Jules Tannery : au cœur de la modernisation de l'enseignement

Aleaume Louis, Defraiteur Maxence et Stalin Pierre

Mai 2022

Sous la supervision de Rozanna Tazzioli L3 Mathématiques

Résumé

Nous allons dans ce mémoire introduire le contexte historique de l'enseignement des mathématiques dans le début du supérieur, pour enchaîner sur l'étude d'un chapitre de l'ouvrage "Leçon d'Algèbre et d'Analyse à l'usage des élèves de classes de mathématiques spéciales." (le premier tome) du mathématicien Jules Tannery. Nous verrons alors que ce livre s'inscrit en pleine réforme de l'enseignement et de l'éducation en France, et que l'auteur même dont nous étudions l'ouvrage a participé activement à cette réforme.

Table des matières

1 Introduction

Le travail réalisé pour ce mémoire porte sur l'étude du livre intitulé Leçons d'algèbre et d'analyse, paru en 1906. Il s'agit d'un cours de mathématiques rédigé par Jules Tannery et destiné à aider les futurs étudiants de mathématiques supérieures, soit des étudiants de deuxième année d'études. Tannery a rédigé cet ouvrage à la suite d'une réforme majeure de l'enseignement au début du XX$^{\text{ème}}$ siècle ayant pour but, entre autres, de revaloriser les mathématiques. Nous avons choisi d'étudier ce livre, car la découverte d'une approche différente, sur des sujets que nous avons, pour la plupart, déjà étudiés, nous paraissait très intéressante dans le but de parfaire nos connaissances, et surtout, en tant que potentiel futurs professeurs, de découvrir un aspect nouveau de l'apprentissage des mathématiques. Afin d'étudier cette œuvre, nous traiterons tout d'abord en détails le contexte historique autour de sa rédaction, à savoir dans quel but ce livre a été écrit et qui était Jules Tannery. Ensuite, nous traiterons ce cours en lui-même, tout d'abord sur son contenu générale, puis nous analyserons plus précisément le chapitre VI sur les Nombres Imaginaires. Enfin, nous conclurons notre écrit en évoquant ce que nous ont apportées nos recherches et ce que l'on a pensé des éléments que nous avons pu découvrir tout au long de l'analyse de cet ouvrage.

2 Contexte

2.1 De 1870 à 1900 : début d'un tournant crucial dans l'éducation

2.1.1 Le contexte historique

Le triomphe de la Prusse en 1870 est perçu en France comme le signal que la France est en retard dans l'enseignement des mathématiques et suscite un désir d'amélioration. En 1900, l'enseignement secondaire est caractérisé par un trait culturel, non utilitaire et très élitiste : seulement 2 à 3 % d'une classe d'âge de garçons uniquement était impliqué. De plus, il est payant malgré des amendements au XIX$^{\text{ème}}$ siècle. pour le rendre gratuit en parti, ces amendements ont été votés pour apaiser les tensions suite à plusieurs centaines de mutineries d'élèves. En 1865, Victor Duruy joua un grand rôle dans la création de l'enseignement secondaire spécial, on y met en valeur les "humanités modernes", en particulier les langues vivantes en contre-partie des langues spéciales. Au fur et à mesure du temps, cette filière s'uniformise jusqu'à intégrer complètement les programmes des filières classiques de lycée en 1890. [2]

Dans le contexte de la victoire des Républicains aux élections de 1879, on peut évoquer un tournant majeur dans l'éducation lorsque les portes de l'enseignement secondaire s'ouvre aux filles en 1880, cela engloba un sujet plus général : recentralisant la place de la femme dans la société soutenue par le député Camille Sée et Jules Ferry. On peut notamment citer le député durant l'exposé des motifs (partie d'un projet de loi) : «Il ne s'agit ni de détourner les femmes de leur véritable vocation, qui est d'élever leurs enfants et de tenir leurs ménages, ni de les transformer en savants, en bas-bleus, en ergoteuses. Il s'agit de cultiver les dons heureux que la nature leur a prodigués, pour les mettre en état de mieux remplir les devoirs sérieux que la nature leur a imposés.» [3]

2.1.2 L'état des mathématiques avant la grande réforme

Le tournant du 19ème siècle va constituer un moment clé de l'histoire puisque, avec les travaux indépendants de Wessel (1797), l'Abbé Buée (1805), Argand (1806), puis de Mourey (1828), Warren (1828) et enfin Gauss (1831).Les quantités imaginaires prendront enfin un sens. De plus, les travaux en lien avec les nombres imaginaires acquerront une autre forme de légitimation que la simple utilité mathématique. Elle aura tout particulièrement une importante interprétation dans le cadre géométrique. Ces légitimations sont d'abord le fait de mathématiciens de second plan : Wessel est par exemple un arpenteur danois et fit parti de l'académie royale danoise des sciences et des lettres en 1764 pour la triangulation et la cartographie précise du Danemark. Son mémoire *On the Analytical Representation of Direction : An Attempt Applied Chiefly to Solving Plane and Spherical Polygons*, publié à l'Académie du Danemark, tombera quasiment dans l'oubli pendant près d'un siècle. En clair, il présenta à l'Académie des sciences une échelle et une division du pays relative à la cartographie le 5 février 1779. Ainsi, un peu plus tard, Argand étant calculateur et son mémoire datant de 1806, publié à compte d'auteur, ne sera vraiment connu que suite à la réponse d'Argand à un article de Français paru dans les Annales de Gergonne en 1813, qui fait allusion aux travaux de Caspar Wessel. D'après l'étude des titres parus dans les Fortschritte ou dans le Bulletin en 1870, on peut constater des divergences entre les productions en Europe et en France. Darboux insiste à plusieurs reprises sur l'ampleur de cette ignorance des travaux étrangers et des raisons institutionnelles. A cela s'ajoute une situation plus générale de la science française vers 1870 très confuse, soit la misère des bibliothèques et la conception des facultés avant les réformes de 1880 sont à remettre en question (facultés sans étudiants et sans réel enseignement, don sans recherche également). La centralisation de tout le système universitaire, le poids de l'Ecole Polytechnique assez important à l'époque, l'isolement et l'ostracisme de la communauté mathématique affectent considérablement l'enseignement en mathématiques.

2.2 La Réforme de 1902 à 1905

C'est suite à l'affaire Dreyfus en 1894 que l'on constate un clivage politique en France qui va toucher tout les domaines de la société, et notamment l'éducation, et plus précisément les sciences. Cela mènera le gouvernement de l'époque à créer une commission, composée par les plus grands esprits de l'époque dont faisait partie Tannery. Leur but, réorganiser et moderniser les études supérieures en France. En effet, durant la 2ème moitié du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, l'enseignement supérieur (et secondaire) n'est plus prospère. Le nombre d'élèves stagne, et ce dû à des réformes successives illogiques. L'enseignement est à l'époque réservé à des élites. C'est là qu'intervient cette commission dès le début du XX$^{\text{ème}}$ siècle. Ses membres voulaient remettre les études scientifiques au même "rang" que les études littéraires, et ainsi attirer plus d'élèves, d'origine et de classes sociales plus variées, vers des études supérieures. Les langues anciennes reculent aux profits des langues vivantes et des sciences. Cette commission permettra la conception d'une nouvelle réforme en 1902 qui aura un impact certain sur l'enseignement des sciences, et notamment des mathématiques avec un nouveau bulletin officiel paru en 1904 [10] , ce qui poussera Tannery à écrire son livre l'année suivante, ayant pour but d'aider les futurs maths sup.([4] [5])

2.3 Court résumé de l'histoire des complexes

Le chapitre étudié portant sur les nombres complexes et le texte datant d'une centaine d'année, il nous semble important d'introduire un bref résumé de l'histoire des nombres complexes, de leur création jusqu'à 1900 -nous nous baserons sur l'ouvrage de Merino Orlando, A short History of Complex Numbers ([15])-, ainsi qu'une aussi brève histoire de leur enseignement. Il semblerait que la première fois que l'on ait eu besoin d'avoir recourt aux nombres complexe remonte à l'Italie de la fin du XVI$^{\text{ème}}$ siècle. Alors qu'un problème résitait aux mathématiciens de l'époque (la résolution de l'équation cubique $x^3+px+q=0$), un certain Girolamo Cardano (Jérôme Cardan en français) résolut ledit problème [1] et en émis une preuve. Dans sa preuve, il doit distinguer trois cas en particulier, et dans un d'eux une racine carrée potentiellement composée par un nombre négatif apparaît :

$$w = \sqrt{(\frac{1}{2}q^2) - (\frac{1}{3}p)^3}.$$

Le mathématicien évitait alors de parler du cas où la quantité dont était prise la racine était négative ; on touche les nombres complexes. C'est alors pour résoudre

1. L'histoire derrière cette résolution relève de l'anecdote : Cardan découvra la formule (plutôt sa preuve) de Tartaglia, qui lui-même l'avait découverte dans le contexte d'un défi que lui avait jeté l'élève du mathématicien Scipione del Ferro, soupçonné aujourd'hui d'être le premier à avoir résolu $x^3 + px + q = 0$.

le problème $x(x-10)=40$ que Cardan écrit $5 \pm \sqrt{-15}$ comme solution de l'équation ci-avant posée (il parle de la racine carré de -15). S'ensuivent historiquement les choses suivantes. En 1570, Bombelli introduit écrit $\sqrt{-1}$. Descartes emploie le premier le terme "imaginaire". Euler a ensuite introduit la lettre $i = \sqrt{-1}$. Casper Wessel commença après à manipuler les nombres complexes de manière vectorielle (notamment pour leurs opérations) ; Jean-Robert Argand publia par la suite un pamphlet nomé "Essai sur l'Interprétation Géométrique des Quantités Imaginaires". On finit par dire que Cauchy construit rigoureusement -à l'aide d'algèbre relevant de la théorie des corps- ces nombres complexes comme $\mathbb{R}[x]/(x^2+1)$.Enfin, on peut ajouter un élément clé d'un point de vue didactique ; les nombres complexes apparaissent lors de la réforme de 1962 dans l'enseignement secondaire. Ceci bouleverse complètement notre façon d'interpréter ce chapitre de Jules Tannery puisque cela signifie que les étudiants découvrent pour la première fois la notion de complexe en maths spé.

3 Auteur et publique

3.1 Biographie de Jules Tannery

Jules Tannery est né le 24 mars 1848 et mort en 11 décembre 1910. On peut le définir comme philosophe, mathématicien français reconnu dans la sphère scientifique Anglo-Saxonne. Il a été professeur et maître de conférence dans de nombreuses écoles françaises, par exemple à l'École normale supérieure et à la Sorbonne. Il était membre de l'académie des sciences. Jules Tannery a impacté de manière significative la géométrie. Il a principalement contribué à l'avancée de l'histoire et de la philosophie des mathématiques. Il était l'élève de Charles Hermite (directeur de sa thèse en 1874 : Propriété des intégrales des équations différentielles linéaire à coefficient variable, qui lui a permis d'obtenir son doctorat). Il fut le directeur de thèse de Jacques Hadamard et d'Albert Châtelet et a inspiré certains des grands noms des mathématiques modernes comme Paul Painlevé, Jules Drach, Emile Borel et Elie Cartan. Certains de ses travaux se rapportent à la théorie des fonctions de variables réelles et à la théorie des ensembles. Jules Tannery était très croyant catholique. Sa mort inattendue le 11 décembre 1910 fut regrettable pour un bon nombre de ses admirateurs et c'est M.Picard qui annonça son décès dans le *Bulletin des Sciences mathématiques.* Le dernier travail de Jules Tannery était le poste le vice-principal à l'Ecole Normale Supérieure et il a été élu Académicien en 1907.

3.2 Publique ciblé

Pour contextualiser, la désignation des classes de mathématiques supérieures et mathématiques spéciales est apparue à la création des classes préparatoires dès le XVIII$^{\text{ème}}$ siècle. Napoléon Bonaparte instaura en 1802 une classe de *mathématiques transcendantes*, puis en 1852 une classe de mathématiques spéciales, dédiée à la préparation du concours d'entrée à l'école Polytechnique et l'école Normale de Paris. Il est à noter que l'emploi des termes «maths sup» et «maths spé» est de nos jours un abus de langage, ces filières étant comprises dans l'appellation moderne des prépa MPSI, MP, SI etc...

Cet ouvrage est alors à destination des maths sup, aurement dit ceux ayant déjà suivi une année d'enseignement supérieure -prépa au concours dont 98% d'échec le premier essai. D'après un article de l'AMS, on peut lire : *This text is prepared for students of the classe de mathématiques spéciales of the French lycées, in which boys of 18 or 19 prepare themselves for admission to the Ecoles normale and polytechnique*. En effet, dans la préface, Tannery dit qu'il a rédigé son livre dans un esprit conforme à celui de la classe de Mathématiques spéciales.

Le livre de Tannery a été publié 2 ans après la sortie du BO de 1904, soit le 26 juillet 1904 et le programme (BO de l'époque) sort le 30 décembre 1904 ((c.f. [10]).Un comité dont l'objectif est de commenter le programme donne son rapport, Jules Tannery en fait parti : (c.f. [11]).

4 Contenu de l'ouvrage

Voici d'abord ce qu'annonce la table des matières du manuel :

- Notion de coupure, nombres irrationnels, calcul des radicaux, exposants fractionnaires, négatifs, irrationnels.
- Polynômes.
- Division des polynômes
- Des fractions rationnels
- Plus grand commun diviseur
- Nombres imaginaires
- Étude des polynômes à coefficients et à variables imaginaires
- Arangements, combinaisons, permutations, inversions, formule du binôme
- Équation du premier degré
- Déterminants ; équations du premier degré

Il est intéressant de comparer cette liste de sujets étudiés avec celle actuelle de la seconde année de (l'actuel équivalent de) maths sup. Référons-nous donc au Bulletin Officiel de 2013 sur le programme de la classe de MPSI [2]. Force est de constater qu'il (il désigne le tome premier) s'agit plus -en transposant ce programme à aujourd'hui- à un programme de révisions de première année, en effet toute la liste ci-dessus est vue de nos jours en première année, à l'exception de la notion de coupure, des exposants fractionnaires négatifs et irrationnels, les arrangements (la combinatoire grosso-modo) ainsi que les déterminants (ce que nous avons personnellement étudiés en première année). Le grand absent de ce programme comparé à aujourd'hui est le calcul intégral, toute la méthodologie par exemple du calcul des primitives [3]. S'agissant du tome premier, il semble alors normal que cet ouvrage est incomplet (comparé à aujourd'hui), et pour cause. Si l'on regarde le Tome 2, non seulement apparaissent les thèmes que sont les intégrales (définies) et le calcul différentiel, mais aussi le calcul d'intégrales indéfinies, certaines parties de chapitres sur le calcul approché d'intégrales et de racines d'une équation (étudiées certes aujourd'hui mais avec des outils indisponibles à l'époque).

N'apparaissent en revanche pas -pas même dans le tome second- ni le calcul probabiliste ni la théorie des Groupes (des Anneaux et Corps), eux étudiés aujourd'hui.

5 Commentaires des pages choisies

Nous avons choisi de nous concentrer sur le chapitre "Nombres imaginaires", plus particulièrement sur les certains paragraphes qui suivent.

5.1 Motivations

Ce paragraphe a pour objectif la présentation d'une situation fondamentale dans laquelle l'appel aux nombres imaginaires est nécessaire, la résolution d'un certain type d'équation : l'annulation d'un polynôme du second degré à déterminant strictement négatif et connue depuis le lycée (c.f [5] : bas de page 396 de "*L'enseignement secondaire français et les sciences au début du XX^{ème} siècle.*") l'étude des polynômes du second degré (il est clairement écrit la fonction $ax^2 + bx + c$), mais pas tous : ceux liés directement à la physique, notamment à la mécanique (c.f. le même document, il est évoqué plusieurs fois que les mathématiques aux lycées se font surtout comme conséquence de l'étude de la physique / mécanique).

2. Bulletin officiel spécial n° 3 du 30 mai 2013, https://www.education.gouv.fr/bo/13/Special5/ESRS1306090A.htm

3. Bulletin officiel spécial n°1 du 11 février 2021, https://www.education.gouv.fr/bo/21/Special1/ESRS2035779A.htm

Cette étude n'est donc pas complète : elle l'est d'un point de vue physique, mais quel intérêt -en balistique par exemple- accorder à l'étude d'une trajectoire décrite par l'équation horaire $(t, 1+t^2)_{t\geq 0}$: la seule conclusion à tirer est alors que l'objet étudié ne touchera pas le sol, traduit par l'absence de racines réelles. Et c'est par cette idée d'absence de racines réelles que Tannery introduit dans ce paragraphe, en terminant son introduction du contexte (les polynômes du second degré à déterminant positif ou nul), par la question "peut-on attribuer quelque signification à ce résultat ?" (discriminant strictement négatif).

Notons que la première remarque de ce chapitre est sur l'emploi du mot "nombre complexe / imaginaire". Tannery y explique que le terme "nombre complexe" s'emploie dans un sens "plus général que celui qui sera défini dans le présent chapitre" (p 221). Il ne faut alors pas tomber dans le quiproquo suivant : par cela il n'entend pas une généralisation d'imaginaire vers complexe, mais plutôt que ces deux termes désignent la même chose, et que cette chose admet une étude plus poussée. Nous pensons que Tannery fait référence à la théorie des Groupes et des Anneaux, bien qu'elle ne soit alors pas au programme (c.f. B.O.) et que cette remarque ne soit dans ce cas destinée qu'aux curieux. Il aborde les nombres imaginaires comme on peut le faire dans des cours actuels, en expliquant en détail les notions et problèmes qui ont permis l'émergence des nombres imaginaires. Autrement dit, la résolution des équations du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0,\ a, b, c \in\ \mathbb{R}$.
Jules Tannery n'utilise pas la notation $\mathbb{R}$ dans son libre pourtant elle existe depuis les années 1870 introduite par Dedekind et Stetigkeit d'après Cajori [1]. On remarquera tout au long du chapitre que les notions, définitions, formules sont énoncées de manière très littérales. Il n'y a pas de séquençage précis entre les différents théorèmes, lemmes, propositions, définitions et corollaires. On rappelle aussi qu'aucun nom de mathématicien n'est cité dans son livre pour désigner un résultat mathématique, sinon cela réduirait le scientifique à un ou plusieurs de ses résultats selon l'auteur. Il y a eu une volonté historique profonde et cela a engendré beaucoup de débats dans les sphères scientifiques l'introduction de $\sqrt{-1}$, il a été primordiale de donner du sens à $x_1, x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{-1}\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$, $a, b, c\ \in\ \mathbb{R}$ Ainsi Jules Tannery introduit la *variable i réelle quelconque* pour obtenir $\dfrac{-b \pm i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$.
Il ne nomme pas i, c'est Euler qui introduit cette notation dans un mémoire en 1777, édité en 1794 dans *Institutionum Calculi Integralis* et c'est bien plus tard en 1637 que Descartes le nomme l'unité imaginaire. L'auteur n'utilise pas la notation moderne $\Delta = b^2 - 4ac$.

Ensuite, on peut mentionner qu'il apporte une approche tout à fait marginale des enseignements actuels avec *Un polynôme du second degré en i s'annule identiquement quand on remplace i^2 par -1, i.e. divisible par $i^2 + 1$*. Ce rudiment $i^2 + 1$ semble fondamental pour Jules Tannery afin de construire les opérations sur les nombres imaginaires, abordé au prochain paragraphe. On peut noter que le lecteur est très souvent amené à vérifier par lui-même certaines affirmations de l'auteur. Cela paraît être une bonne stratégie pédagogique de sa part afin d'obliger les élèves à creuser les notions, exemples présents dans sa leçon et donc cela permettrait d'ancrer les idées plus rapidement.

5.2 Règles de calculs (§86,§90,§91,§92)

On peut être surpris aux premiers abords par l'élaboration des règles de calculs suivantes : *Les règles ordinaires du calcul algébriquement sont systématiquement remplacés par les restes d'une division par i^2+1*. Puis il définit les *expressions de la forme $a+a'i$ lorsque l'on convient de les soumettre à ces règles de calcul, prennent le nom des nombres complexes ou de nombres imaginaires.*. Il donne comme règle générale de calculs : *si l'on a à effectuer des additions, des soustractions, des multiplications sur des expressions de la forme $a+a'i, a, a' \in \mathbb{R}$, on commencera par effectuer des opérations, d'après les règles habituelles du calcul des polynômes comme si i désignait une variable réelle, puis on cherchera le reste de la division du résultat par i^+1, ce reste sera par définition le résultat des opérations à effectuer si les expressions de la forme $a+a'i$. Si le reste est nul, le résultat sera regardé comme égal à 0*.

Par ailleurs, il évoque de façon implicite en note de bas de page 224 la notion de Relation d'équivalence. Dans l'expression, $a+a'i$, a désigne la partie réelle et a' est appelé le *coefficient de i* au lieu de l'appellation courante *partie imaginaire*. Il insiste sur le fait que $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$, en sous-entendant que le *coefficient de i* est nul. Jules Tannery met en évidence les mots de définitions en italique comme *purement imaginaires, nul, conjugués, symétriques*.

En annonçant *la propriété fondamentale de la multiplication*, cela lui permet d'introduire de manière déguisée l'idée que $\mathbb{C}$ est un groupe abélien. Jules Tannery explicite la formule fondamentale $i^2 = -1$, ce qui est très étonnant de le définir bien plus tard dans son chapitre, à l'instar des enseignements actuels.
On a $A = a+a'i, B = b+b'i, AB = ab - a'b + (ab' + a'b)i$

Le lecteur peut comprendre que le produit d'un nombre conjugué est réel avec $(a+a'i)(a-a'i) = a^2 + a'^2$. Le *module ou valeur absolue* est représenté par $|a+a'i| = \sqrt{a^2+a'^2}$, Jules Tannery met en garde le lecteur sur la pluralité des sens du terme *module* en mathématiques. Quand il présente les formules $|z| = |\overline{z}|, z\overline{z} = |z|^2 = |\overline{z}|^2, |z\overline{z}| = |z||\overline{z}|$, il y a très peu de démonstrations dans ce chapitre. Il laisse au lecteur la liberté de démontrer certaines formules.

5.3 Aspects géométriques : §99

Pour contextualiser, notons que cette vision géométrique des nombres complexes est très récente ; le lien entre un nombre complexe et son affixe dans le plan a été pour la première fois évoqué en 1814 (https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110283x/f7.item), soit à peine un siècle avant la publication de cet ouvrage.

La première chose à noter sur cette partie est que l'enseignement du concept de ces racines n-ièmes n'était pas au programme lors de l'écriture (et Tannery le savait parfaitement ayant en parti conçu le programme). C'est d'abord les racines n-ièmes d'un nombre complexe quelconque qui vont être ici évoquées, puis les racines n-ièmes de l'unité. On pourrait intuitivement penser que l'étude du cas particulier de l'unité devrait être étudier avant, mais il va justifier ce choix comme suit : *On obtient toutes les racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre en multipliant l'une d'elles, choisie arbitrairement, par les diverses racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité*. Cette remarque est notable car l'auteur justifie assez rarement l'agencement des parties du cours.

5.4 Un exercice de calcul

Cet exercice n'est pas intéressant en soi, il demande de faire appel à la méthode et aux formules vues dans les paragraphes précédents sur le calcul des racines d'un nombre complexe. On s'arrête en revanche, sur la question *Calculer approximativement les racines quatrièmes du même nombre*. Le nombre en question est $12i - 5$. Ses quatre racines complexes impliquent deux choses : des fonctions trigonométriques d'angles non remarquables, ainsi qu'une racine quatrième. En effet, si l'on suit l'algorithme de calcul des racines n-ièmes (ici $n = 4$) explicité précédemment dans le cours, on arrive à un calcul de $\sqrt[4]{13}$, ainsi qu'à la valeur de $\arctan(\frac{3}{2})$.

Dans un premier temps, notons que $\arctan(\frac{3}{2})$ n'admet pas de forme explicite, et qu'il faut donc en avoir une valeur approximative pour accéder à la réponse. Les calculatrices de poche n'arrivant que bien après la rédaction de cet ouvrage, c'est alors très certainement aux fameuses tables trigonométriques qu'il a fallut faire appel pour ce calcul.

On se concentre ensuite sur la seconde chose : le calcul approximatif de cette racine 4-ième. Cette question est intéressante de nos jours, étant donné que le calcul des racines à la main n'est plus enseigné à l'école aujourd'hui. Notons alors que le calcul d'une racine quatrième à la main peut se ramener au calcul de deux racines carrés successives. Il s'avère alors que le calcul manuel des racines carrées était au programme à l'école primaire à l'époque, comme l'indique un manuel de préparation à l'enseignement dans ces classes : (https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1417480/f388.item.texteImagepage389,1875).

6 Influence de l'ouvrage

Pour commencer, l'influence de l'auteur est plus subtile qu'elle n'y paraît. Le texte étudié étant un cours, il ne peut en effet s'immiscer que difficilement dans le domaine de la recherche, et atteindre les élèves le lisant que trop subtilement pour pouvoir être cité par ces mêmes élèves plus tard. On peut en revanche considérer que, Tannery s'étant certainement servi de cet écrit comme référence auprès de ses élèves, l'influence dans l'avancée des mathématiques peut par exemple concerner ses élèves devenus mathématiciens, ou encore ceux dont il a dirigé la thèse.

Jules Tannery précise dans sa préface que les références et citations d'auteurs seront très rares, le livre étant destiné à des étudiants Bac +1. De même, il regrette de n'avoir pas écrit ses idées dans un sens de filiation historique mais il refuse catégoriquement d'utiliser les noms propres de mathématiciens ou scientifiques pour désigner les énoncés car il considère que c'est faire offense en leur mémoire que de ne les désigner et réduire leur travaux en un nombre réduit d'énoncés. Il ajoute que cela lui semblait complexe de catégoriser l'origine de ses connaissances selon ses entretiens, lectures avec professeurs, collègues ou élèves. Il est ainsi difficile de déterminer de quels auteurs ou ouvrages il s'inspire, rendant l'ensemble des écrits et personnes ayant influencé l'ouvrage presque invisible. A la nuance près, on peut lire en note de bas de page 35 : le diminutif *Intr* demande au lecteur de se référer à son autre livre Introduction à la Théorie des fonctions où certaines démonstrations sont présentées différemment.

L'image de Jules Tannery est fortement valorisée dans [13], on nous explique que c'était un personnage peu commun et avait une façon de penser très originale, il était brillant avec un style attractif. En Angleterre, sa plus grande sphère d'influence est certainement liée à son ouvrage LEÇONS SUR L'ARITHMÉTIQUE. Jules Tannery était apprécié par ses valeureuses capacités pédagogiques en Arithmétique. [12]

7 Conclusions

Pour conclure, après avoir effectué une analyse de cette ouvrage, il semblait important de revenir sur plusieurs points marquants que nous avons pu rencontrer durant nos recherches.

Tout d'abord, on ressent bien -et ce dès la première lecture- que l'ouvrage a été écrit en réponse à la réforme du début du XX$^{\text{ème}}$ siècle, il connaît donc parfaitement le programme et peut en saisir les tenants et aboutissants. Il explique de manière très précise les définitions et théorèmes. Les sections dans ce chapitre s'imbriquent très adroitement, et tout ça dans le but d'aider ses élèves, ce qui semble être très réussit.

Notre choix de mettre en relief le contexte historique dans notre mémoire a été vivement motivé par le fait que nous visons tous trois des concours menant à l'enseignement, et que les informations que nous avons pu tirer de ces recherches nous ont permis d'accéder à une compréhension plus profonde de pourquoi et comment ont été introduites certaines notions ; meilleure compréhension qui se répercutera sur un meilleur enseignement. Cet aspect historique permet de comprendre des problèmes divers externes ou internes aux mathématiques, rendant plus vivante et plus humaine la discipline.

Cependant, nous avons pu constater certains points qui, avec l'oeil qu'on lui porte plus d'un siècle plus tard, semblent être incohérents dans cet ouvrage. Par exemple, Tannery s'est étendu tout un sous-chapitre sur les racines primitives (c'est-à-dire les racines complexes de l'unité), or ce n'est explicitement pas au programme de l'époque (c.f. [11]).

Ensuite, la séparation des définitions, propositions comme des théorèmes n'est pas suffisamment claire : cela peut ralentir la lecture et la compréhension du texte.

Enfin, on pourrait également reprocher à certains chapitres de ses leçons de manquer de motivation. En l'occurrence, les nombres imaginaires sont introduits de manière auto-suffisante, ils ne servent a priori à rien de plus que ce qui est présenté ici. Mais ces propos restent à contraster, car en reprenant l'exemple des nombres imaginaires, on peut remarquer que le chapitre suivant est : "Étude des polynômes à coefficients et à variable imaginaire", que l'on pourrait alors voir comme une motivation aussi tardive soit-elle au chapitre étudié.

Malgré cela, avoir étudié ce document nous aura permis de découvrir une approche différente, d'une autre époque, sur des sujets que nous étudions, jusqu'à encore très récemment dans notre cursus universitaire.

8 Bibliographie

Références

[1] CAJORI Florian, *History of Mathematicals notations*, Dover publications inc.,CAJ, New-York,1993

[2] ROBIC Marie-Claire, Hélène Gispert, Nicole Hulin. *Science et enseignement. L'exemple de la grande réforme des programmes du lycée au début du XXe siècle.*, Institut National de recherche pédagogique, Vuibert, 2006

[3] CASPARD Pierre, LUC Jean-Noël et ROGERS Rebecca, *L'éducation des filles XVIIIe-XXIe siècles*, ENS Editions, Paris, 2007

[4] CODETTE Jean-François, 30 septembre 1905. Création des classes de mathématiques spéciales préparatoires, in *Les recteurs d'académie en France de 1808 à 1940*, TOME 1, Institut National de recherche pédagogique, Lyon, 2009, p.677-678

[5] BELHOSTE Bruno, L'enseignement secondaire français et les sciences au début du XXe siècle. La réforme de 1902 des plans d'études et des programmes , in *Revue d'histoire des sciences* , TOME 1, n°43-4, p.371-400

[6] CAUCHY Augustin-Louis, *Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy.*, Académie des sciences, Paris, Série 1, Tome 10, 1882

[7] https://www.education.gouv.fr/bo/13/Special5/ESRS1306090A.htm, Ministère de l'éducation nationale de la jeunesse et des sports, Bulletin officiel spécial n° 3 du 30 mai 2013

[8] CARDAN Jérôme, *Ars Magna, the rules of algebra*, (traducteur : Witmer T. Richard, Ore Oystein). Préfacier GIROLAM0 Cardano, 1993

[9] Jean-Charles BORDA, *Tables trigonométriques décimales, ou Tables des logarithmes des sinus, sécantes et tangentes, suivant la division du quart de cercle en 100 degrés, du degré en 100 minutes et de la minute en 100 secondes, précédées de la table des logarithmes des nombres depuis dix mille jusqu'à cent mille et de plusieurs tables subsidiaires, calculées par Ch. Borda*, impr. de la République, Paris, 1800

[10] BELHOSTE Bruno, 26 juillet 1904. Programmes de la classe de mathématiques spéciales, in *Les sciences dans l'enseignement secondaire français*, TOME 1, n°6, p.639-648

[11] CHAUMIE Joseph, 30 décembre 1904. Interprétation du programme de la classe de mathématiques spéciales, in *Les sciences dans l'enseignement secondaire français*, TOME 1, n°6, p.639-648

[12] CAJORI Florian, Shorter Notices, in *Bulletin of the American Mathematical Society*, Volume 14, n°1, 1907, p.21-24

[13] G.B.M., Jules Tannery, in *Nature*, Volume 85, n°2145, 1910, p.175

[14] TANNERY Jules, *Leçons d'algèbre et d'analyse à l'usage des élèves des classes de mathématiques spéciales*, Tome 2, Gauthiers-Villars, Paris, 1906

[15] MERINO Orlando, *A Short History of Complex Numbers*, University of Rhode Island, 2006