

Система стегивающихся полуинтервалов.

Пусть $[a_{n+1}, b_{n+1}) \subset [a_n, b_n)$ и $b_n - a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

Если $J_{n'}$: $\forall n \geq n'$ $b_n = b_{n'}$, то $J'c = \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n)$

Д-во: Рассмотрим сист. стегив. отрезков $\{[a_n, b_n)\}$.

Известно, что $J'c = \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n]$. Если $c \neq \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n)$,

то $J_{n'}$: $n \geq n'$ $b_n = b_{n'}$. П.к. $c = \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n]$, то $c = b_{n'}$ ■

Представл. вещ. числа в виде десятичн. дробей.

Пусть $x \in \mathbb{R}$, $x \in [0, 1)$ и $[0, 1) = \bigcup_{k=0}^{\infty} [\frac{k}{10}, \frac{k+1}{10})$

$x \in [\frac{\varepsilon_1}{10}, \frac{\varepsilon_1+1}{10}) = \bigcup_{k=0}^{\infty} [\frac{\varepsilon_1}{10} + \frac{k}{100}, \frac{\varepsilon_1}{10} + \frac{k+1}{100})$

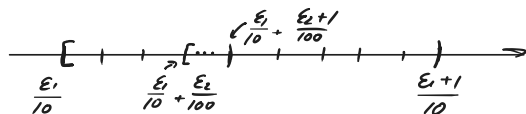
$x \in [\frac{\varepsilon_1}{10} + \frac{\varepsilon_2}{100}, \frac{\varepsilon_1}{10} + \frac{\varepsilon_2+1}{100}) \Rightarrow x = 0, \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots$

Единственность представления в виде десятичн. дробей.

Пусть $0, \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots$ - беск. десятичн. дробь.

Поша $J'x$: $0, \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots$ - см десятичн. представление.

Д-во: По $0, \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots$ построим накрывающ. стегив.

полуотрезков. J_k : 

П.к. в $0, \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots$ отсутствует "9" в периоде.

Значит $J_{n'}$: $n \geq n'$ $J_n = J_{n'} \Rightarrow$ По лемме о стегив.

отрезках $J'c$: $c = \bigcap_{n=1}^{\infty} J_n$ и $c = 0, \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots$ ■