Пусть есть $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{n_k\}_{k=1}^{\infty} \uparrow$.

Тогда $\{x_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$ называют подпоследовательностью.

1) $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = b \Rightarrow$ все частичные пределы $= b$.

Т.е. все подпоследовательности $\to b$.

Д-во: Предположим, $\exists \lim\limits_{k \to \infty} x_{n_k} = c \neq b$

$\exists N_1 : \forall n > N_1 \ |x_n - b| < \varepsilon \quad (1)$

$\exists N_2 : \forall n_k > N_2 \ |x_{n_k} - c| < \varepsilon \quad (2)$

Тогда для $N = \max\{N_1, N_2\}$ вып. (1) и (2),

но тогда $x_{n_k} \to c$ и $x_{n_k} \to b$?! с ! предела

$\Rightarrow b = c$ ■

2) Если $\lim\limits_{k \to \infty} x_{n_k} = x_0$ и $\lim\limits_{l \to \infty} x_{n_l} = x_0$,

$n_k \cup n_l = \mathbb{N} \Rightarrow \lim\limits_{n \to \infty} x_n = x_0$

Д-во: $\exists N_1 : n_k > N_1 \ |x_{n_k} - x_0| < \varepsilon \quad (1)$

$\exists N_2 : n_l > N_2 \ |x_{n_l} - x_0| < \varepsilon \quad (2)$

Тогда при $N = \max\{N_1, N_2\}$ вып. (1) и (2),

и, т.к. $\forall p > N \ x_p \in x_{n_l}$ или $x_p \in x_{n_k}$, то

$|x_p - x_0| < \varepsilon$ ■