

Определитель произведения = произв. определителей.

Это есть $|AB| = |A| \cdot |B|$, $n \times n$ -размерн.

Д-во: Рассм-м ступенчатую матрицу $\Delta = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -E & B \end{pmatrix}$.

Это матрица порядка $2n$ и $|\Delta| = |A| \cdot |B|$ из т. об определ. ступенчатой матрицы с 0 углом.

Преобразуем определитель $|\Delta|$ так, чтобы в правом нижнем углу была нулевая матрица. Для того, чтобы удалить v_{kj} 3-т, нужно к $n+j$ столбцу прибавить к столбцу $\cdot v_{kj}$.

Тогда: $|\Delta| = \begin{vmatrix} A & C \\ -E & 0 \end{vmatrix}$, где $C = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}$, где $c_{ij} = a_{i1} + b_{ij} + \dots + a_{in} \cdot v_{nj} \leftarrow$ (или из $A \cdot B$)

Переставим $1, 2, 3, \dots, n$ строчки с $n+1, n+2, \dots, 2n$ соотв., чтобы получить ступенчатую матрицу: $|\Delta| = \begin{vmatrix} -E & 0 \\ A & C \end{vmatrix} \cdot (-1)^n$

$$|\Delta| = |-E| \cdot |C| \cdot (-1)^n = (-1)^n \cdot |C| \cdot (-1)^n = |C| = |A \cdot B| \blacksquare$$