

Feuille 4 : Logique du premier ordre**Exercice 1 :**

Dans les syllogismes aristotéliens, interviennent souvent des propriétés P , Q des individus et des assertions ayant les formes suivantes :

Q 1.1 Tous les P sont des Q .

Q 1.2 Certains P sont des Q .

Q 1.3 Aucun P n'est un Q .

Q 1.4 Certains P ne sont pas des Q .

Traduire ces assertions par des formules du calcul des prédicats, en introduisant les prédicats $P(x)$ et $Q(x)$.

Exercice 2 :

Soit D , un ensemble de danseurs. On note $d(a, b)$ le fait que les danseurs a et b dansent ensemble. Donner une formule de la logique des prédicats exprimant qu'aucun danseur ne danse avec lui-même et qu'aucun danseur ne danse avec deux danseurs à la fois, en n'utilisant que le prédicat d et le prédicat d'égalité sur D .

Exercice 3 :

Dans cet exercice, nous allons modéliser un ensemble de données cinématographiques à l'aide de la logique du premier ordre.

Nous nous dotons des prédicats suivants :

— prédicats uniaires :

- **film** : prédicat qui caractérise les films,
- **artiste** : prédicat qui caractérise les artistes,
- **acteur** : prédicat qui caractérise les acteurs,
- **realisateur** : prédicat qui caractérise les réalisateurs.

— prédicats binaires :

- **joue** : prédicat qui indique qu'un *acteur* joue dans un *film* ; $\text{joue}(x, y)$ est vrai lorsque x joue dans y ,
- **realise** : prédicat qui indique qu'un *realisateur* réalise un *film* ; $\text{realise}(x, y)$ est vrai lorsque x réalise y .
- **eq** : prédicat qui indique si deux individus sont identiques. Vous pourrez écrire $x = y$ au lieu de $\text{eq}(x, y)$.

Q 3.1 Écrire une formule qui signifie que tout artiste est soit un acteur, soit un réalisateur et inversement.

Q 3.2 Écrire une formule qui signifie que tout acteur joue dans au moins un film.

Q 3.3 Écrire une formule similaire pour les réalisateurs.

Q 3.4 Écrire une formule **artistePolyvalent**(x) (qui contient une variable libre x) qui est vraie si et seulement si, x joue dans un film tout en le réalisant.

Q 3.5 Écrire une formule **unFilm**(x) (qui contient une variable libre x) qui est vraie si et seulement si, x a réalisé exactement un film.

Q 3.6 Écrire une formule qui signifie qu'aucun acteur n'a joué dans tous les films.

Q 3.7 Écrire un prédicat **acteurFavori**(x, y) (qui contient deux variables libres x et y) qui est vrai si et seulement si x est un acteur, y est un réalisateur, x joue dans tous les films réalisés par y et ne joue dans aucun autre film.

Q 3.8 Écrire une formule qui signifie qu'un film a toujours au moins deux acteurs.

Q 3.9 Écrire une formule qui signifie que pour toute paire d'acteurs, ceux-ci ont joué pour un même réalisateur (pas forcément dans le même film).