M52 - Topologie & Calculs d'intégrales

(0) Rappels sur Espaces Vectoriels

(D)$_1$ Espace Vectoriel

Axiomes ⟶ additio ⟷ vct^{Rs}
⟶ mltplio ⟷ vct^{Rs}

(D)$_2$ syst fini vct^{R} libre / syst qq v. libr

(D)$_3$ V dim n

(D)$_4$ V & V^* isomorphes

(D)$_5$ V_1 sous-espace vectoriel.

(P)$_1$ $V^* = \bigcap_{i \in I} V_i$: ss-espace de V

(D)$_6$ $\text{Vect}(X) = \{ v \in V : v = \sum_{i=0}^{m} \lambda_i x_i \,,\, x_i \in \mathbb{K} \}$.

M52- Topologie & Calculs d'intégrales

C0 Rappels sur Espaces Vectoriels

D1 Espace Vectoriel

Axiomes → addit° ↔ vct^{Rs}
→ mltpl° ↔ vct^{Rs}

D2 syst fini vct^{R} libre / syst qq v. libr

D3 V dim n

D4 V & V^* isomorphes

D5 V_1 sous-espace vectoriel.

P1 $V^* = \bigcap_{i \in I} V_i$: ss-espace de V

D6 $\mathrm{Vect}(X) = \{ v \in V : v = \sum_{i=0}^{m} \lambda_i x_i ,\ x_i \in \mathbb{K} \}$.

C1 Espaces Vectoriels normés

§1. Déf & ex

D Norme — Cor Espace normé — D distance

Cor $\triangle$ I — L Inég. Cauchy-Bouniakowski-Schwarz

D Produit Scalaire euclidien

P Produit scalaire hermitien

§2. Topologie sur evn

D ens ouvert / fermé / int°

P1 ∘ Réunion qq ens ouverts
∘ Ints° fini — fermés

D Topologie (1) 2) 3))

D pt adh'e, pt d'accum, pt isolé, pt intérieur, l'adhérence, l'intérieur, la Frontière

D

P $x \in \partial A$ ssi $U_x \cap A \neq \emptyset \wedge U_x \cap A^c \neq \emptyset$ (2) $\overline{F} = F$ ssi F fermé 3) $\overline{A} = \bigcap_{\substack{F \subset V \\ A \subset F}} F$ fermé

C/P ∘ $\overline{B(a,r)} = B(a,r) \cup S(a,r)$

∘ $\partial B(a,r) = S(a,r) = \{ x \in V : \|x-a\| = r \}$

D Normes équivalentes

§3. Ss-ens denses & nulle-part denses

X evm : espace métriq muni dist^{ce} $d(\cdot,\cdot)$

D $A \subset X$ dense si $\overline{A} = X$.

P Un espace X est séparable s' $\exists$ ss-ens dens dénomb.

D ss-ens A d'un espace métriq : n.pd

P A npd ssi $\mathrm{int}(\overline{A}) = \emptyset$.

C2 Espace de Banach

Leçon 1 : Espaces Métriques Complets

§1. Déf & ©

D Suite de Cauchy

P Toute suite CV est de Cauchy.

D Espace Complet

P A complet ssi A est fermé de X.

§2. Th sur boules emboîtées, Th de Baire

Th sur boules emboîtées

Th de Baire

Cor (de Baire) P^{ao} mpd ...

§3. Fonctions cont entre espaces métriques

D1 $\lim\limits_{\substack{x \in A \\ a \in X}} f(x) = A$

D2 f cont en x_0

D3 f cont sur X

P1 f cont sur X ssi $\forall$ ouvert $V \subset Y$, $f^{-1}(V) \subset X$.