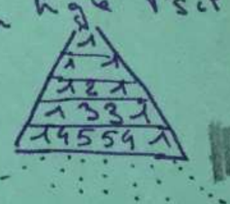
Idnt·t's rmq bls

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
  coef 1 coef 3 coef 3 coef 1
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

A voir triangle Pscl



- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

Factorisa° n°

M·thode Horner

$-3x^3 + 2x^2 - 5x + 6 = 0$

coeff d'part		-3	2	-5	6
racine $+1$	:		-3	-1	-6
coeff arrivée		-3	-1	-6	0

tjrs 0 si n 0

$\Rightarrow -3x^3 + 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(-3x^2 - x - 6)$

Valable pr n°

- $(-\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$

- $(2\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$
- $(-2\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$

Forme TRIGO

- $\cos(x+y) = \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$
- $\cos(x-y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$
- $\sin(x+y) = \cos x . \sin y + \cos y . \sin x$
- $\sin(x+y) = \sin x . \cos y - \sin y . \cos x$

Chap. 1 : f du 2nd °

I / Activités & définitions

- f f, f du 2nd ° lorsque f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b, c sont 3 réels. $(a \neq 0)$
- i n't ps f du 2nd °

II / Forme canonique

Théorème ▷ Soit f, f du 2nd ° définit par $f(x) = ax^2 + bx + c$, alors il existe 2 réels α et β tel que $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. C'est la forme canonique, cbe de f, parabole qui a pr sommet (α, β).

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$-\infty$
$f(x)$	↘	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↗

et

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$-\infty$
$f(x)$	↗	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↘

III / Racines f 2nd °

- $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ alrs 3 cs st pssbles :

▷ Si $\Delta > 0$, f a 2 racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

▷ Si $\Delta = 0$, f a 1 racine :

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

▷ Si $\Delta < 0$, f n'a ps de racine.

IV / Factorisation d'1 f du 2nd °

Théorème ▷ Si $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$

- Si $\Delta > 0$, f a 2 racines x_1 et x_2 et $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
- Si $\Delta = 0$, f a 1 racine x_0 et $f(x) = a(x-x_0)^2$
- Si $\Delta < 0$, f n'a ps de racine et f n't ps factorisable ds $\mathbb{R}$

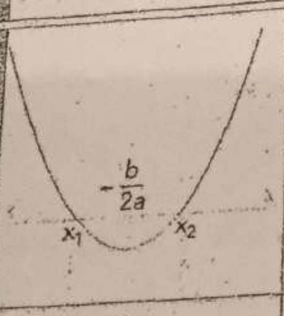
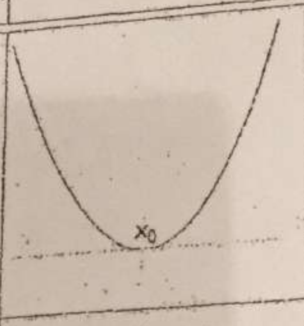
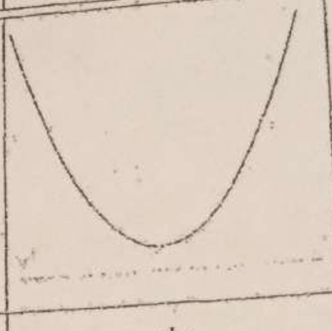
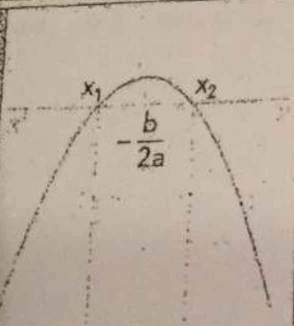
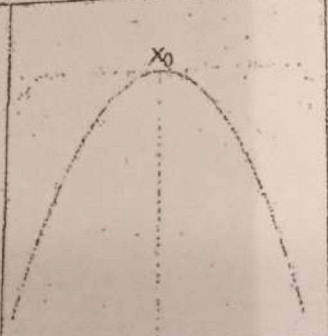
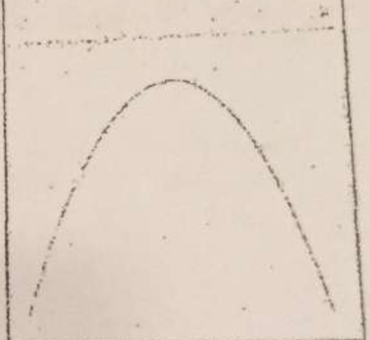
Résumé.bmp

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

(a, b et c étant des réels donnés avec **a non nul**).

Le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$ est $\Delta = b^2 - 4ac$.

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Racines de f	Deux racines distinctes : $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$; $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.	Une racine double x_0 : $-\frac{b}{2a}$.	Pas de racine réelle.
Factorisation	Si x_1 et x_2 désignent les deux racines : $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$.	Si x_0 désigne la racine : $f(x) = a(x-x_0)^2$.	Pas de factorisation.
$a > 0$			
Signe de $f(x)$	+ 0 − 0 +	+ 0 +	+
$a < 0$			
Signe de $f(x)$	− 0 + 0 −	− 0 −	−

Cas général :

x	$-\infty$ x_1 x_2 $+\infty$	$-\infty$ x_0 $+\infty$	$-\infty$ $+\infty$
Signe de $f(x)$	signe de a 0 signe de $-a$ 0 signe de a	signe de a 0 signe de a	signe de a

V/ Le signe du trinôme

$a > 0$

$\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Delta = 0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

$\Delta < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

$a < 0$

$\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\Delta = 0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

$\Delta < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

Thrm ▷ Un polynôme du 2^{nd} ° $ax^2 + bx + c$ est tjrs du signe de a sf entre les racines, si elles existt.

Suite (2) Chapitre 2

IV / Drtes //s

$d // d' \Leftrightarrow \vec{u}$ & $\vec{u}'$ st clnrs $\Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{u}') = 0 \Leftrightarrow \det\begin{bmatrix} -b & -b' \\ a & a' \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow -(a'b) - (-ab') = 0$
$\Leftrightarrow -a'b + ab' = 0 \Leftrightarrow ab' - a'b = 0 \Leftrightarrow ab' = a'b$.

Thme d & d' st 2 drtes tq $d : ax + by + c = 0$
$d' : a'x + b'y + c' = 0$

$d // d'$ si & slt si $ab' = a'b$.

Ex : $\begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 & d \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - 6 = 0 & d' \end{cases}$

$a = 2,\ b = 3,\ c = -5\ ;\ a' = \frac{1}{3},\ b' = \frac{1}{2},\ c' = -6$

Soit $ab' = a'b$, $2 \times \frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{3}$
$1 = 1$ dc $d // d'$

Résumé

2^{nde} : Equaθ rédte	$1°$: Equaθs crtésiennes
$D : y = mx + p$ si $D \not\parallel (y'y)$	$D : ax + by + c = 0$
$D : x = k$ si $D // (y'y)$	vcte dirctr $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$
m : coeff dircte	$-\frac{a}{b}$: coeff dircte $(b \neq 0)$
p : ordonnée à l'orgne	
$y = mx + p \Leftrightarrow mx - y + p = 0$	
vcte dirctr $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$	
$D : y = mx + p$	$D : ax + by + c = 0$
$D' : y = m'x + p'$	$D' : a'x + b'y + c' = 0$
$D // D' \Leftrightarrow m = m'$	$D // D' \Leftrightarrow ab' = a'b$

Chapitre 2 : Rppl sr vctrs

Equaθs cartésiennes d'1 droite

I / Rppl vctrs

- Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ 2 vctrs nn-nls ; dre que $\vec{u}$ & $\vec{v}$ st colinéaires $\Longleftrightarrow \vec{u} = k.\vec{v}$, k est un réel.
- $\vec{0}$ est clnére avc ts vctrs, à ttes direcθs.

→ 1 bse de pln : 1 bse de vcte du pln + constituée 2 vctrs nn-nls & nn-colinéres.

→ St $(\vec{i}, \vec{j})$, bse de vctr,
$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ds bse $(\vec{i}, \vec{j}) \Longleftrightarrow \vec{u} = \vec{i}.x + \vec{j}.y$

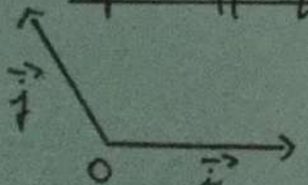
- Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alrs $k\vec{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$
- Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alrs $\vec{u} + \vec{u'}\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$
  $\vec{u'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

- Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alrs $\alpha\vec{u} + \beta\vec{u'}\begin{pmatrix} \alpha x + \beta y \\ \alpha x' + \beta y' \end{pmatrix}$
  $\vec{u'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

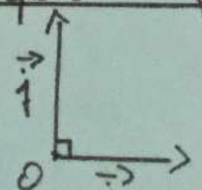
→ Repère cartésien du pln

1 repre cartésien pln $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cnstté 1 pt O, applé origine & bse vctr $(\vec{i}, \vec{j})$.

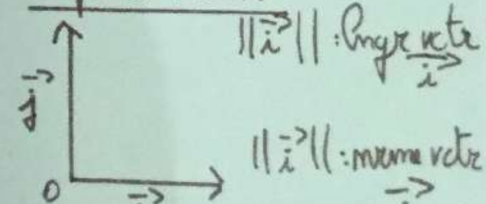
Repère qqlcnq



Repère orthogonal



Repère : RON



$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

II / Vctrs colinérs

$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$\vec{u}$ et $\vec{u'}$ ne st ps nls.

$\vec{u}$ et $\vec{u'}$ st colinéres $\iff x' y = x y'$
$\iff x y' - x' y = 0$

$\Rightarrow$ nbre : $xy' - x'y$: détermint $\vec{u}$ et $\vec{u'}$

On nte $\det(\vec{u}, \vec{u'}) = x y' - x' y$

ex : $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \det\begin{bmatrix}-3 & 1\\2 & 5\end{bmatrix} = -17$

$\vec{w}\begin{pmatrix}12\\-8\end{pmatrix}$

$\det(\vec{u}, \vec{w}) = \det\begin{bmatrix}-3 & 12\\2 & 8\end{bmatrix} = 0$

$\vec{u}$ et $\vec{w}$ st colinéres.

$\boxed{\text{• 2 vctrs st colinéres si \& slmt si le det vt 0.}}$

• St $(O, \vec{i}, \vec{j})$, 1 repère plan, tte drte admt équaOs du type $ax + by + c = 0$, avc a & b non ts 2 nls. Cs équaOs st appelées EQUAO CARTESIENNE.
Vctr $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ + vctr dircti de droite.

***DEMO**

On va chrchr 1 équaO de droite D psst p A(x_A, y_A) & admt $\vec{u}\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$ ĉ vctr dircte.

$M(x, y) \in D$

$\vec{AM}$ & $\vec{u}$ st colinéres.

$\det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0$

$\det\begin{bmatrix}x - x_A & p\\y - y_A & q\end{bmatrix} = 0$

$q(x - x_A) - p(y - y_A) = 0$

$qx - py - qx_A + py_A = 0$

$\Rightarrow$ EQUAO du type $ax + by + c = 0$, $a = q$; $b = -p$; $c = -qx_A + py_A$

$\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ vctr dircte.

***DEMO rcprq**

Réciproq équaO $ax + by + c = 0$, il y a tjrs drte.

$by = -ax - c \quad (1)$

1° cs $b \neq 0$

$y = \dfrac{-ax - c}{b}$

$y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$

EquaO type :

• $y = mx + p$

• drte m // axe $y'y$

2° cs $b = 0$

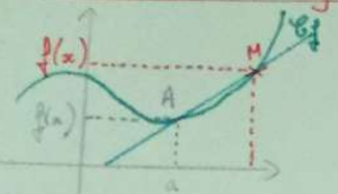
$0y = -ax - c$

$x = -\dfrac{c}{a} \quad (a \neq 0)$

• drte // axe $y'y$

Chptre 3 — Dérivaθ

I / Nbre dérivé d'1 f



A(a, f(a))
M(x, f(x))

La drte (AM) va pivtr autr de a. Coef dirctr de (AM) = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, c.à.d. $\boxed{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}$

Qd M très très proche A, (AM) tend à devenir tangente à Cf.
Le coeff dirctr de cette tangente est appelé : nbre dérivé de f en a.
Se note $f'(a)$ [se lit f prime de a]

II / Tablo dérivées usuelles

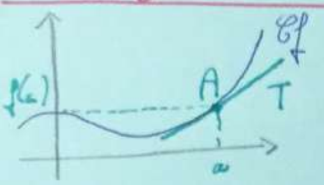
Conseils : • Ne simplifie fractions, ne pas mettre au ² ni faire ∅ √ mais mettre plutôt θ simplifiée.
• Ni √, ni ÷ ⟹ ∅ vbe interdite.

$f(x)$	$f'(x)$	Déf.θs
k	0	$\mathbb{R}$
x	1	"
x^2	$2x$	"
x^3	$3x^2$	"
x^4	$4x^3$	"
x^m	mx^{m-1}	"
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D_f = [0, +\infty[$ $D_{f'} =]0, +\infty[$

III / Dérivaθ & Opéraθ

fθ	fθ dérivée
u	u'
v	v'
$u+v$	$u'+v'$
$3u$	$3u'$
uv	$u'v+v'u$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$

IV / Équa° de tgte



• T admt T : $y = mx + p$

DEMO

• $\boxed{T : y = f'(a)(x-a) + f(a)}$

Eq° tgte à Cf au pt abscisse a.

V / Usa° dérivée d'1 f

• Soit f f défint & dérivble sur 1 intv.

• Si $f' > 0$ sur cet intv, alors f est $\nearrow$.

• Si $f' < 0$ .. .. .. , ... $\searrow$.

• Si $f' = 0$ .. .. .. , ... $\rightarrow$.

Autre dérivée

• $(u^n)' = n(u^{n-1})u'$

• $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

Chp α — Etde de fs

. St f f dfnie sr intrvll I, a, b 2 réels $\in I$ tls q $a < b$.

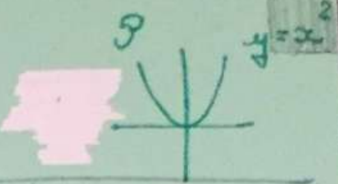
P

Si $f(a) < f(b)$ alrs f + crssnte sr I.
Si $f(a) > f(b)$ alrs f + décrssnte sr I.

I/ $x \mapsto x^2$

. $f : x \mapsto x^2$ dfnie sr
. $]-\infty, +\infty[$
. $\mathbb{R}$

(parabole)



La f f + décrssnte sr $]-\infty, 0]$.
La f f + crssnte sr $[0, +\infty[$.

$\Rightarrow$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

II/ $x \mapsto \frac{1}{x}$

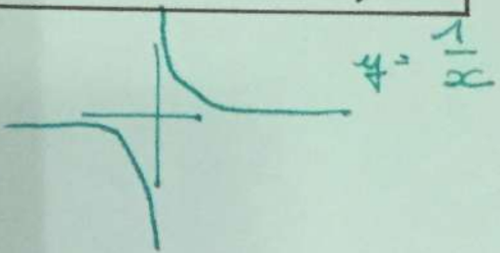
. $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ dfnie sr
. $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$
. $\mathbb{R}^*$

La f inverse + décrssnte sr $]-\infty, 0[$ & décrssnte sr $]0, +\infty[$

$\Rightarrow$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	↘	$\|\|$	↘

(hyperbole)

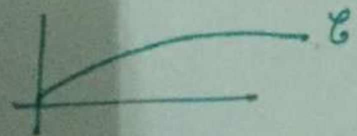


III/ $x \mapsto \sqrt{x}$

. $f : x \mapsto \sqrt{x}$ dfnie sr $[0, +\infty[$ ou $\mathbb{R}^+$

La f racine carrée + crssnte sr $[0, +\infty[$.

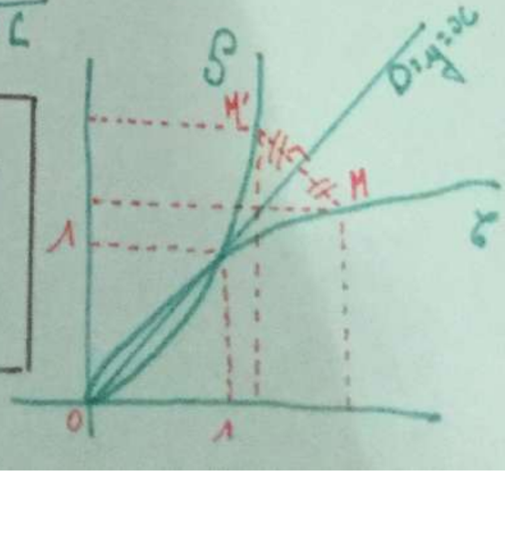
x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	↗



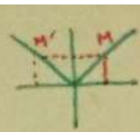
Ds repère orthonormé, crbe représnttive P de f carrée sr $[0, +\infty[$ & C f racine carrée st symétqs / drte éq θ $y = x$.

. Pr tt nbr réel x de $[0; 1]$, $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$.

. Pr tt nbr réel x $[1, +\infty[$, $\sqrt{x} \leq x \leq x^2$.



IV / $x \mapsto |x|$



. $f : x \mapsto |x|$ ᵗ dfnie sr $]-\infty, +\infty[$ ou $\mathbb{R}$.

La f vlr absolue ᵗ décrssnte sr $]-\infty, 0]$
& crssnte sr $[0, +\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

V / Sns variaθs fs $u+k$, λu, $\sqrt{u}$ et $\frac{1}{u}$

1- f $u+k$, λu

. u ᵗ 1 f dfnie sr intrvlle I & k nbr réel. Les f u & u+k ᵗ m̂ sens de variation sr I.

. u ᵗ 1 f dfnie sr intrvlle I & λ 1 nbr réel non-nul

∘ Si $\lambda > 0$, alrs f u & λu ᵗ m̂ sens de variaθ sr I.
∘ Si $\lambda < 0$, alrs f u & λu ᵗ $\boxed{\text{sens contraire}}$ sr I.

2- $\sqrt{u}$ et $\frac{1}{u}$

. u ᵗ 1 f dfnie sr intrvlle I tel q, pr tt nbr réel x de I, $u(x) \geq 0$.
La f $x \mapsto \sqrt{u(x)}$, ntée $\sqrt{u}$, a m̂ sens de variaθ de u sr I.

. u ᵗ 1 f dfnie sr intrvlle I tel q, pr tt nbr réel x de I, $u(x) \neq 0$
& $u(x)$ garde m̂ signe.
La f $x \mapsto \frac{1}{u(x)}$, ntée $\frac{1}{u}$, a $\boxed{\text{sns variaθ contraire}}$ à celui de u sr I.

3- Exrcs

f f dfnie sr $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$ & $f(x) = 2 - \frac{3}{x+1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x \mapsto x+1$	↗	0	↗
$x \mapsto \frac{1}{x+1}$	↘	‖	↘
$x \mapsto \frac{-3}{x+1}$	↗	‖	↗
$x \mapsto 2 - \frac{3}{x+1}$	↗	‖	↗

Dc f ᵗ crssnte sr $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$.

Chapitre β :

Statistiqs

· Pop° (ens indvds) ; Caractère (ex : €) ; Caractère qtitf (ex : nbre) ; Critère qlitf (lgx)

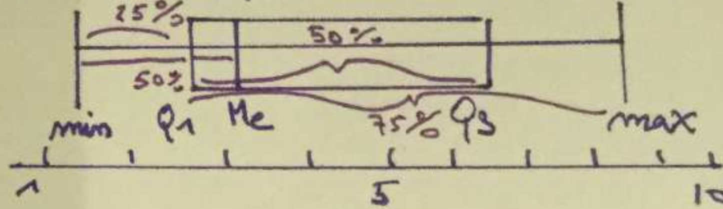
continu (avc [ ]) — discret (ds lsq)

· Si Me, n pair, $\bar{m}$ 2 trms milieu | Si Me, n impair, trme milieu

· Contrt $\bar{m}$, Me ps influencés ⊕ vles xtrms.

· Pr Q1, Q3, si décimal : arrondr au-dess. (Déciles ass. D_1, D_9 …)

· $Q_3 - Q_1$ = écart-interqrtile.



· Vble actie x_1 x_2 x_k | Effctf n_1 n_2 n_k

∘ $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i$ (Sôm pr i allt 1 jusq'à k ds $n_i x_i$, Sot $n_1 . x_1 + n_2 . x_2 + \ldots n_k . x_k$)

∘ $\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i$

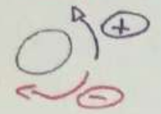
∘ $\bar{z} = \frac{n_x . \bar{x} + n_y . \bar{y}}{n_x + n_y}$

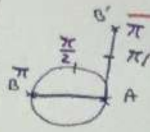
∘ $V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^2$

∘ $\sigma = \sqrt{V}$

∘ $V = \overline{x^2} - \bar{x}^2$ ($\bar{m}$ ds ^{2} − $\bar{m}$ au ^{2})

Chp 2 : Trigonométrie

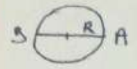




$mes\ \widehat{AB} = \pi x$

I / Grdr 1 O

degrés	0	57,...	30	45	60	90
radians	0	1	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

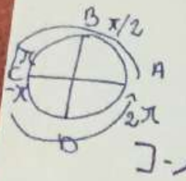


$mes\ \widehat{AB} = \pi = 180°$

$long\ \widehat{AB} = \pi R$

$P = 2\pi R$

II / ofre prscipl d'1 arc de ccle



$mes\ \widehat{AB} \equiv 90° \equiv -270° \equiv 450° \equiv 1530° \equiv -2070°$

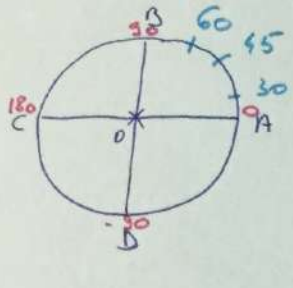
90° congrue à $-270°$ modulo 360.

$]-180°; 180°] \Rightarrow]-\pi, \pi]$.

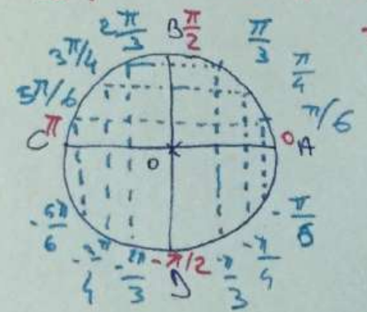
1 arc admt soté mres q st modulo 360 entr els.

ofre prscipl arc crspd au + ct chms 1, il $\in$ dc $]-\pi, \pi]$.

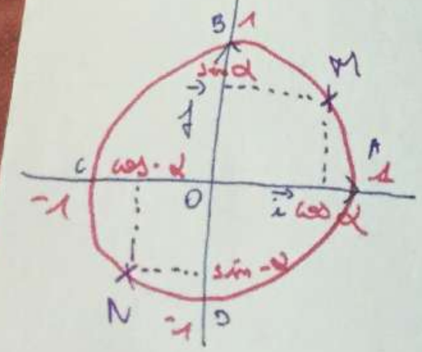
60° ⇒ cmps
30° ⇒ cmps à ptit B
45 ⇒ en dgle



III / Grdr O crcl



IV / Cos & Sin



$750° \Rightarrow M$ | $x_M = \cos 750° \approx 0,87$
$y_M = \sin 750° \approx \frac{1}{2}$

$-120° \Rightarrow N$ | $x_N = \cos(-120°) = -\frac{1}{2}$
$y_N = \sin(-120°) = -0,87$

• $\forall$ réel α, on pt lui f crspdr pt M uniq sr O trigo, $x_M = \cos \alpha$.
$y_M = \sin \alpha$.

Q'q soit

$\cos \alpha \in [-1, 1]$.

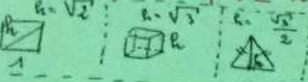
$\forall \alpha \in \mathbb{R}$, $\sin \alpha \in [-1, 1]$.

Tblo cos & sin : angles remarquables

α °	0	30	45	60	90
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$\sqrt{3} \approx 1{,}732$ | $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ | $e \approx 2{,}718$



* cos 45° & sin 45° :

$\cos 45° = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

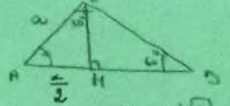
$\sin 45° = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

* cos 60° & sin 60° :

$\cos 60° = \frac{AH}{AC} = \frac{\frac{1}{2}a}{a} = \frac{1}{2}$

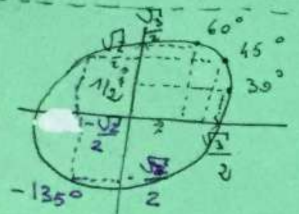
$\sin 60° = \frac{CH}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

* cos 30° & sin 30° :



$\cos 30° = \frac{CH}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 30° = \frac{AH}{AC} = \frac{\frac{1}{2}a}{a} = \frac{1}{2}$



$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}866$

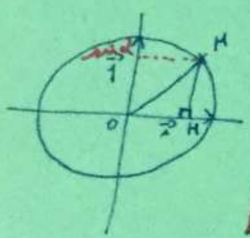
$\cos 120° = -\frac{1}{2}$

$\sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(-135°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin(-135°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

IV / Relation fondamentale trigo

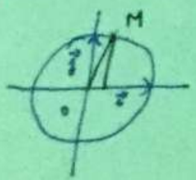


$$\boxed{(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1}$$

$$\boxed{\cos^2\alpha = \sin^2\alpha - 1}$$

$$\boxed{\sin^2\alpha = \cos^2\alpha - 1}$$

Ex $\cos\alpha = 0{,}2$; $\sin\alpha$?



$1 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha$

$1 = (0{,}2)^2 + \sin^2\alpha$

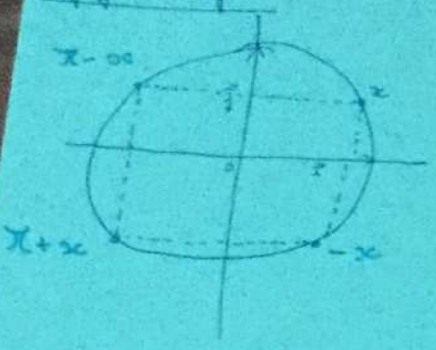
$\sin^2\alpha = 1 - 0{,}04$

$\sin^2\alpha = 0{,}96$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \sin\alpha = \sqrt{0{,}96} & \text{ou } \sin\alpha = -\sqrt{0{,}96} \\ \approx 0{,}97 & \approx -0{,}97 \end{array}}$$

V/ Cos & sin : angles associés

config en rectangle

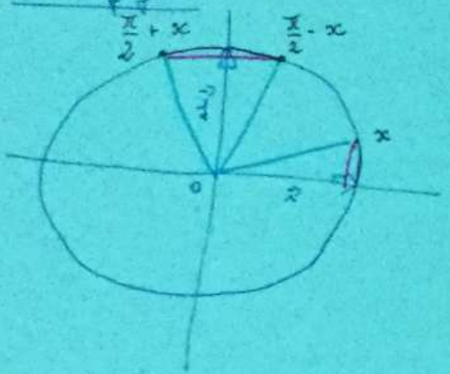


$$\begin{cases} \cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x \end{cases} \leftarrow$$

$$\begin{cases} \cos(\pi - x) = -\cos x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \sin(\pi + x) = -\sin x \end{cases} \leftarrow$$

Autre configuration



$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \end{cases}$$

VI/ Résolution équation

1) du type $\cos a = \cos b$

$a = b \ [2\pi]$ ou $a = -b \ [2\pi]$

2) $\sin a = \sin b$

$a = b \ [2\pi]$ ou $a = \pi - b \ [2\pi]$

VII/ Angles orientés vecteurs

Soit $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ non-nuls,

- Relation de Chasles $(\vec{u}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w})$
- $(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$
- $(\vec{u}, \vec{u}) = 0$
- $(\vec{u}, -\vec{u}) = \pi$

- $(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$
- $(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$
- $(-\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$

- $(2\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$
- $(-2\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$

Chap 5 Suites num'iq's

- 2 façons g'n'r st : • $1^{ère}$: formule explicite (U_n donnée en f n)
  • $2^{ème}$: formule de récurrence (1 terme donné en f du 1 ou plusieurs précédents)

- Suites arithm't'q's

$\boxed{U_{n+1} = U_n + r}$ ceci $\forall n \in \mathbb{N}$ | So^t prouv' q c'^t s'te arithm. So^t prouv' ρ CONTR-EX

➤ Propr'ét's

$\boxed{U_{n+1} = U_n + r}$ $\boxed{U_n = U_p + (n-p)r}$

$\boxed{U_n = U_0 + nr}$

➤ Ŝ terms cns'ct'fs s'te arithm't'q

- Lemme : $0 + 1 + 2 + \dots + n = \boxed{\dfrac{n(n+1)}{2}}$
- Propr'ét' : $U_0 + U_1 + \dots + U_n = (n+1) \cdot \dfrac{U_0 + U_n}{2}$
$= \text{nbr terms} \cdot \text{term } \overline{m}$

- Suites géom't'q's

Def $\boxed{U_{n+1} = U_n \cdot q}$ $\forall n$ | So^t prv' s'te g'om. So^t prv' ρ CONTRE-EX

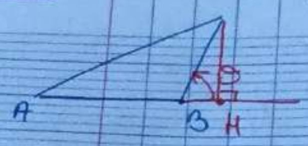
(P1) : $\boxed{U_n = U_0 \cdot q^n}$

(P_2) : $\boxed{U_n = U_p \cdot q^{n-p}}$

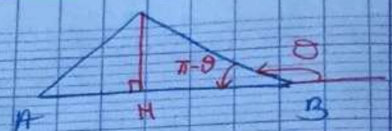
- $\sqrt[3]{x}$: racine cubiq | $\sqrt[7]{x}$
- $3 \xrightarrow{x^4} 84$
  $\xleftarrow[x^{1/4}]{}$
- $x^5 = e^{x \ln 5}$

$\theta = (\vec{AB}, \vec{BC})$

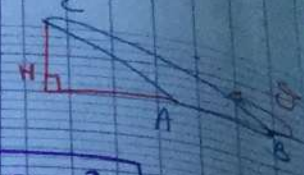
F1



F2



F3



Mutr q $\boxed{\delta = AC^2 - AB^2 - BC^2 = AH^2 - AB^2 - BH^2}$

F1:

$\delta = AC^2 - AB^2 - BC^2$

$\delta = AH^2 + HC^2 - AB^2 - BH^2 - HC^2$

$\delta = AH^2 - AB^2 - BH^2$ CQFD

F2:

$\delta = AC^2 - AB^2 - BC^2$

$\delta = AH^2 + HC^2 - AB^2 - BH^2 - HC^2$

$\delta = AH^2 - AB^2 - BH^2$ CQFD

F3:

$\delta = AC^2 - AB^2 - BC^2$

$\delta = AH^2 + HC^2 - AB^2 - BH^2 - HC^2$

$\delta = AH^2 - AB^2 - BH^2$ CQFD

Mutr q $\boxed{AH^2 - AB^2 - BH^2 = 2\,AB.\,BC.\,\cos\theta}$

F1:

$\delta = AH^2 - AB^2 - BH^2$

$\delta = (AB + BH)^2 - AB^2 - BH^2$

$\delta = \cancel{AB^2} + \cancel{BH^2} + 2AB.BH - \cancel{AB^2} - \cancel{BH^2}$

$\delta = 2.AB.BH$

$\delta = 2.AB.BC.\cos\theta$ CQFD

F2:

$\delta = AH^2 - AB^2 - BH^2$

$\delta = (AB - BH)^2 - AB^2 - BH^2$

$\delta = \cancel{AB^2} + \cancel{BH^2} - 2AB\,BH - \cancel{AB^2} - \cancel{BH^2}$

$\delta = -2.AB.BH$

$\delta = -2.AB.BC. -\cos\theta$

$\delta = 2AB.BC.\cos\theta$ CQFD

F3:

$\delta = AH^2 - AB^2 - BH^2$

$\delta = (BH - AB)^2 - AB^2 - BH^2$

$\delta = BH^2 + AB^2 - 2BH\,AB - AB^2 - BH^2$

$\delta = -2AB.BH$

$\delta = -2AB.BC. -\cos\theta$

$\delta = 2AB.BC.\cos\theta$ CQFD

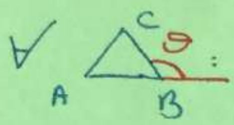
$BH = BC.\cos(\pi - \theta)$

$BH = BC. -\cos\theta$

$\cos(\pi - \theta) = \frac{BH}{BC} \Leftrightarrow$

$\cos\theta = \frac{BH}{BC} \Leftrightarrow BH = BC\cos\theta$

Chap 6 : Prod·t Scalaire

° ∀ 

: $\boxed{\frac{1}{2}\left[AC^2 - AB^2 - BC^2\right] = AB.BC.\cos\theta}$

C·t prod·t scalaire d's vcts $\vec{AB}$ & $\vec{BC}$

scalaire

$$\boxed{\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2}\left[AC^2 - AB^2 - BC^2\right] = AB.BC.\cos\theta}$$

R: $\vec{u} = \sqrt{x^2+y^2}$ pr $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

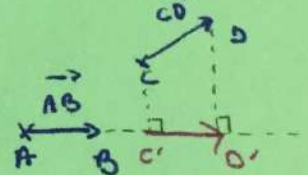
IV Xpre°s du Prd·t Scl·re

I: $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}\left[\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right]$

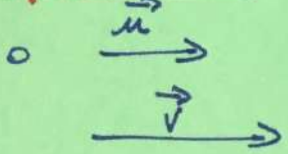
II: $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\cos(\vec{u},\vec{v})$

III: $\vec{u}\cdot\vec{v} = x.x' + yy'$

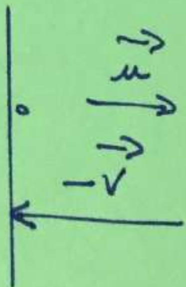
IV: $\vec{AB}\cdot\vec{CD} = \vec{AB}\cdot\vec{C'D'}$ (Prjc° orthgnle)



° 2 prt·ch·t's



$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|$



$\vec{u}\cdot\vec{v} = -\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|$

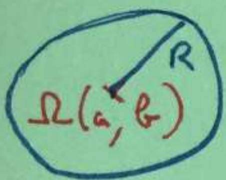
° Orthgnl·t· ds RON

° $\vec{u} \perp \vec{u}' \iff xx' + yy' = 0$ | $xy' = x'y$ alrs $\vec{u} = k\vec{u}'$

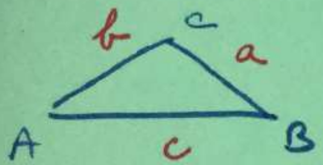
° $\Delta \perp \Delta' \iff aa' + bb' = 0$ | $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ & $\vec{M}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Appli Prod^t Sc^re

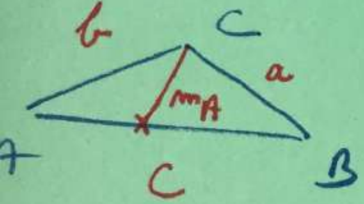
Eq° ○



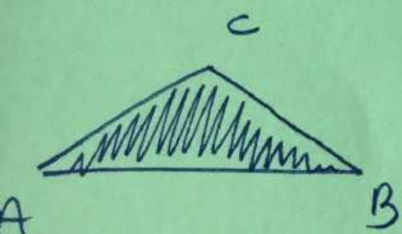
- $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$
- $x^2+y^2+\alpha x+\beta y+\gamma=0$



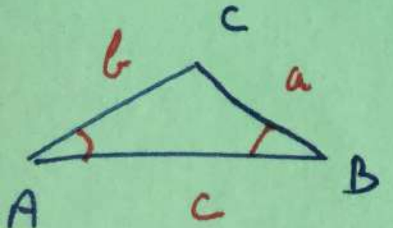
- $c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos\widehat{C}$ Al-Kashi



- $b^2+c^2=2m_A^2+\frac{1}{2}a^2$



- $A(ABC)=\frac{1}{2}bc.\sin\widehat{A}$



- $\frac{\sin\widehat{A}}{a}=\frac{\sin\widehat{B}}{b}=\frac{\sin\widehat{C}}{c}$