A - произвольная матрица.

Взаимной матрицей для A называют матрицу $\widetilde{A}$: эл-ты A заменили на их алгебр. дополн. и транспонировали получивш. матрицу.

1) $A \cdot \widetilde{A} = |A| \cdot E \overset{(*)}{=} \widetilde{A} \cdot A$

Д-во: $A = \begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \dots \\ a_{m1} \dots a_{mn} \end{pmatrix}$; $\widetilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} \dots A_{n1} \\ \dots \\ A_{1n} \dots A_{nn} \end{pmatrix}$

$a_{ij} \in A \cdot \widetilde{A}$; $a_{ij} = a_{i1} \cdot A_{j1} + \dots + a_{in} \cdot A_{jn}$

Если $i = j$, то $a_{ij} = |A|$, иначе 0

$A \cdot \widetilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot |A|$ ■ (*) - провер. аналогично.

2) $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \widetilde{A}$

Д-во: $A^{-1} \cdot A = E \Rightarrow \frac{1}{|A|} \cdot \widetilde{A} \cdot A = \frac{1}{|A|} \cdot |A| \cdot E = E$ ■