Пусть имеется матрица $A = \begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \dots \\ a_{n1} \dots a_{nn} \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} b_{11} \dots b_{1n} \\ \dots \\ b_{n1} \dots b_{nn} \end{pmatrix}$.

Известно, что $A \cdot B = E$. Тогда $A \cdot B$ - произв. линейных преобразований матрицы A и B:

$$(\#) \begin{cases} x_1 = a_{11} \cdot y_1 + \dots + a_{1n} \cdot y_n \\ \dots \\ x_n = a_{n1} \cdot y_1 + \dots + a_{nn} y_n \end{cases} \text{ и } \begin{cases} y_1 = b_{11} z_1 + \dots + b_{1n} z_n \\ \dots \\ y_n = b_{n1} z_1 + \dots + b_{nn} z_n \end{cases} (*)$$

$$E = A \cdot B \Rightarrow \begin{cases} x_1 = z_1 (a_{11} \cdot b_{11} + \dots + a_{1n} \cdot b_{n1}) + z_n (a_{11} \cdot b_{1n} + \dots + a_{1n} \cdot b_{nn}) \\ \dots \\ x_n = z_1 (a_{n1} \cdot b_{11} + \dots + a_{nn} \cdot b_{n1}) + z_n (a_{n1} \cdot b_{1n} + \dots + a_{nn} \cdot b_{nn}) \end{cases}$$

Т.к. E - един. матр., то:

$$\begin{cases} x_1 = z_1 (a_{11} b_{11} + \dots + a_{1n} \cdot b_{n1}) = z_1 \\ \dots \\ x_n = z_n (a_{n1} b_{1n} + \dots + a_{nn} b_{nn}) = z_n \end{cases}$$ - тождественное преобр.

Тогда в $(*)$ z_i можно заменить на x_i, и x_i - будут решением сист. $(*)$, а y_j, получ. из $(*)$ - решение $(\#)$

Значит, решив $(\#)$ и получив y_n, которые имеют вид $(*)$ мы найдем эл-ты обр. матрицы B, т.к. будут соотв. b_{ij}.

Т.к. $|A| \neq 0$ (матрица имеет обратную), то систему $(\#)$ можно решить методом Крамера:

$y_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \dots ; y_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$

Разложим опред-тели Δ_j по столбцу j, где стоят своб. члены. $x_1 \dots x_n$

$$y_1 = \frac{A_{11}}{\Delta} x_1 + \dots + \frac{A_{n1}}{\Delta} x_n$$
$$\dots$$
$$y_n = \frac{A_{1n}}{\Delta} x_1 + \dots + \frac{A_{nn}}{\Delta} x_n$$
← нашли коэфф. b_{ij}

Теперь:

$$B = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{n1}}{\Delta} \\ \dots & & \dots \\ \frac{A_{1n}}{\Delta} & & \frac{A_{nn}}{\Delta} \end{pmatrix}$$