

Если предел существует, то он единственный.

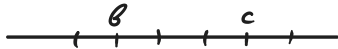
Д-во: Предположим, что $\exists b_1, b_2 \in \mathbb{R}$:

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b_1 \quad \text{и} \quad (2) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b_2$$

$$(1) \forall \varepsilon > 0 \exists \delta_1 > 0: \forall x \in U_{\delta_1}(a) \cap D \quad f(x) \in U_{\varepsilon}(b_1)$$

$$(2) \forall \varepsilon > 0 \exists \delta_2 > 0: \forall x \in U_{\delta_2}(a) \cap D \quad f(x) \in U_{\varepsilon}(b_2)$$

Заделим ε . Тогда для $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ восп. (1) и (2)



Тогда $\forall x \in U_{\delta}(a) \cap D \quad f(x) \in U_{\varepsilon}(b_1) \cap U_{\varepsilon}(b_2)$, но

при $\varepsilon = \frac{b_2 - b_1}{3}$ получаем, что $U_{\varepsilon}(b_1) \cap U_{\varepsilon}(b_2) = \emptyset$?!