Из любой огранич. последовательности можно выбрать сходящуюся подпоследовательность.

Д-во: Т.к. послед. огран., то $\exists c : \forall x_n \; c \geq |x_n|$.
Расс-м отрезок $[-c; c]$. Выберем на нем x_{n_1}.
Разделим отрезок $[-c; c]$ на 2 ч. и возьмем ту часть где нах. ∞ кол-во членов. Из этой части выберем $x_{n_2} : n_2 > n_1$. Т.к. членов ∞ кол-во такой n_2 найдется. Продолжим деление. Получается, что у нас образуется система стягив. отрезков.
По лемме о стяг. отрезках $\exists! a : a \in \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} [a_n; b_n]$.
Мы выбираем k-ый член подпоследовательности так, что $|x_{n_k} - a| < \frac{2c}{2^{k-1}} = \frac{c}{2^{k-2}}$

Значит $$\underset{\substack{\Downarrow \\ a}}{a - \frac{c}{2^{k-2}}} < x_{n_k} < \underset{\substack{\Downarrow \\ a}}{a + \frac{c}{2^{k-2}}}$$

Тогда по теореме о двух милиц. $x_{n_k} \to a$ ■