Если у матриц все строчки совпадают за исключ. 2 строк, то соотв. эл-ты этих строк имеют одинаковые алгебр. дополнения.

Д-во: Миноры получаются одинаковыми и снабжаются одинак. знаком $(-1)^{i+k}$ $\Rightarrow$ Алгебр. дополнения совпадают. ■

Разложением определителя по эл-там i-ой строчки называют сумму произведений эл-тов i-ой строчки на их алгебраические дополнения.

$|A| = a_{i1} \cdot A_{i1} + a_{i2} \cdot A_{i2} + \ldots + a_{in} \cdot A_{in}$. $\forall i \in 1:n$

Д-во:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} \ldots a_{1n} \\ \ldots \ldots \ldots \\ a_{i1} \ldots a_{in} \\ \ldots \\ a_{n1} \ldots a_{nn} \end{vmatrix} ; \quad B = \begin{vmatrix} a_{11} \ldots a_{1n} \\ \ldots \ldots \ldots \\ x_1 \ldots x_n \\ \ldots \\ a_{n1} \ldots a_{nn} \end{vmatrix},$$ где $x_1 \ldots x_n$ - перем.

Алгебр. дополнения эл-тов a_{ij} и x_j совпадают.

Каждый из $x_1 \ldots x_n$ входит в каждое произвед. 1 раз.

Тогда $|B| = S_1 + S_2 + \ldots S_n$, где S_i - сумма произвед. $\ni x_i$.

Вынесем x_i: $|B| = x_1 \cdot T_1 + x_2 T_2 + \ldots + x_n T_n$.

$\forall j$ мы можем привести: $|B| = 0 \cdot T_1 - 0 \cdot T_2 + \ldots + 1 \cdot T_j + \ldots + 0 \cdot T_n = T_j$,

а матрица имеет строку с ед. ненул. эл-том $\Rightarrow |B| = \underline{A_{ij} = T_j}$

Тогда $|B| = x_1 \cdot A_{i1} + \ldots + x_n \cdot A_{in}$. Поставим вместо $x_1 \ldots x_n$ $a_{i1} \ldots a_{in}$: $B = A \Rightarrow |A| = a_{i1} \cdot A_{i1} + \ldots + a_{in} \cdot A_{in}$. ■