Дана произвольная система ур-ий из m ур-ий и n перем.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$A = \begin{pmatrix} a_{11} \ldots a_{1n} \\ \ldots \\ a_{m1} \ldots a_{mn} \end{pmatrix}$ — матрица системы $B = \begin{pmatrix} a_{11} \cdots a_{1n} & b_1 \\ \ldots & \\ a_{m1} \ldots a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$ - расширенн. матрица системы.

Элементарные преобразования:

1) Умножение ур-я на константу

2) Вычит. (сложение) из 1-го ур-я k раз 2-ое.

3) Перемена местами 2-х ур-ий в системе.

При этих преобр. система переходит в равносильную, т.е. имеющую такие же р-я. (очевидный тезис)

Тогда решив систему, упрощенную этими преобразованиями, мы найдем решения для исходной системы.

Метод Гаусса состоит в том, чтобы с помощью элемент. преобразований сделать матрицу системы трапецевидной или близкой к ней.

Трапецевидная матрица - матрица вида: $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1k} & \ldots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \ldots & a_{2k} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & a_{kk} & \ldots & a_{kn} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix}$.

Пример: а) $\left.\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 - 2x_4 &= -2, \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= -2, \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 2x_4 &= -2; \end{aligned}\right\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & -2 & -2 \\ 1 & -4 & 3 & -2 & -2 \\ 1 & -8 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 1 & -3 \\ 0 & -3 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & -7 & 3 & 1 & -3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 14 & -7 & 0 & -8 \\ 0 & 5 & -3 & 1 & -3 \\ 0 & -8 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 14 & -7 & 0 & -8 \\ 0 & 5 & -3 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \left| \quad \left.\begin{aligned} x_1 &= -8 \\ x_4 &= -3 + x_2 \\ x_3 &= 2x_2 \\ x_2 &= x_2 \end{aligned}\right\}\right.$$