

Если φ -я непрерыв. и инъект. на $\langle a; b \rangle$, то она строго монотонна на $\langle a; b \rangle$.

Д-во: Пусть f не строго монотонна.

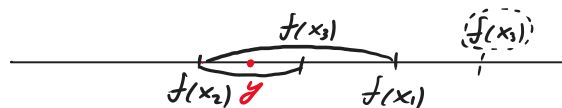
Тогда $\exists x_1 < x_2 < x_3 \in \langle a; b \rangle$ и при этом

$(f(x_1) \geq f(x_2) \text{ и } f(x_2) \leq f(x_3))$ или $(f(x_1) \leq f(x_2) \text{ и } f(x_2) \geq f(x_3))$

П.к. f - инъект., то $(f(x_1) > f(x_2) \text{ и } f(x_2) < f(x_3))$ или

$(f(x_1) < f(x_2) \text{ и } f(x_2) > f(x_3))$

1) $f(x_1) > f(x_2)$ и $f(x_2) < f(x_3)$



$\exists y$ (непрер.) : $f(x_2) < y < f(x_1)$ и $f(x_2) < y < f(x_3)$

Тогда $\exists c_1 : f(c_1) = y$ по Т°Б.-К. о пром. значениях, т.к. $f(x_1) > f(x_2)$ и $\exists c_2 : f(c_2) = y$,

т.к. $f(x_2) < f(x_3)$?! с инъект.

2) $f(x_1) < f(x_2)$ и $f(x_2) > f(x_3)$

Приходим к противор. аналог. п. 1)

Значит φ -я строго монотонна ■