

Пусть  $A, B, C$  - матрицы, где  $t$  имеют размеры  $AB$  и  $BC$ .

Тогда  $(AB)C$  и  $A(BC)$  тоже имеют размеры.

$$A = \begin{matrix} & & p \\ \boxed{\phantom{0000}} & n & \\ m & & \end{matrix}; B = \begin{matrix} p \\ \boxed{\phantom{0000}} & m \\ \end{matrix}; C = \begin{matrix} t \\ \boxed{\phantom{0000}} & p \\ \end{matrix}$$

Д-во:  $AB = \begin{matrix} p \\ \boxed{\phantom{0000}} & n \\ \end{matrix}; C = \begin{matrix} t \\ \boxed{\phantom{0000}} & p \\ \end{matrix} \Rightarrow (AB)C - \text{имеет размеры}$

$$BC = \begin{matrix} t \\ \boxed{\phantom{0000}} & m \\ \end{matrix}; A = \begin{matrix} & & m \\ \boxed{\phantom{0000}} & n & \\ \end{matrix} \Rightarrow A(BC) - \text{имеет размеры}$$

Тогда  $(AB)C$  и  $A(BC)$  имеют размеры  $n \times t$

Докажем, что эл-ты этих матриц равны:

$$A = \begin{matrix} & & p \\ \boxed{\phantom{0000}} & n & \\ m & & \end{matrix}; B = \begin{matrix} p \\ \boxed{\phantom{0000}} & m \\ \end{matrix}; C = \begin{matrix} t \\ \boxed{\phantom{0000}} & p \\ \end{matrix}$$

Пусть  $u_{ij} \in (AB)C = g_{it} \cdot c_{tj} + \dots + g_{ip} \cdot c_{pj}$ , где  $g_{id} \in AB$

$$u_{ij} = c_{tj} \cdot (a_{it} \cdot b_{t1} + \dots + a_{im} \cdot b_{m1}) + \dots + c_{pj} \cdot (a_{it} \cdot b_{t1} + \dots + a_{im} \cdot b_{mp})$$

Пусть  $v_{ij} \in A(BC) = a_{it} \cdot s_{tj} + \dots + a_{im} \cdot s_{mj}$

$$v_{ij} = a_{it} (b_{t1} \cdot c_{1j} + \dots + b_{tp} \cdot c_{pj}) + \dots + a_{im} (b_{m1} \cdot c_{1j} + \dots + b_{mp} \cdot c_{pj}).$$

Перепишем данные выражения  $u_{ij}$ , введя  $a_{it}, a_{i2}, \dots, a_{im}$ .

$$u_{ij} = a_{it} (b_{t1} \cdot c_{1j} + \dots + b_{tp} \cdot c_{pj}) + \dots + a_{im} (b_{m1} \cdot c_{1j} + \dots + b_{mp} \cdot c_{pj}) = v_{ij} \blacksquare$$