Если $\{[a_n, b_n]\}_{n=1}^{\infty}$ – стягивающ. система, то $\exists! c : \{c\} = \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n; b_n]$, т.е. у этих отрезков есть единственная общая точка.

Д-во: 1) Докажем, что общие т. сущ-ют в системе вложенных отрезков.

Рассм-м $A = \{a_n, n \in \mathbb{N}\}$ и $B = \{b_n, n \in \mathbb{N}\}$, где A и B – множества левых и правых концов отрезков соответственно. Покажем, что $\forall a_i \in A, b_j \in B$ $a_i \leq b_j$. Для этого рассм-м отрезок, вложенный в произвольные $[a_i; b_i]$ и $[a_j; b_j]$. Т.к. известно, что для вложенных отрезков выполняется: $[a_{k+1}; b_{k+1}] \subseteq [a_k; b_k]$, то таким отрезком точно является отр. $[a_{i+j}; b_{i+j}] = t$. Т.к. t вложен. в $[a_i; b_i]$, то $a_{i+j} \geq a_i$. Т.к. t вложен. в $[a_j; b_j]$, то $b_{i+j} \leq b_j \Rightarrow a_i \leq a_{i+j} \leq b_{i+j} \leq b_j$. Тогда для $\forall i, j$ $a_i \leq b_j \Rightarrow A, B$ – щель и по III аксиоме $\exists c : \forall n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq c \leq b_n$, т.е. $c \in [a_n; b_n] \Rightarrow c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n; b_n]$.

2) Докажем, что такая точка единственная.

Предположим, что $\exists c, c'$ $c' > c : c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n; b_n]$ и $c' \in \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n; b_n]$. Т.к. отрезки стягивающиеся, то $b_n - a_n < \varepsilon$. Пусть $\varepsilon = c' - c > 0$. Известно, что $a_n \leq c$ $\Rightarrow -a_n \geq -c \xRightarrow{+b_n} b_n - a_n \geq b_n - c$. Т.к. $c' \leq b_n$, то $c' - c \leq b_n - c$.

$\underline{c' - c} \leq b_n - c \leq b_n - a_n \underline{<} c' - c = \varepsilon$?! ■