

Часть I.

1. Понятие множества, операции над множествами.
2. Система вещественных чисел (аксиоматика).
3. Нижняя и верхняя грани числовых множеств. Лемма о существовании супремума.
4. Отображения и связанные с ними понятия.
5. Предельная точка множества. Предел функции на языке окрестностей (по Коши), предел последовательности. Односторонние пределы.
6. Единственность предела функции.
7. Локальная ограниченность функции, имеющей конечный предел. Замечание о последовательности.
8. Стабилизация знака функции, имеющей конечный предел.
9. Предельный переход в неравенстве.
10. Теорема о сжатой функции.
11. Предел суммы, произведения и частного функций.
12. Предел композиции функций.
13. Теорема о пределе монотонной функции. Замечание о последовательности.
14. Число «е», как предел последовательности $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ при $n \rightarrow \infty$ ($n \in \mathbb{N}$).
15. Подпоследовательности. Простые свойства подпоследовательностей.
16. Лемма о стягивающихся отрезках.
17. Принцип выбора Больцано-Вейерштрасса.
18. Представление вещественного числа бесконечной десятичной дробью.
19. Критерий Коши сходимости последовательности.
20. Определение предела функции на языке последовательностей (по Гейне). Эквивалентность определений предела функции.
21. Критерий Коши существования предела функции.
22. Определение верхнего и нижнего пределов последовательности. Лемма о существовании пределов.
23. Теорема о верхнем и нижнем пределе подпоследовательности.
24. Частичный, верхний и нижний пределы функции. Определения.
25. Определение непрерывности функции в точке, на множестве. Односторонняя непрерывность. Изолированные точки множества. Точки разрыва функции и их классификация.
26. Теорема о стабилизации знака непрерывной функции. Теорема об арифметических действиях над непрерывными функциями. Теорема о непрерывности композиции.
27. Теорема Больцано-Коши о нуле непрерывной функции.
28. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции.
29. Строгая монотонность непрерывной, инъективной функции на промежутке.
30. Лемма о характеристике промежутка и следствие о сохранении промежутка.
31. Первая теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях.
32. Вторая теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях. Следствие о сохранении отрезка.
33. Теорема о разрывах и непрерывности монотонной функции.
34. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
35. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.
36. Построение показательной функции (лемма и корректность определения).
37. Свойства показательной функции.
38. Непрерывность элементарных функций (степенные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические).
39. Предел функции $\frac{\sin x}{x}$ при $x \rightarrow 0$. Следствия.
40. Предел функции $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ при $x \rightarrow \infty$.
41. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha$.
42. Сравнение функций, о-, О-символы. Определения, примеры.
43. Теорема о замене функций эквивалентными.

44. Определение функции, дифференцируемой в точке. Определение производной функции. Односторонние производные. Определение дифференциала функции. Критерий дифференцируемости.
45. Касательная к графику функции. Геометрический смысл касательной, производной функции, дифференциала.
46. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функции. Дифференцируемость композиции.
47. Производная суммы и произведения двух функций.
48. Производная разности и отношения двух функций.
49. Теорема о дифференцируемости обратной функции.
50. Производные элементарных функций (степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических и обратных тригонометрических).
51. Параметрически заданные функции, дифференцирование параметрически заданных функций.
52. Производные высших порядков. Формула Лейбница для производной n -ого порядка от произведения двух функций. Дифференциалы высших порядков.
53. Теорема Ферма. Теорема Ролля.
54. Теорема Лагранжа. Различные формы записи формулы Лагранжа.
55. Теорема Коши (формула Коши).
56. Правило Лопиталья для бесконечно малых.
57. Правило Лопиталья для бесконечно больших.
58. Формула Тейлора для полинома.
59. Формула Тейлора-Пеано.
60. Формула Тейлора-Лагранжа.
61. Формулы Тейлора для основных элементарных функций.
62. Критерий постоянства функции в промежутке и следствие из него.
63. Критерий нестрогой монотонности функции на промежутке.
64. Критерий строгой монотонности функции на промежутке. Следствие.
65. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной. Следствие о сохранении промежутка. Разрывы производной.
66. Понятие максимума и минимума функции. Критические точки функции. Исследование критических точек функции с помощью первой производной.
67. Исследование стационарных критических точек функции с помощью высших производных.
68. Выпуклые/вогнутые функции. Лемма о трех хордах.
69. Выпуклость и односторонние производные. Непрерывность выпуклой функции.
70. Критерий выпуклости функции в терминах первой производной. Критерий выпуклости функции в терминах второй производной.
71. Теорема о касательной выпуклой функции.
72. Точка перегиба. Необходимое условие существования точки перегиба. Достаточное условие существования точки перегиба.
73. Неравенство Юнга.
74. Неравенство Гельдера для сумм. Неравенство Коши как следствие.
75. Неравенство Минковского для сумм.
76. Неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Замена переменной. Интегрирование по частям.