

Вопросы к коллоквиуму (2 семестр, весна 2024).

1. Определенный интеграл Римана, определение, примеры.
2. Теорема об ограниченности интегрируемой функции.
3. Нижняя и верхняя суммы Дарбу; их свойства.
4. Критерий Дарбу интегрируемости функции по Риману.
5. Критерий интегрируемости в терминах колебаний функций.
6. Интегрируемость непрерывной функции.
7. Интегрируемость монотонной функции.
8. Интегрируемость кусочно-непрерывной функции.
9. Интегрируемость сужения. Аддитивность интеграла по множеству.
10. Арифметические действия над интегрируемыми функциями.
11. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку, линейность, монотонность.
12. Условия знакоопределенности интеграла, доказательство неравенства $|\int f| \leq \int |f|$.
13. Первая теорема о среднем для определенного интеграла. Следствие.
14. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом.
15. Существование производной интеграла с переменным верхним пределом.
16. Теорема о формуле Ньютона-Лейбница. Замечания.
17. Интегрирование по частям и замена переменной интегрирования в определенном интеграле.
18. Вторая теорема о среднем для определенного интеграла. Следствия.
19. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.
20. Несобственные интегралы первого и второго рода.
21. Свойства несобственных интегралов.
22. Замена переменной в несобственном интеграле.
23. Признак сравнения сходимости несобственных интегралов в допредельной и предельной форме.
24. Абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы, сходимость абсолютно сходящегося интеграла.
25. Признаки Абеля и Дирихле сходимости интеграла.
26. Исследование интеграла $\int_1^{+\infty} g(x) \sin \lambda x dx$.
27. Область определения гамма-функции.
28. Главное значение несобственного интеграла. Примеры.
29. Понятия d -мерного линейного пространства \mathbb{R}^d , нормированного пространства, метрического пространства, примеры норм и метрик.
30. Определения: открытый шар, замкнутый шар, сфера, открытые и замкнутые множества; внутренние, внешние, граничные, предельные, изолированные точки, точки прикосновения множеств; замыкание, внутренность, граница множества.
31. Характеристика замкнутого множества.
32. Метрическое подпространство. Открытость и замкнутость в подпространстве.
33. Компактное множество. Компактность подпространства.
34. Свойства компактов.
35. Компактность замкнутого параллелепипеда в \mathbb{R}^d .
36. Достаточное условие компактности в \mathbb{R}^d .