V(\bar{X}) + (E(\bar{X}))^2 = \frac{\sigma^2}{n} + \mu^2$$

Por lo tanto no es insesgado. Tiende a sobreestimar el valor de μ^2

- b) ¿Para qué valor de k el estimador $\bar{X}^2 - kS^2$ es insesgado para μ^2 ? Rta: $1/n$

- 5) a) $\hat{\Theta} = \frac{2\bar{X} - 1}{1 - \bar{X}}$ b) $\hat{\Theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln(X_i)} - 1$ c) Rta: a) 3 y b) 3.11

- 6) a) $\hat{\lambda} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ b) $E(\hat{\lambda}) = \lambda$ $V(\hat{\lambda}) = \frac{\lambda}{n}$

- c) Rta: es consistente porque cumple que la esperanza coincide con el parámetro y la varianza tiende a cero.

- d) Rta: $\hat{\lambda} = 1.216$

- 7) a) El EMV de p es: $\hat{p} = \frac{1}{\bar{X}}$

- b) Hallar el EMV de la probabilidad que el mecanismo dure más de 6 días. $P(Y > 6) = ?$

$$P(Y > 6) = 1 - \hat{p} - (1 - \hat{p})^1 \hat{p} - (1 - \hat{p})^2 \hat{p} - (1 - \hat{p})^3 \hat{p} - (1 - \hat{p})^4 \hat{p} - (1 - \hat{p})^5 \hat{p}$$

- c) Rta: $\hat{p} = 1/\bar{X} = 1/5.5 = 0.1818$; $P(Y > 6) = 0.30$

- 8) a) Rta: Los tres tienen esperanza μ

- b) Rta: $ECM(\mu_1) = V(\mu_1) = \frac{\sigma^2}{2}$ $ECM(\mu_2) = V(\mu_2) = \frac{n}{8(n-2)}\sigma^2$;

$$ECM(\mu_3) = V(\mu_3) = \frac{\sigma^2}{n}$$

La eficiencia relativa de $\hat{\mu}_3$ con respecto a $\hat{\mu}_1$ se calcula como

$\frac{ECM(\mu_1)}{ECM(\mu_3)} = \frac{n}{2}$ para $n > 2$ este cociente da > 1 , es decir, el ECM de $\hat{\mu}_3$ es menor al de $\hat{\mu}_1$ y por lo tanto, para $n > 2$, $\hat{\mu}_3$ es más eficiente que $\hat{\mu}_1$.

La eficiencia relativa de $\hat{\mu}_3$ con respecto a $\hat{\mu}_2$ se calcula como

$$\frac{ECM(\mu_2)}{ECM(\mu_3)} = \frac{n^2}{8(n-2)} \text{ es } > 1 \text{ para } n \geq 5$$

c) Sólo $\hat{\mu}_3$ es consistente para μ

9) a) Calcule estimadores de θ por dos métodos distintos.

El estimador de θ por el método de momentos es $\hat{\theta} = 2\bar{X}$ que tiene esperanza θ y varianza $\frac{4\theta^2}{12n}$

El estimador de máxima verosimilitud es $\hat{\theta} = \max_i x_i$

b) Calcule sus valores para esta muestra. Rta: $\hat{\theta} = 16$; $\hat{\theta}_{EMV} = 17$

c) ¿Alguno es insesgado para θ ? Rta: sólo el primero

10) a) Rta: $\hat{\mu} = 384.4$ $\hat{\sigma} = 18.86$

b) Rta: 415.42