- 1. Понятие множества, операции над множествами.
- 2. Система вещественных чисел (аксиоматика).
- 3. Нижняя и верхняя грани числовых множеств. Лемма о существовании супремума.
- 4. Отображения и связанные ними понятия.
- Предельная точка множества. Предел функции на языке окрестностей (по Коши), предел последовательности. Односторонние пределы.
- 6. Единственность предела функции.
- 7. Локальная ограниченность функции, имеющей конечный предел. Замечание о последовательности.
- 8. Стабилизация знака функции, имеющей конечный предел.
- 9. Предельный переход в неравенстве.
- 10. Теорема о сжатой функции.
- 11. Предел суммы, произведения и частного функций.
- 12. Предел композиции функций.
- 13. Теорема о пределе монотонной функции. Замечание о последовательности.
- 14. Число «е», как предел последовательности $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ при $n \to \infty \ (n \in \mathbb{N}).$
- 15. Подпоследовательности. Простые свойства подпоследовательностей.
- 16. Лемма о стягивающихся отрезках.
- 17. Принцип выбора Больцано-Вейерштрасса.
- 18. Представление вещественного числа бесконечной десятичной дробью.
- 19. Критерий Коши сходимости последовательности.
- 20. Определение предела функции на языке последовательностей (по Гейне). Эквивалентность определений предела функции.
- 21. Критерий Коши существования предела функции.
- 22. Определение верхнего и нижнего пределов последовательности. Лемма о существовании пределов.
- 23. Теорема о верхнем и нижнем пределе подпоследовательности.
- 24. Частичный, верхний и нижний пределы функции. Определения.
- 25. Определение непрерывности функции в точке, на множестве. Односторонняя непрерывность. Изолированные точки множества. Точки разрыва функции и их классификация.
- 26. Теорема о стабилизации знака непрерывной функции. Теорема об арифметических действиях над непрерывными функциями. Теорема о непрерывности композиции.
- 27. Теорема Больцано-Коши о нуле непрерывной функции.
- 28. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции.
- 29. Строгая монотонность непрерывной, инъективной функции на промежутке.
- 30. Лемма о характеристике промежутка и следствие о сохранении промежутка.
- 31. Первая теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях.
- 32. Вторая теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях. Следствие о сохранении отрезка.
- 33. Теорема о разрывах и непрерывности монотонной функции.
- 34. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
- 35. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.
- 36. Построение показательной функции (лемма и корректность определения).
- 37. Свойства показательной функции.
- 38. Непрерывность элементарных функций (степенные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические).
- 39. Предел функции $\frac{\sin x}{x}$ при $x \to 0$. Следствия.
- 40. Предел функции $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ при $x\to\infty.$
- 41. Доказать, что $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x\to 0} \frac{a^x-1}{x} = \ln a$, $\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^\alpha-1}{x} = \alpha$.
- 42. Сравнение функций, о-, О-символы. Определения, примеры.
- 43. Теорема о замене функций эквивалентными.