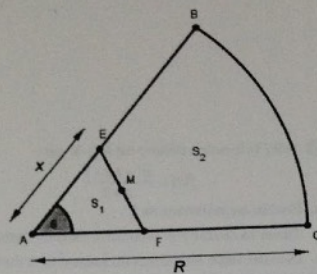


Exercice 01 :

- On souhaite partager une part de gâteau en deux parts S_1 et S_2 telles que $S_2 = 2S_1$.
On coupe la part parallèlement à la corde de l'arc de cercle.
Déterminer x en fonction de R et de θ afin de répondre à la question posée.



- Peut-on trouver où couper S_2 en deux parties égales parallèlement à la première découpe ?
- Appliquer les résultats précédents pour $R = 20$ cm et $\theta = \frac{\pi}{2}$. On donnera les résultats en valeur exacte.

Exercice 2 (7 points)

ABC est un triangle quelconque.

Le point I est tel que $\vec{BI} = \frac{1}{4}\vec{BA}$.

Le point J est tel que $\vec{CJ} = \frac{2}{3}\vec{CB}$.

Le point K est tel que $\vec{AK} = \frac{3}{5}\vec{AC}$.

On souhaite démontrer que les droites (AJ) , (BK) et (CI) sont concourantes.

Soit E le point d'intersection des droites (AJ) et (BK) .

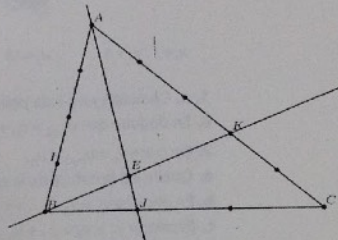
On se place dans le repère $(B; \vec{BC}, \vec{BA})$.

- Donner, sans justification, les coordonnées des points B, C, A, I et J . (1 point)
 - Calculer les coordonnées du point K . (1 point)

Dans la suite, on admet que les coordonnées de K sont $\left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right)$.

- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AJ) et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme $3x + y - 1 = 0$. (1 point)
 - Déterminer une équation cartésienne de la droite (BK) . (1 point)
 - En déduire les coordonnées du point E . (1,5 point)

- Démontrer que le point E appartient à la droite (CI) et conclure. (1,5 point)



Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ par :

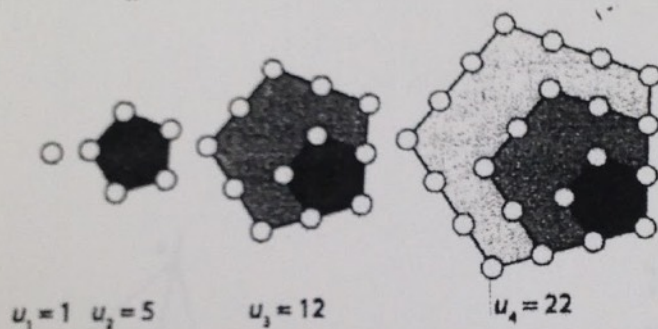
$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 7}{x + 3}$$

- Étudier les variations de f .
- Tracer sa courbe représentative dans un repère.
- Discuter selon les valeurs du paramètre k du nombre de solutions de l'équation d'inconnue x :

$$x^2 + 4x + 7 = k(x + 3)$$

III Les nombres pentagonaux

On construit une succession de pentagones emboîtés P_1, P_2, P_3, P_4 comme ci-dessous. Les nombres de points de chaque figure sont appelés nombres pentagonaux. On nommera u_n le n -ième nombre pentagonal.



- Combien y a-t-il de points sur un côté de P_n ?
 - En déduire que $u_{n+1} = u_n + 3n + 1$.
- On pose $v_n = u_{n+1} - u_n$.
 - Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
 - En déduire $v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$, en fonction de n .
 - Exprimer $v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$ en fonction de u_n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Point histoire

Les nombres polygonaux ont fasciné les mathématiciens. Ce fut Cauchy (1789-1857) qui acheva de résoudre le problème de la décomposition des nombres entiers en nombres polygonaux : il démontra qu'un nombre entier quelconque, non nul, est au plus, la somme de trois nombres triangulaires, quatre nombres carrés, cinq nombres pentagonaux, etc.