ALGEBRE LINEAIRE M1202

BC

Ce support de cours n'est pas fait pour être imprimé mais pour être consulté.D'autre part, il ne contient que des définitions, une partie essentielle de ce cours est développée au tableau sous forme d'exercices et de démonstrations.

Plan



Matrices à coefficients réels

- Notion de matrices à coefficients réels
- Opérations sur les matrices
- Matrices carrées
 - Différents types de matrice carrée
 - Opérations élémentaires sur les matrices carrées

Opérations sur les matrices Matrices carrées

Plan



- Matrices à coefficients réels
- Notion de matrices à coefficients réels
- Opérations sur les matrices
- Matrices carrées
 - Différents types de matrice carrée
 - Opérations élémentaires sur les matrices carrées

Opérations sur les matrices Matrices carrées

Matrices de taille (n,p)

Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p colonnes

Matrice A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & a_{p3} & \cdots & a_{pp} \end{pmatrix}$$

Notation : $A = (a_{ii})_1 > i > p_1 > i > p_n$ et $a_{ii} \in R$

A est donc une matrice de type n.p., a_{ii} est le réel situé sur la iième ligne et la jième colonne de A

Matrices de taille (n,p)

Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p colonnes

Matrice A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{np} \end{pmatrix}$$

Notation : $A = (a_{ii})_{1 < i < p, 1 < i < p}$ et $a_{ii} \in R$

A est donc une matrice de type n.p., a_{ii} est le réel situé sur la jième ligne et la jième colonne de A.

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices

Opérations sur les matrices Matrices carrées

Matrices de taille (n,p)

Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p colonnes

Matrice A

$$A = \left(\begin{array}{ccccccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{np} \end{array} \right)$$

Notation : $A = (a_{ii})_{1 \le i \le n, 1 \le i \le p}$ et $a_{ii} \in R$

A est donc une matrice de type n.p., a_{ii} est le réel situé sur la iième ligne et la jième colonne de A

Notion de matrices à coefficients réels

Opérations sur les matrices Matrices carrées

Matrices de taille (n,p)

Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p colonnes

Matrice A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{np} \end{pmatrix}$$

Notation : $A = (a_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le p}$ et $a_{ij} \in R$

A est donc une matrice de type n.p, a_{ii} est le réel situé sur la iième ligne et la jième colonne de A.

$A \in M_{nn}(B)$

A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels

$A \subset M_{-1}(R)$

A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1n}(R)$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

$A \in M_{np}(R)$

A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels.

$A \in M_{-1}(R)$

A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1n}(R)$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices

Matrices carrées

$A \in M_{np}(R)$

A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels.

$A \in M_{n1}(R)$

A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1p}(R)$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices

Matrices carrées

$A \in M_{np}(R)$

A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels.

$A \in M_{n1}(R)$

A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1p}(R)$

Plan



Matrices à coefficients réels

- Notion de matrices à coefficients réels
- Opérations sur les matrices
- Matrices carrées
 - Différents types de matrice carrée
 - Opérations élémentaires sur les matrices carrées

Somme de matrices $A=(a_{ii})_{1\leq i\leq p}$ et $B=(b_{ii})_{1\leq i\leq p}$ at $A=(a_{ii})_{1\leq i\leq p}$ et $A=(a_{ii})_{1\leq i\leq p}$ et

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \dots n\} \times \{1, \dots p\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \left(\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{array}\right)$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bigcirc $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \bigcirc $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1 < i < n, 1 < j < p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \dots n\} \times \{1, \dots p\}$

$$A = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \left(\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{array}\right)$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bigcirc $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \bigcirc $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$
- $oldsymbol{0} s_{ii} = a_{ii} + b_{ii}, \forall (i, i) \in \{1, \dots n\} \times \{1, \dots p\}$

A+E

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \left(\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{array}\right)$$

Somme de matrices $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,1\leq j\leq p}$ et $B=(b_{ij})_{1\leq i\leq n,1\leq j\leq p},\,a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$

$$A = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1 < i < n, 1 < j < p}$

$$A = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \left(\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{array}\right)$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \circ $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \dots n\} \times \{1, \dots p\}$

A+E

$$A = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \circ $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \dots n\} \times \{1, \dots p\}$

A+E

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \circ $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1 + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \circ $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$

$$A = \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \circ $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \dots n\} \times \{1, \dots p\}$

$$A = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la ième colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- \bullet $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- \circ $S = A + B \text{ et } S \in M_{np}(R)$

$$A = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$A + B = \left(\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{array}\right)$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de λ .

- $T = \lambda A$
- $T \in M_{np}(R)$

λΑ

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$\lambda.A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \\ 4\lambda & \lambda y & 5\lambda & \lambda x \\ \lambda x & \lambda y & 8\lambda & 9\lambda \end{pmatrix}$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda.A$
 - $T \in M_{np}(R)$

 $\lambda . A$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$\lambda.A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \\ 4\lambda & \lambda y & 5\lambda & \lambda x \\ \lambda x & \lambda y & 8\lambda & 9\lambda \end{pmatrix}$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda.A$
 - $T \in M_{np}(R)$

λ Α

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \end{pmatrix}$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda A$
- \bullet $T \in M_{np}(R)$

 $\lambda . A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \end{pmatrix}$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda A$
- \bullet $T \in M_{np}(R)$

λ.Α

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \end{pmatrix}$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda A$
- \bullet $T \in M_{np}(R)$

$\lambda.A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{pmatrix}$$
$$A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \\ 4\lambda & \lambda y & 5\lambda & \lambda x \\ \lambda x & \lambda y & 8\lambda & 9\lambda \end{pmatrix}$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda A$
- \bullet $T \in M_{np}(R)$

$\lambda.A$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{array} \right)$$

$$\lambda.A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \\ 4\lambda & \lambda y & 5\lambda & \lambda x \\ \lambda x & \lambda y & 8\lambda & 9\lambda \end{pmatrix}$$

on définit λ . A comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda A$
- \bullet $T \in M_{np}(R)$

$\lambda.A$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{array}\right)$$

$$\lambda.A = \left(\begin{array}{cccc} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \\ 4\lambda & \lambda y & 5\lambda & \lambda x \\ \lambda x & \lambda y & 8\lambda & 9\lambda \end{array}\right)$$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le m}$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,\,1\leq j\leq p}$ et $B=(b_{ij})_{1\leq i\leq p,\,1\leq j\leq m},\,a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le m}$
- $\bigcirc \quad \rho_{ij} = \sum_{k=1}^{\kappa=\rho} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$
- $\bigcirc p_{ij} = \sum_{k=1}^{\kappa=\rho} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \dots n\} \times \{1, \dots m\}$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,\,1\leq j\leq p}$ et $B=(b_{ij})_{1\leq i\leq p,\,1\leq j\leq m},\,a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,\,1\leq j\leq p}$ et $B=(b_{ij})_{1\leq i\leq p,\,1\leq j\leq m},\,a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 < i < n, 1 < j < m}$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,\,1\leq j\leq p}$ et $B=(b_{ij})_{1\leq i\leq p,\,1\leq j\leq m},\,a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le m}$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le m}$

$$A = \left(\begin{array}{rrrr} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la ième colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le m}$

$$A = \left(\begin{array}{rrrr} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R) \text{ et } B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le m}$

$$A = \left(\begin{array}{rrrr} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$A \times B = \left(\begin{array}{cc} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{array}\right)$$

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices A x B n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

Le produit de matrices est associatif

$$A\times (B\times C)=(A\times B)\times C$$

Le produit est distributif par rapport à l'addition

$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$

0

$$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$$

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices A x B n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être éral aux nombres de linnes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

Le produit de matrices est associatif

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

Le produit est distributif par rapport à l'addition

$$A \times (B+C) = A \times B + A \times C$$

 $A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices A x B n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

Le produit de matrices est associatif

$$A\times (B\times C)=(A\times B)\times C$$

$$A \times (B+C) = A \times B + A \times C$$

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

Le produit de matrices est associatif

$$A\times (B\times C)=(A\times B)\times C$$

$$A \times (B+C) = A \times B + A \times C$$

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices A x B n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

Le produit de matrices est associatif

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

$$A \times (B+C) = A \times B + A \times C$$

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices A x B n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

Le produit de matrices est associatif

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

$$A \times (B+C) = A \times B + A \times C$$

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices A x B n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

Le produit de matrices est associatif

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

Le produit est distributif par rapport à l'addition

$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$

•

$$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$$

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général or établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithme (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapître suivant relatif au Pivot de Gauss.

- O Soit $X \in M_{1n}(R)$, $X \times X^{\dagger}$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n.
- Soit $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pq}(R)$ $A \times B$ nécessite n(2p-1)q opérations, c'est une complexité de type npq.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^3



- \bigcirc Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général on établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithme (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapitre suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1,p}(R)$, $X \times X^{t}$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n
- Soit $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pq}(R)$ $A \times B$ nécessite n(2p-1)q opérations, c'est une complexité de type npq.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^3



- \bigcirc Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général or établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithme (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapître suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1,n}(R)$, $X \times X^{t}$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n.
- Soit $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pq}(R)$ $A \times B$ nécessite n(2p-1)q opérations, c'est une complexité de type npq.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^3

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général or établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithmie (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapître suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1,n}(R)$, $X \times X^t$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n
- Soit $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pq}(R)$ $A \times B$ nécessite n(2p-1)q opérations, c'est une complexité de type npa.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^3

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général on établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithme (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapitre suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1,n}(R)$, $X \times X^t$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n.
- Soit $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pq}(R)$ $A \times B$ nécessite n(2p-1)q opérations, c'est une complexité de type npa.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^3

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général on établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithmie (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapitre suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1n}(R)$, $X \times X^t$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n.
- Soit $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pq}(R)$ $A \times B$ nécessite n(2p-1)q opérations, c'est une complexité de type npq.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^3

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général on établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithme (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapître suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1n}(R)$, $X \times X^t$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n.
- Soit $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pq}(R)$ $A \times B$ nécessite n(2p-1)q opérations, c'est une complexité de type npq.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^2

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général on établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithme (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapître suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1n}(R)$, $X \times X^t$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n.
- Soit A ∈ M_{np}(R) et B ∈ M_{pq}(R) A × B nécessite n(2p − 1)q opérations, c'est une complexité de type npq.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Nombre d'opérations dans un calcul de matrices : Complexité arithmétique

Il est intéressant de calculer le nombre d'opérations sur des réels pour effectuer un calcul matriciel, en général on établit un ordre de grandeur de ce nombre là appelé aussi complexité. Cette notion est largement développée en algorithmique et fait partie de l'évaluation d'un algorithme (complexité, coût, performance). Ce sujet sera défini et développé dans le chapître suivant relatif au Pivot de Gauss.

- Soit $X \in M_{1n}(R)$, $X \times X^t$ nécessite 2n-1 opérations, c'est une complexité linéaire de type n.
- Soit A ∈ M_{np}(R) et B ∈ M_{pq}(R) A × B nécessite n(2p − 1)q opérations, c'est une complexité de type npq.
- $A \in M_n(R)$ et $B \in M_n(R)$ $A \times B$ a une complexité de type n^3



Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le p}$ La transposée de A est la matrice B

- $B = (b_{ij})_{1 \le i \le p, 1 \le j \le n}$
- Notation : $B = {}^t A$

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le p}$ La transposée de A est la matrice B

- $B = (b_{ij})_{1 < i < p, 1 < j < n}$
- $b_{ii} = a_{ii}, \forall (i, i) \in \{1, \dots, p\} \times \{1, \dots, n\}$
- Notation : P = t ∧

Transposition d'une matrice $A \in M_{DD}(R)$

Soit $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n, 1\leq j\leq p}$ La transposée de A est la matrice B

- \bullet $B = (b_{ij})_{1 < i < p, 1 < j < n}$
- Notation $\cdot R = ^t A$

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n, 1\leq j\leq p}$ La transposée de A est la matrice B

- Notation $\cdot B = {}^{t} A$

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le p}$ La transposée de A est la matrice B

Notation :
$$B = {}^{t} A$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{array}\right)$$

$${}^{t}A = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Propriétés

$${}^{t}(A+B) = {}^{t}A + {}^{t}B$$

$${}^{t}(\lambda A) = \lambda {}^{t}A$$

$${}^{t}(A \times B) = {}^{t}B \times {}^{t}A \times {}^{t}A$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{array}\right)$$

$$A = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Propriétés

$$\begin{array}{rcl}
^{t}(A+B) & = & {}^{t}A+{}^{t}B \\
^{t}(\lambda.A) & = & \lambda.{}^{t}A \\
^{t}(A\times B) & = & {}^{t}B\times{}^{t}A
\end{array}$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{array}\right)$$

$${}^{t}A = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcl}
^{t}(A+B) & = & {}^{t}A+{}^{t}B \\
^{t}(\lambda.A) & = & \lambda.{}^{t}A
\end{array}$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{array}\right)$$

$${}^{t}A = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcl}
^{t}(A+B) & = & {}^{t}A+{}^{t}B \\
^{t}(\lambda \cdot A) & = & \lambda \cdot {}^{t}A \\
^{t}(A \times B) & = & {}^{t}B \times {}^{t}A
\end{array}$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{array}\right)$$

$${}^{t}A = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcl}
^{t}(A+B) & = & {}^{t}A+{}^{t}B \\
^{t}(\lambda.A) & = & \lambda.{}^{t}A
\end{array}$$

Les lignes de A sont les colonnes de ^tA et les colonnes de A sont les lignes de ^tA

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{array}\right)$$

$${}^{t}A = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcl}
^{t}(A+B) & = & ^{t}A+^{t}B \\
^{t}(\lambda.A) & = & \lambda.^{t}A \\
^{t}(A\times B) & = & ^{t}B\times^{t}A
\end{array}$$

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne neut nas *simr*

Il eviste des matrices Λ R. Citalles que $\Lambda R = \Lambda C$ et $R \neq C$

On ne peut pas "simplifier" par A

Ce problème est lié au fait que deux matrices non nulles peuvent avoir un produit égal à la matrice nulle. La règle bien connue dans ℝ ne s'applique pas dans l'ensemble des matrices!

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *sim*r

Il existe des matrices A. R. Citalles que AR = AC et $R \neq C$

On ne peut pas "simplifier" par A

Ce problème est lié au fait que deux matrices non nulles peuvent avoir un produit égal à la matrice nulle. La règle bien connue dans ℝ ne s'applique pas dans l'ensemble des matrices!

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$C = \left(\begin{array}{rrr} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{array}\right)$$

On ne peut pas simplifier

Il existe des matrices A B C telles que AB = AC et $B \neq C$

On ne peut pas "simplifier" par /

Ce problème est lié au fait que deux matrices non nulles peuvent avoir un produit égal à la matrice nulle. La règle bien connue dans ℝ ne s'applique pas dans l'ensemble des matrices!

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$C = \left(\begin{array}{rrr} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{array}\right)$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A B C telles que AB = AC et $B \neq C$

On ne peut pas "simplifier" par A

Ce problème est lié au fait que deux matrices non nulles peuvent avoir un produit égal à la matrice nulle. La règle bien conque dans ℝ ne s'applique pas dans l'ensemble des matrices!

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{array}\right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$C = \left(\begin{array}{rrr} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{array}\right)$$

On ne peut pas simplifier

II existe des matrices A, B, C telles que AB = AC et $B \neq C$

On ne peut pas "simplifier" par A.

Ce problème est lié au fait que deux matrices non nulles peuvent avoir un produit égal à la matrice nulle. La règle bien connue dans $\mathbb R$ ne s'applique pas dans l'ensemble des matrices!

La formule du binôme de Newton permet le développement de $(a+b)^n$ où a et b sont des réels et où n es un entier naturel.

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^n {n \choose p} a^p b^{n-p}$$

 $(p) = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ est un coefficient binomial et } n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$

- Le produit de matrices n'est pas commutatif, mais les puissances d'une même matrice commutent. So $\forall M \in M_{nn}(\mathbb{R}), M^{\alpha} \times M^{\beta} = M^{\beta} \times M^{\alpha}, \forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$
- Dans ce cas là, on peut appliquer la formule du binôme au produit de matrices

La formule du binôme de Newton permet le développement de $(a+b)^n$ où a et b sont des réels et où n es up entier naturel

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} a^p b^{n-p}$$

(2) $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ est un coefficient binomial et $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$

- Le produit de matrices n'est pas commutatif, mais les puissances d'une même matrice commutent. So $\forall M \in M_{np}(\mathbb{R}), M^{\alpha} \times M^{\beta} = M^{\beta} \times M^{\alpha}, \forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$
- Dans ce cas là, on peut appliquer la formule du binôme au produit de matrices

La formule du binôme de Newton permet le développement de $(a+b)^n$ où a et b sont des réels et où n est un entier naturel.

$$(a+b)^n = \Sigma_{p=0}^n \binom{n}{p} a^p b^{n-p}$$

(a) $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ est un coefficient binomial et $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$

- Le produit de matrices n'est pas commutatif, mais les puissances d'une même matrice commutent. Soi $\forall M \in M_{nn}(\mathbb{R}), M^{\alpha} \times M^{\beta} = M^{\beta} \times M^{\alpha}, \forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$
- Dans ce cas là, on peut appliquer la formule du binôme au produit de matrices

La formule du binôme de Newton permet le développement de $(a+b)^n$ où a et b sont des réels et où n est un entier naturel.

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} a^p b^{n-p}$$

(a) $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ est un coefficient binomial et $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$

- Le produit de matrices n'est pas commutatif, mais les puissances d'une même matrice commutent. So $\forall M \in M$, (\mathbb{R}) , $M^{\alpha} \vee M^{\beta} = M^{\beta} \vee M^{\alpha} \vee M^{\alpha} = M^{\beta} \vee M^{\alpha} = M^{\beta} \vee M^{\alpha} \vee M^{\alpha} = M^{\beta}$
- Dans ce cas là on neut appliquer la formule du binôme au produit de matrices

La formule du binôme de Newton permet le développement de $(a+b)^n$ où a et b sont des réels et où n est un entier naturel.

$$(a+b)^n=\Sigma_{p=0}^n(_p^n)a^pb^{n-p}$$

2 $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ est un coefficient binomial et $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$

- Le produit de matrices n'est pas commutatif, mais les puissances d'une même matrice commutent. Soit $\forall M \in M_{np}(\mathbb{R}), M^{\alpha} \times M^{\beta} = M^{\beta} \times M^{\alpha}, \forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$
- 2 Dans ce cas là, on peut appliquer la formule du binôme au produit de matrices.

Calculer Aⁿ

$$A = \left(\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{array} \right)$$

- Déterminer la matrice $M = A I_2$
- Déterminer M^2 en fonction de M
- Montrer par récurrence que $M^n = 3^{n-1}M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Déterminer A^n à l'aide de la formule du binôme de Newton.
- Montrer que

$$A^{n} = I_2 + \left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1} \right] . M$$

Montrer que

$$3\left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1}\right] + 1 = 4^{n}$$

En déduire que $A^n = I_2 + \frac{4^n - 1}{3} . M$

Calculer An

$$A = \left(\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{array}\right)$$

- Déterminer la matrice $M = A I_2$
- Déterminer M² en fonction de M
- 3 Montrer par récurrence que $M^n = 3^{n-1}M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- 4 Déterminer A^n à l'aide de la formule du binôme de Newton.
- Montrer que

$$A^{n} = I_{2} + \left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1}\right].M$$

6 Montrer que

$$3\left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1}\right] + 1 = 4^{n}$$

The indeduire que $A^n = I_2 + \frac{4^n - 1}{2}$. M

Calculer An

$$A = \left(\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{array} \right)$$

- Déterminer la matrice $M = A I_2$
- 2 Déterminer M^2 en fonction de M
- Montrer par récurrence que $M^n = 3^{n-1}M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Déterminer Aⁿ à l'aide de la formule du binôme de Newton.
- Montrer que

$$A^{n} = I_{2} + \left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1}\right].M$$

6 Montrer que

$$3\left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1}\right] + 1 = 4^{n}$$

The indeduire que $A^n = I_2 + \frac{4^n - 1}{2}$. M

Calculer An

$$A = \left(\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{array} \right)$$

- Déterminer M² en fonction de M
- Montrer par récurrence que $M^n = 3^{n-1}M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Déterminer Aⁿ à l'aide de la formule du binôme de Newton.
- Montrer que

$$A^{n} = I_{2} + \left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1}\right].M$$

6 Montrer que

$$3\left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 3^{k-1}\right] + 1 = 4^{n}$$

7 En déduire que $A^n = I_2 + \frac{4^n - 1}{3} . M$

$$Soit A = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Calculer A^2, A^3, A^4 .

La matrica B est nilhatanta in

$$Ap \in N/B^p = O$$
 et $B^{p-1} \neq O$ (indice de nilpotence = p) et $A = I_3 + B$.

On utilise ensuite la formule du binôme de Newton appliquée aux matrices quand elles commutent

$$Soit A = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Calculer A^2, A^3, A^4

La matrice B est nilpotente ie

$$p \in N/B^p = O$$
 et $B^{p-1} \neq O$ (indice de nilpotence = p) et $A = I_3 + B$.

On utilise ensuite la formule du binôme de Newton appliquée aux matrices quand elles commutent

Soit
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer A^2, A^3, A^4 .

La matrice B est nilpotente ie :

$$\exists p \in N/B^p = O \text{ et } B^{p-1} \neq O(\text{indice de nilpotence} = p) \text{ et } A = I_3 + B.$$

On utilise ensuite la formule du binôme de Newton appliquée aux matrices quand elles commuten

Soit
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer A^2 , A^3 , A^4 .

Indications:

$$\exists p \in N/B^p = O \text{ et } B^{p-1} \neq O \text{ (indice de nilpotence = p) et } A = b + B$$

On utilise ensuite la formule du binôme de Newton appliquée aux matrices quand elles commuten

Soit
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer A^2 , A^3 , A^4 .

Indications:

La matrice B est nilpotente ie :

$$\exists p \in N/B^p = O \text{ et } B^{p-1} \neq O(\text{indice de nilpotence} = p) \text{ et } A = I_3 + B.$$

On utilise ensuite la formule du binôme de Newton appliquée aux matrices quand elles commutent.

Soit
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer A^2 , A^3 , A^4 .

Indications:

La matrice B est nilpotente ie :

$$\exists p \in N/B^p = O \text{ et } B^{p-1} \neq O(\text{indice de nilpotence} = p) \text{ et } A = I_3 + B.$$

On utilise ensuite la formule du binôme de Newton appliquée aux matrices quand elles commutent.

Plan



Matrices à coefficients réels

- Notion de matrices à coefficients réels
- Opérations sur les matrices
- Matrices carrées
 - Différents types de matrice carrée
 - Opérations élémentaires sur les matrices carrées

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit n=p, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n\times n$

Votations

- $A = (a_{ij})_{1 < i < n, 1 < j < n}$ et $a_{ij} \in R$
- $A \in M_n(R)$
- $M_n(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times n$

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit n=p, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n\times n$

- $A = (a_{ij})_{1 < i < n, 1 < j < n}$ et $a_{ij} \in R$
- $A \in M_n(R)$
- $M_n(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times n$

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit n=p, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n\times n$

- $A = (a_{ii})_{1 \le i \le n, 1 \le i \le n}$ et $a_{ii} \in R$
- \bigcirc $A \in M_n(R)$
- $M_{\rm p}(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times r$

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit n=p, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n\times n$

- - $A \in M_n(R)$
 - $M_n(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times r$

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit n=p, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n\times n$

- \bullet $A \in M_n(R)$
- $M_{-}(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \vee 1$

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit n=p, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n\times n$

- \bullet $A \in M_n(R)$
- $igoplus M_n(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times n$

Soit la matrice $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,1\leq j\leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

- $(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$
- Les a_{ii} s'appellent les éléments diagonaux de A.

Soit la matrice $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,1\leq j\leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

- (a₁₁, a₂₂, · · · , a_{nn})
 - Les a:: s'appellent les éléments diagonaux de A

Soit la matrice $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,\,1\leq j\leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

$$(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$$



Soit la matrice $A=(a_{ij})_{1\leq i\leq n,1\leq j\leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

- $(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$
- Les aii s'appellent les éléments diagonaux de A.

Plan



Matrices à coefficients réels

- Notion de matrices à coefficients réels
- Opérations sur les matrices
- Matrices carrées
 - Différents types de matrice carrée
 - Opérations élémentaires sur les matrices carrées

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

 I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R) \ A \times I_n = I_n \times A = A$$

$$I_n = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array}\right)$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- \bigcirc $I_n \in M_n(B)$

 I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

$$I_n = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array}\right)$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- \bigcirc $I_n \in M_n(R)$

 $I_{\rm p}$ élément neutre du produit des matrices dans $M_{\rm p}(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

$$I_n = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array}\right)$$

- In est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

 $I_{\rm p}$ élément neutre du produit des matrices dans $M_{\rm p}(R)$

$$\forall A \in M_0(R) \ A \times I_0 = I_0 \times A = A$$

$$I_n = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array}\right)$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

 I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

 $\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$

$$I_n = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array}\right)$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

 I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices **Matrices carrées**

- $D_n \in M_n(R)$
- $d_{ii} \in R$

- \bigcirc $D_n \in M_n(R)$
- d.. c R

$$D_n = \left(\begin{array}{ccccc} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & 0 & \cdots & d_{nn} \end{array} \right)$$

- \bigcirc $D_n \in M_n(R)$
- 0 $d_{ii}=0, \forall i\neq j, 1\leq i,j\leq r$
- d_{ii} ∈ R

$$D_n = \left(\begin{array}{ccccc} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{array}\right)$$

- \bigcirc $D_n \in M_n(R)$
- d_{ii} ∈ R

$$D_n = \left(\begin{array}{ccccc} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{array}\right)$$

- $O_n \in M_n(R)$
- d:: ∈ R

$$D_n = \left(\begin{array}{ccccc} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{array}\right)$$

- \bigcirc $D_n \in M_n(R)$
- d_{ii} ∈ R

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice es alors scalaire

$$\Lambda_n = \left(\begin{array}{ccccc} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{array} \right)$$

- \bullet $\Lambda_n \in M_n(R)$

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire

$$\Lambda_n = \left(\begin{array}{ccccc} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{array} \right)$$

- - $\triangle \Lambda_n = \lambda . l_n$

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire

$$\Lambda_n = \left(\begin{array}{ccccc} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{array} \right)$$

- \bigcirc $\Lambda_D = \lambda I_D$

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire

$$\Lambda_n = \left(\begin{array}{ccccc} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{array} \right)$$





Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire.

$$\Lambda_n = \left(\begin{array}{ccccc} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{array} \right)$$

- \bullet $\Lambda_n \in M_n(R)$

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés au dessous de la diagonale sont nuls.

$$T = \left(\begin{array}{ccccc} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{array} \right)$$

- $T \in M_n(R)$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés au dessus de la diagonale sont nuls Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ii} pour que T soit triangulaire inférieure.

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés au dessous de la diagonale sont nuls.

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $T \in M_n(R)$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés au dessus de la diagonale sont nuls Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{in} pour que T soit triangulaire inférieure.

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés au dessous de la diagonale sont nuls.

$$T = \left(\begin{array}{ccccc} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{array} \right)$$

- $T \in M_n(R)$
- $t_{ij} = 0, \forall i > j, 1 \leq i, j \leq n$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés au dessus de la diagonale sont nuls. Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ii} pour que T soit triangulaire inférieure.

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés au dessous de la diagonale sont nuls.

$$T = \left(\begin{array}{ccccc} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{array} \right)$$

- \bullet $T \in M_n(R)$

Matrice trianquilaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés au dessus de la diagonale sont nuls Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ii} pour que T soit triangulaire inférieure.

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés au dessous de la diagonale sont nuls.

$$T = \left(\begin{array}{ccccc} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{array} \right)$$

- \bullet $T \in M_n(R)$

Matrice trianquiaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés au dessus de la diagonale sont nuls Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ii} pour que T soit triangulaire inférieure.

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés au dessous de la diagonale sont nuls.

$$T = \left(\begin{array}{ccccc} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{array} \right)$$

- \bullet $T \in M_n(R)$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés au dessus de la diagonale sont nuls. Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ii} pour que T soit triangulaire inférieure.

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls

- T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
- Travail personnel : Ecrire les conditions sur ta pour que T soit trianquilaire inférieure stricte

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls.

- T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
 - Travail personnel : Ecrire les conditions sur til pour que T soit triangulaire inférieure stricte.

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls.

- T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
- Travail personnel : Ecrire les conditions sur til pour que T soit trianqulaire inférieure stricte

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls.

- T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
- Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ii} pour que T soit triangulaire inférieure stricte.

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet ${}^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
- Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - $^{t}B=-B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ii} = -b_{ii}$, $\forall i, j, 1 \le i, j \le n$
 - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \le i \le n$

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet $^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ii} = a_{ii}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
 - Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - \bullet $^tB=-B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ii} = -b_{ii}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
 - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \leq i \leq n$



Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet $^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ii} = a_{ii}, \forall i, j, 1 \le i, j \le n$
 - 2 Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - \bullet $^tB=-B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ii} = -b_{ii}, \forall i, j, 1 \le i, j \le r$
 - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 < i < n$

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet $^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
- 2 Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - \bullet ${}^tB = -B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}$, $\forall i, j, 1 \le i, j \le r$
 - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 < i < n$

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet $^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}$, $\forall i, j, 1 \le i, j \le n$
- 2 Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - \bullet $^tB = -B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}$, $\forall i, j, 1 \leq i, j \leq r$
 - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$. $\forall i, 1 < i < n$

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet ${}^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
- 2 Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - ${}^{t}B = -B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}$, $\forall i, j, 1 \le i, j \le n$
 - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \le i \le n$

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet ${}^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
- 2 Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - \bullet $^tB = -B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ij}$, $\forall i, j, 1 \le i, j \le n$
 - ullet dans ce cas là : $b_{ii}=0$, orall i , $1\leq i\leq n$

- Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
 - \bullet ${}^tA = A$
 - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
- 2 Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
 - \bullet $^tB = -B$
 - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ij}$, $\forall i, j, 1 \le i, j \le n$
 - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \le i \le n$

0

$$X = \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

$$Y = \left(\begin{array}{rrr} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{array} \right)$$

Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit A^t A est une matrice carrée symétrique.

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

•

$$X = \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

$$Y = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{array}\right)$$

Travail personnel: Vérifier que, pour toute matrice A, le produit A^t A est une matrice carrée symétrique

•

$$X = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

$$Y = \left(\begin{array}{rrr} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{array}\right)$$

Travail personnel : Vérifier que pour toute matrice A le produit A^t A est une matrice carrée symétrique

•

$$X = \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

$$Y = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{array}\right)$$

Travail nersonnel : Vérifier que nour toute matrice A le produit A[†] A est une matrice carrée symétrique

Dire quelle matrice est symétrique, quelle matrice est antisymétrique

•

$$X = \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

$$Y = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{array} \right)$$

Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit A^t A est une matrice carrée symétrique.

Plan

- 1
 - Matrices à coefficients réels
 - Notion de matrices à coefficients réels
 - Opérations sur les matrices
 - Matrices carrées
 - Différents types de matrice carrée
 - Opérations élémentaires sur les matrices carrées

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- \blacksquare l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection.

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A et en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{ik}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que
 - $p_{II} = 1 \forall I \neq i, I \neq j, p_{ii} = p_{ij} = 0, p_{ij} = p_{ji} = 1, p_{Ik} = 0 \text{ sinon}$
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.

$$T_{ij}(\lambda) = (t_{jk}), T_{ij}(\lambda) \in M_n(R)$$
 telle que $t_{jl} = 1 \forall l \in \{1, 2 \cdots n\}, t_{ij} = \lambda \text{ et } t_{jk} = 0 \text{ sinon.}$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation
- \bigcirc l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne i de A, nommée transvection

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A e en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{ik}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que
 - $p_{II} = 1 \forall I \neq i, I \neq j, p_{ii} = p_{jj} = 0, p_{ij} = p_{ji} = 1, p_{Ik} = 0 \text{ sinon}$
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par

$$T_{ij}(\lambda)=(t_{lk}),\,T_{ij}(\lambda)\in M_n(R)$$
 telle que $t_{ll}=1 \, orall \, l\in \{1,2\cdots n\},\, t_{ij}=\lambda \, ext{et}\, t_{lk}=0 \, ext{sinon}.$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation
- \bigcirc l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne i de A, nommée transvection

Matrice associées à ses opérations é

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A el en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{ik}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que
 - $p_{ll} = 1 \forall l \neq i, l \neq j, p_{ii} = p_{ji} = 0, p_{ji} = p_{ji} = 1, p_{lk} = 0$ sinor
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par

$$T_{ij}(\lambda)=(t_{lk}),\ T_{ij}(\lambda)\in M_n(R)$$
 telle que $t_{ll}=1 orall l\in \{1,2\cdots n\},\ t_{ji}=\lambda \ ext{et}\ t_{lk}=0$ sinon.

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation
 - lacksquare l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection

Matrice associées à ses opérat

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A e en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{ik}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que
 - $p_{ll} = 1 \forall l \neq i, l \neq j, p_{ii} = p_{ji} = 0, p_{ji} = p_{ji} = 1, p_{lk} = 0$ sinon
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par

$$T_{ij}(\lambda)=(t_{jk}),\ T_{ij}(\lambda)\in M_n(R)$$
 telle que $t_{jl}=1 \forall l\in\{1,2\cdots n\},\ t_{ji}=\lambda \ \mathrm{et}\ t_{jk}=0 \ \mathrm{sinon}.$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- ullet l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A e en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{ik}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que
 - $p_{II} = 1 \forall I \neq i, I \neq j, p_{ii} = p_{ij} = 0, p_{ij} = p_{ii} = 1, p_{Ik} = 0 \text{ sinon}$
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \, \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par

$$T_{ij}(\lambda)=(t_{jk}),\ T_{ij}(\lambda)\in M_n(R)$$
 telle que $t_{jl}=1 \forall l\in\{1,2\cdots n\},\ t_{ji}=\lambda \ \mathrm{et}\ t_{jk}=0 \ \mathrm{sinon}.$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in \mathit{M}_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- lacktriangle l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection.

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A e en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{ik}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que
 - $p_{ll} = 1 \forall l \neq i, l \neq j, p_{ii} = p_{jj} = 0, p_{ij} = p_{ji} = 1, p_{lk} = 0 \text{ sinor}$
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \, \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par

$$T_{ij}(\lambda)=(t_{jk}),\ T_{ij}(\lambda)\in M_n(R)$$
 telle que $t_{jl}=1 \forall l\in\{1,2\cdots n\},\ t_{ji}=\lambda \ \mathrm{et}\ t_{jk}=0 \ \mathrm{sinon}.$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- lacktriangle l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection.

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A e en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{jk}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que
 - $p_{ll}=1 \, orall \, l
 eq i, \, l
 eq j, \, p_{jj}=p_{jj}=0, \, p_{jj}=p_{ji}=1, \, p_{lk}=0 \, ext{sinon}$
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle qu $d_{il} = 1 \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie pa
 - $T_{ij}(\lambda) = (t_{lk}), T_{ij}(\lambda) \in M_n(R)$ telle que
 - $t_{|l|}=1 \forall l \in \{1,2\cdots n\},\, t_{ij}=\lambda ext{ et } t_{|k|}=0 ext{ sinon.}$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- lacktriangle l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection.

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A et en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{jk}), P_{jj} \in M_n(R)$ telle que
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle qu
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par
 - $t_{ij}(\lambda) = (t_{ik}), t_{ij}(\lambda) \in M_n(t)$ tene que $t_{ij} = 1 \forall i \in \{1, 2 \cdots n\}, t_{ii} = \lambda \text{ et } t_{ik} = 0 \text{ sinon.}$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- lacktriangle l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection.

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A et en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{lk}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que $p_{ll} = 1 \forall l \neq i, l \neq j, p_{ii} = p_{ii} = 0, p_{ii} = p_{ii} = 1, p_{lk} = 0$ sinon.
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : D_i(λ) = (d_{ik}), D_i(λ) ∈ M_n(R) telle qu d_{ii} = 1∀I ≠ i, d_{ii} = λ et d_{ii} = 0 sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie pa

 $T_{ij}(\lambda) = (t_{lk}), T_{ij}(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $t_{ll} = 1 \forall l \in \{1, 2 \cdots n\}, t_{ij} = \lambda \text{ et } t_{lk} = 0 \text{ sinon.}$



On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in M_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- lacktriangle l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection.

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A et en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : $P_{ij} = (p_{lk}), P_{ij} \in M_n(R)$ telle que $p_{ll} = 1 \forall l \neq i, l \neq j, p_{li} = p_{li} = 0, p_{li} = p_{li} = 1, p_{lk} = 0$ sinon.
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{ik}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par

 $T_{ij}(\lambda) = (t_{lk}), T_{ij}(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $t_{ll} = 1 \forall l \in \{1, 2 \cdots n\}, t_{ii} = \lambda \text{ et } t_{lk} = 0 \text{ sinon.}$

On appelle opérations élémentaires sur les lignes(resp. les colonnes) d'une matrice $A \in \mathit{M}_n(R)$

- La transposition de deux lignes de A, nommée permutation.
- Le produit par λ de la ligne i, nommée dilatation.
- lacktriangle l'addition à la ligne i de A de λ fois la ligne j de A, nommée transvection.

Matrice associées à ses opérations élémentaires

En multipliant à gauche par la matrice de transformation, la transformation s'opère sur les lignes de la matrice A et en multipliant à droite la transformation s'opère sur les colonnes.

- La matrice de permutation des lignes(resp.colonnes) i et j est définie par : P_{ij} = (p_{ik}), P_{ij} ∈ M_n(R) telle que p_{ii} = 1∀I ≠ i, I ≠ j, p_{ii} = p_{ii} = 0, p_{ii} = p_{ii} = 1, p_{ik} = 0 sinon.
- La matrice de dilatation de la ligne(resp.colonne) i est définie par : $D_i(\lambda) = (d_{jk}), D_i(\lambda) \in M_n(R)$ telle que $d_{il} = 1 \forall l \neq i, d_{il} = \lambda$ et $d_{ik} = 0$ sinon.
- La matrice de transvection qui ajoute à la ligne(resp.colonne) i, λ fois la ligne(resp.colonne) j est définie par :
 - $T_{ij}(\lambda)=(t_{lk}),\,T_{ij}(\lambda)\in M_n(R)$ telle que $t_{ll}=1 \, \forall l\in \{1,2\cdots n\},\,t_{ij}=\lambda \, \mathrm{et}\,\,t_{lk}=0 \, \mathrm{sinon}.$