Если f непрер. на замкнут. огранич. мн-ве, то ф-я ограничена.

Д-во: Назовем замкн. огранич. мн-во, на f непрер. ф-я K. (компактное)

Предположим, что f неограничена на K, т.е. $\forall C \in \mathbb{R}\ \exists x_n : |f(x_n)| > C$.

Т.к. K - огранич., то $\{x_n\}$ тоже огранич.

Тогда по принципу выбора Больцано-Вейерштрасса $\exists x_{n_k}$ - сходящаяся. Пусть $\lim\limits_{k \to \infty} x_{n_k} = x_0$

Из опред. предела этой последов. понятно, что в любой $U(x_0)$ сущ. точки подпоследов. $\{x_{n_k}\}$, а значит x_0 - пред. точка, а по опред. замкнутого множества $x_0 \in K$.

Т.к. f непрер. на K, она непр. в т. x_0, а значит $x_{n_k} \to x_0$ и $f(x_{n_k}) \to f(x_0)$ (предел по Гейне).

$f(x_{n_k})$ - сход. подпоследов., а значит она ограничена.

Но, по нашему предположению, $|f(x_n)| > C$, а значит $|f(x_{n_k})| > C$, т.е. $f(x_{n_k}) \to \infty$?! $\Rightarrow$ f огран. на K ■