M-32 Pr: Gijs Tuynman

NOTIONS DE TOPOLOGIES DANS R^n

FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES À VALEURS DANS R^p

EXTREMA DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

Notions de topologies dans R^n

1. norme euclidienne, boules, voisinages, ouverts, fermés, adhérence, intérieur
2. compacité (définition séquentielle), les compacts de R^n sont les fermés bornés

Fonctions de plusieurs variables à valeurs dans R^p

1. limite en un point, opérations algébriques sur les limites, fonction continue, image inverse d'un ouvert, d'un fermé, opérations algérbiques sur les fonctions continues
2. image d'un compact par une fonction continue, une fonction numériques continue sur un compact atteint ses bornes ;
3. différentielle, dérivées directionnelles, dérivées partielles, relation entre différentielle et dérivées partielle
4. fonctions de classe C^1, matrice jacobienne, différentielle d'une composée
5. théorème des accroissements infinis pour les fonctions numériques
6. lignes et surfaces de niveau des fonctions numériques, droites et plans tangents en un point régulier, gradient

Extrema des fonctions numériques

1. fonctions de classe C^2 , lemme de Schwarz, formule de Taylor à l'odre 2, position d"une surface par rapport au plan tangent, recherche d'extrema locaux

M 32 - CM - Gijs Tuynman.

Notion de distance - Norme

Espace Vectoriel

(D) Une norme sur E est une applicat° N à valeurs dans $[0, +\infty[$.

- $N(x) = 0 \Rightarrow x = 0$
- $N(\lambda x) = |\lambda| \, N(x)$
- $N(x+y) \leq N(x) + N(y)$ $\triangle$ I

Dans $\mathbb{R}^n$,

- $\|(x_1, \dots, x_n)\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ (norme eu-clidienne)
- $\|(x_1, \dots, x_n)\| = \max(|x|, |x_2|, \dots, |x_n|)$
- $\|(x_1, \dots, x_n)\| = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$

(mq ∀ n, elles st des normes, vérifier 3 condit°s (cf NE p 2))

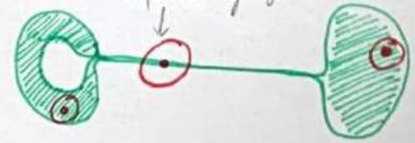
(Coro) $\|x-y\| \geq \|x\| - \|y\|$ et $\|y-x\| \geq \|y\| - \|x\|$

$\hookrightarrow \|x-y\| \geq \big| \|x\| - \|y\| \big|$

$\triangle$ I $\|x\| = \|x-y+y\| \leq \|x-y\| + \|y\|$

$\Leftrightarrow \|x\| - \|y\| \leq \|x-y\|$

(D) E : (ev),
- $A \subset E$
- A est ouvert.



"On pt gonfler autour d'un point sans sortir de A"

si $\forall a \in A, \exists r > 0, B_r(a) \subset A$ avec $B_r(a)$, la boule de rayon r et centre a.

$B_r(a) = \{x \in E, \text{dist}(x, a) < r\} = \{x \in E, \|x - a\| < r\}$

Rq : $\mathbb{R}$ est (ev), $|x|$ est une norme.
Un $\boxed{\text{ouvert}}$ est une réunion d'intervalles ouverts.