A – произвольная матрица. Обратной матрицей называют матрицу B: $A \cdot B = E$

$$B = A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \tilde{A} = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{n1}}{\Delta} \\ \dots & & \\ \frac{A_{1n}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{nn}}{\Delta} \end{pmatrix}$$

Д-во: $A^{-1} \cdot A = \frac{1}{\Delta} \tilde{A} \cdot A = \frac{1}{\Delta} \cdot \Delta E = E$ $\blacksquare$

1) $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

Д-во: $B^{-1} \cdot A^{-1} \cdot (AB) = E$

$B^{-1} \cdot (A^{-1} \cdot A) \cdot B = E$

$B^{-1} \cdot E \cdot B = E$

$B^{-1} \cdot B = E$

Значит $B^{-1} \cdot A^{-1}$ – обр. матр. AB

Т.к. обр. матр. – ед., то $B^{-1} \cdot A^{-1} = (AB)^{-1}$ $\blacksquare$

2) $(A^{-1})^{-1} = A$

Д-во: $A \cdot A^{-1} = E$

$|A| \cdot |A^{-1}| = |E| = 1$

$|A|^{-1} = \frac{1}{|A|} \neq 0 \Rightarrow A^{-1}$ имеет обр.

A удовлетв. ур-ю $A^{-1} \cdot A = E \Rightarrow A$ – обр. для A^{-1} $\blacksquare$