Если f и g - непрерывн., то:

1) $f \pm g$ непрер.

2) $f \cdot g$ непрер.

3) $\frac{f}{g}$ непрер.

Д-во: Известно, что:

$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ и $\lim_{x \to a} g(x) = g(a)$

1) $\lim_{x \to a} (f(x) \pm g(x)) = f(a) \pm g(a)$

Т.к. предел суммы/разности = сумме/разности пред.:

$\lim_{x \to a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x) = f(a) \pm g(a)$ ■

2) $\lim_{x \to a} (f(x) \cdot g(x)) = f(a) \cdot g(a)$

$\lim_{x \to a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x) = f(a) \cdot g(a)$ ■

3) $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)}$

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim f(x)}{\lim g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)}$ ■

Если f - непрер., то $\exists \delta > 0 : \forall x \in U_\delta(a)$ $f(x) f(a) > 0$

Это следует из св-ва стабильн. знака ф-ии.

Если f и g непрерывны, то $g \circ f$ - непрерывна.

Д-во: $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ $\lim_{x \to f(a)} g(t) = g(f(a))$

$\forall \delta > 0$ $\exists \gamma > 0 :$ $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$

$\forall x \in U_\gamma(a)$ $\forall t \in U_\delta(f(a))$

$|f(x) - f(a)| < \delta$ $|g(t) - g(f(a))| < \varepsilon$

Тогда $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \gamma > 0 :$ $\forall x \in U_\gamma(a)$ $|g(f(x)) - g(f(a))| < \varepsilon$ ■