M52- Topologie & Calculs d'intégrales

⓪ Rappels sur Espaces Vectoriels

Ⓓ$_1$ Espace Vectoriel

Axiomes $\to$ addit° $\longleftrightarrow$ vct^{Rs}
$\to$ mltpl° $\longleftrightarrow$ vct^{Rs}

Ⓓ$_2$ syst fini vct^{R} libre / syst qq v. libr

Ⓓ$_3$ V dim n

Ⓓ$_4$ V & V^* isomorphes

Ⓓ$_5$ V_1 sous-espace vectoriel.

Ⓟ$_1$ $V^* = \bigcap_{i \in I} V_i$: ss-espace de V

Ⓓ$_6$ $Vect(X) = \{ v \in V : v = \sum_{i=0}^{m} \lambda_i x_i \,, x_i \in \mathbb{K} \}$.

M52 - Topologie & Calculs d'intégrales

C0 Rappels sur Espaces Vectoriels

D$_1$ Espace Vectoriel

Axiomes $\rightarrow$ addit° $\longleftrightarrow$ vct^{Rs}
$\rightarrow$ mltpl° $\longleftrightarrow$ vct^{Rs}

D$_2$ syst fini vct^{R} libre / syst qq v. libr

D$_3$ V dim n

D$_4$ V & V^* isomorphes

D$_5$ V_1 sous-espace vectoriel.

P$_1$ $V^* = \bigcap_{i \in I} V_i$: ss-espace de V

D$_6$ $\mathrm{Vect}(X) = \{ v \in V : v = \sum_{i=0}^{n} \lambda_i x_i ,\ x_i \in \mathbb{K} \}$.

C1 Espaces Vectoriels normés

§1. Déf & ex

D Norme   Cor Espace normé   D distance

Cor $\triangle$ I   L Inég. Cauchy-Bouniakowski-Schwarz

D Produit Scalaire euclidien

P Produit scalaire hermitien

§2. Topologie sur evn

D ens ouvert / fermé / int°

P1 ∘ Réunion qq ens ouverts
∘ Ints° fini — fermés

D Topologie (1) 2) 3))   D pt adh., pt d'accum, pt isolé, pt intérieur, l'adhérence, l'intérieur, la Frontière

D

P 1) $x \in \partial A$ ssi $U_x \cap A \neq \emptyset \wedge U_x \cap A^c \neq \emptyset$ (2) $\overline{F} = F$ ssi F fermé 3) $\overline{A} = \bigcap_{\substack{F \subset V \text{ fermé} \\ A \subset F}} F$

C/P ∘ $\overline{B(a,r)} = B(a,r) \cup S(a,r)$
∘ $\partial B(a,r) = S(a,r) = \{ x \in V : \|x-a\| = r \}$

D Normes équivalentes

§3. Ss-ens denses & nulle-part denses

X evn : espace métriq muni distce $d(\cdot,\cdot)$

D $A \subset X$ dense si $\overline{A} = X$.

P Un espace X est séparable s' $\exists$ ss-ens dens dénomb.

D ss-ens A d'un espace métriq : n.pd

P A npd si $\mathrm{int}(\overline{A}) = \emptyset$.

C2 Espace de Banach

Leçon 1 : Espaces Métriques Complets

§1. Def & ©

D Suite de Cauchy

P Tte suite CV est de Cauchy.

D Espace Complet

P A complet ssi A est fermé ds X.

§2. Th sr boules emboîtées, Th de Baire

Th sur boules emboîtées

Th de Baire

Cor (de Baire) f^{ao} mpd ...

§3. Fonctions cont entre espaces métriques

D_1 $\lim\limits_{\substack{x \in A \\ a \in X}} f(x) = A$

D_2 f cont en x_0

D_3 f cont sr X

P_1 f cont sr X ssi $\forall$ ouvert $V \subset Y$, $f^{-1}(V) \subset X$.

C2 Espace de Banach

Leçon 1 : Espaces Métriqs Complets

§1. Def &@

D Suite de cauchy

P Tt suite cv est de Cauchy.

D Espace Complet

P A complet ssi A est fermé ds X.

§2. Th sr boules emboîtées, Th de Baire

Th sur boules emboîtées

Th de Baire

Cor (de Baire) f^{ao} mpd ...

§3. Fonct°s cont entre espaces métriqs

D_1 $\lim_{\substack{x \in A \\ a \in X}} f(x) = A$ D2 f cont en x_0

D3 f cont sr X

P1 f cont sr X ssi $\forall$ ouvert $V \in Y$, $f^{-1}(V) \in X$.

§4. Principe de contractance - Th du point fixe de Banach

D k-lipschitzienne / S^T contractante

Th Banach

Th Brouwer.

Leçon 2 : Espaces de Banach

D espace de Banach

C3 Calcul intégrale ds $\mathbb{R}^n$

Leçon n°1 : Intégra° sr pavé ds $\mathbb{R}^n$

§1: D° de l'integ de Riemann & ppté élt^R

D pavé P ppté pavés D subdivi°, diamètre

D $\sigma(f, P, \xi)$ D principal : integ de Riemann

P si $f \in \mathcal{R}(I) \Rightarrow f$ est bornée sr I.

§2: Ens de mesure de 0 :

D mesure 0 D $\sup_{x, x' \in U} |f(x) - f(x')| = \omega(u)$

Th Lebesgue D $s(f, P)$; $S(f, P)$ D $\underline{I}$, $\overline{I}$

Th Darboux Cor Darboux

§3 : Th de Fubini

Th de Fubini

Leçon n°2 : Intégrales Multiples sur ens qq !

Th Fubini Rq $f \in \mathcal{R}(E)$ Th CDV

Leçon n°3 : Intégrales Curvilignes - FF Green-Riemann

D Champ de Vecteur / Champ gradient.

Intégrales Curvilignes

Th Green-Riemann.