

CONTROLE CONTINU

05-10-2019

(1H30-sans documents-sans calculatrice)

Exercice 1 Dans ce texte ou bien signifie ou exclusif, soit le raisonnement R :

4.5

« S'il y a de l'oxygène alors il y a combustion.

Il y a de l'oxygène ou bien il y a de l'azote.

Il n'y a pas d'azote.

Donc il y a combustion. »

1. Ecrire ce raisonnement à l'aide des propositions élémentaires o , c , a et des connecteurs logiques.
2. Etablir la table de vérité de R , le raisonnement est-il valide?
3. Retrouver le résultat précédent en faisant un calcul propositionnel.

On prendra comme proposition élémentaires :

— o = « il y a de l'oxygène »

— c = « il y a combustion »

— a = « il y a de l'azote »

6.5

Exercice 2 Un examen comprend 4 épreuves A , B , C , D ayant respectivement comme coefficient 8, 5, 4 et 3.

Les résultats donnés à chacune des épreuves, pour un candidat, sont 0 ou 1 et sont notées respectivement a , b , c , d .

Un candidat qui a 1 partout a donc une note de $1 \times 8 + 1 \times 5 + 1 \times 4 + 1 \times 3 = 20$.

Pour être admissible à l'examen et pouvoir passer la deuxième session, il faut avoir une note globale ≥ 8 . On associe à l'admissibilité d'un candidat une variable booléenne $f(a,b,c,d)$ qui vaut 1 si l'élève est admissible et qui vaut 0 sinon.

1. De combien de façons un candidat peut-il obtenir 3 à l'examen?
2. De combien de façons peut-il obtenir 8? 12?
3. Un candidat peut-il obtenir 10?
4. De combien de façons peut-on obtenir une note à cet examen? (En d'autres termes combien de lignes contient la table de vérité de f ?)
5. Déterminer la table de vérité de f .
6. En utilisant la table de vérité déterminer une expression équivalente à $\overline{f(a,b,c,d)}$ à l'aide \vee, \wedge, \neg .
7. Simplifier cette expression à l'aide des tautologies connues.
8. En déduire une expression de $f(a,b,c,d)$ du type $P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_i$

Exercice 3 Implication logique

3.5

Soit $p(x) : -1 \leq x \leq 1$ et $q(x) : x^2 - 1 \leq 0$, $x \in \mathbb{R}$.

1. Donner la réciproque, la négation et la contraposée du prédicat $p(x) \Rightarrow q(x)$.
2. L'implication $p(x) \Rightarrow q(x)$ est-elle un théorème sur \mathbb{R} ? (Justifier clairement sa réponse)

1.5

Exercice 4 Soit E un ensemble donné

Soient A et B des parties de E , démontrer le résultat suivant :

1. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Exercice 5 Numération

4

1. Ecrire $(251)_{10}$ et $(92)_{10}$ en base 2. **Les calculs effectués doivent être écrits.**
2. Faire la somme des deux entiers précédents en base 2.
3. trouver $n \in \mathbb{N}$ tel que $2^{n-1} \leq (251)_{10} \leq 2^n$.
4. Ecrire 2^8 en base 16.