Вещественные числа – мн-во, удовлетв. аксиомам:

I Аксиомы поля $(+ : \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R};\ \cdot : \mathbb{R}\to\mathbb{R})$

1.1) $(a+b)+c = a+(b+c)$ – ассоциативность

1.2) $a+b = b+a$ – коммутативность

1.3) $\exists 0\in\mathbb{R}: \forall a\in\mathbb{R}\ \ a+0=a$ – $\exists$ нейтрального

1.4) $\forall a\in\mathbb{R}\ \ \exists -a: a+(-a) = -a+a = 0$ – $\exists$ противоп.

1.5) $(ab)c = a(bc)$ – ассоциат.

1.6) $a\cdot b = ba$ – коммутативность

1.7) $\exists 1\in\mathbb{R}: \forall a\in\mathbb{R}\ \ a\cdot 1 = a$ – $\exists$ нейтрального

1.8) $\forall a\neq 0\ \ \exists a^{-1}\in\mathbb{R}: a\cdot a^{-1} = 1$ – $\exists$ обратного

1.9) $a(b+c) = ab+ac$ – дистрибутивность.

II Аксиомы порядка $(M\subset\mathbb{R}^2)$

2.1) $(a,a)\in M$ – рефлексивность

2.2) $\forall a,b\in\mathbb{R}\ \ (a,b)\in M \vee (b,a)\in M$ – линейность

2.3) $(a,b)\in M \wedge (b,a)\in M \Rightarrow a=b$ – антисимм.

2.4) $(a,b)\in M \wedge (b,c)\in M \Rightarrow (a,c)\in M$ – транзит.

2.1) – 2.4) вып. $\Rightarrow M$ – отн-е лин. порядка.

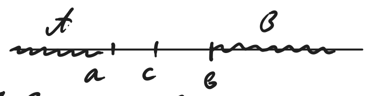
2.5) $a\le b \Rightarrow a+c\le b+c \quad (\forall a,b,c\in\mathbb{R})$

2.6) $a\ge 0$ и $b\ge 0 \Rightarrow ab\ge 0$

III Аксиомы полноты (принцип Кантора-Дедекинда)

Если $A,B\neq\varnothing$; $A,B\subset\mathbb{R}$; $\forall a\in A,\ b\in B$ (НУО $a\le b$),

то $\exists c\in\mathbb{R}: a\le c\le b$



$(A;B)$ – щель, если $\forall a\in A,\ b\in B\ \ a\le b$