

M2201 - Théorie des graphes

TD1

Exercices de modélisation

Pour chacun des exercices suivants, il est demandé d'essayer de modéliser les données du problème sous forme d'un « dessin », de sorte que la solution du problème puisse « se lire » directement sur le dessin.

1 Le tonneau.

On souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Pour cela, on dispose de deux jarres non graduées, l'une de 5 litres, l'autre de 3 litres. Les opérations possibles sont les suivantes : (1) remplir complètement une jarre en puisant dans le tonneau, (2) vider le contenu d'une jarre dans l'autre (sans débordement) ou (3) vider le contenu d'une jarre dans le tonneau.

Comment doit-on procéder pour prélever ces 4 litres ?

2 Le passeur, le loup, la chèvre et le brocolis.

Un passeur doit faire traverser une rivière à l'aide de sa barque à un loup, une chèvre et un brocolis. Il ne peut transporter qu'au plus 1 élément à la fois. Sachant que se trouvant seuls, la chèvre mange le brocolis et le loup mange la chèvre, comment le passeur doit-il s'y prendre?

3 Le jeu de Fan-Tan.

On considère le jeu d'allumettes à deux joueurs suivant : on dispose de 2 tas d'allumettes (par exemple 2 tas composés chacun de 3 allumettes) et, à tour de rôle, chaque joueur peut enlever une ou deux allumettes dans l'un des deux tas. Le joueur qui retire la dernière allumette a perdu. Existe-t-il une stratégie gagnante pour le premier joueur ? Si oui, laquelle ?

4 Le jeu des bâtonnets de Fort-Boyard (version 1).

On dispose d'une rangée de 20 bâtonnets. À tour de rôle, chaque joueur doit retirer 1, 2 ou 3 bâtonnets consécutifs à l'extrémité de la rangée. Le joueur qui se retrouve avec le dernier bâtonnet perd la partie. Préférez-vous jouer en premier ou en second ? Pourquoi ? Et dans le cas où le joueur qui prend le dernier bâtonnet est déclaré gagnant ?

5 Le jeu des bâtonnets de Fort-Boyard (version 2).

On dispose d'une rangée de 5 bâtonnets. À tour de rôle, chaque joueur doit retirer 1, 2 ou 3 bâtonnets consécutifs à l'endroit de son choix. Le joueur qui se retrouve avec le dernier bâtonnet perd la partie. Préférez-vous jouer en premier ou en second ? Pourquoi ?

6 Treasure Hunt.

Le plateau de jeu est un damier n x n, avec n impair. Au départ, le pirate (P) se trouve sur la case du centre. À tour de rôle, chacun des deux joueurs doit déplacer le pirate, verticalement ou horizontalement, jusqu'à une case contenant des pièces qu'il va empocher (le nombre de pièces contenues dans chacune des cases, hormis celle du centre, est fixé au départ). Dès qu'un joueur ne peut se déplacer (car la ligne et la colonne sur lesquelles se situe le pirate sont vides de pièces), la partie s'arrête et le joueur ayant empoché le plus de pièces gagne la partie. Si les deux joueurs ont empoché le même nombre de pièces, c'est le second joueur qui est déclaré vainqueur. Sur le damier 3 x 3 suivant, vaut-il mieux jouer en premier ou en second ?

		-
20	10	20
	P	10
	10	

Quel algorithme pourrait-on utiliser pour « gagner à coup sûr » chaque fois que cela est possible ?