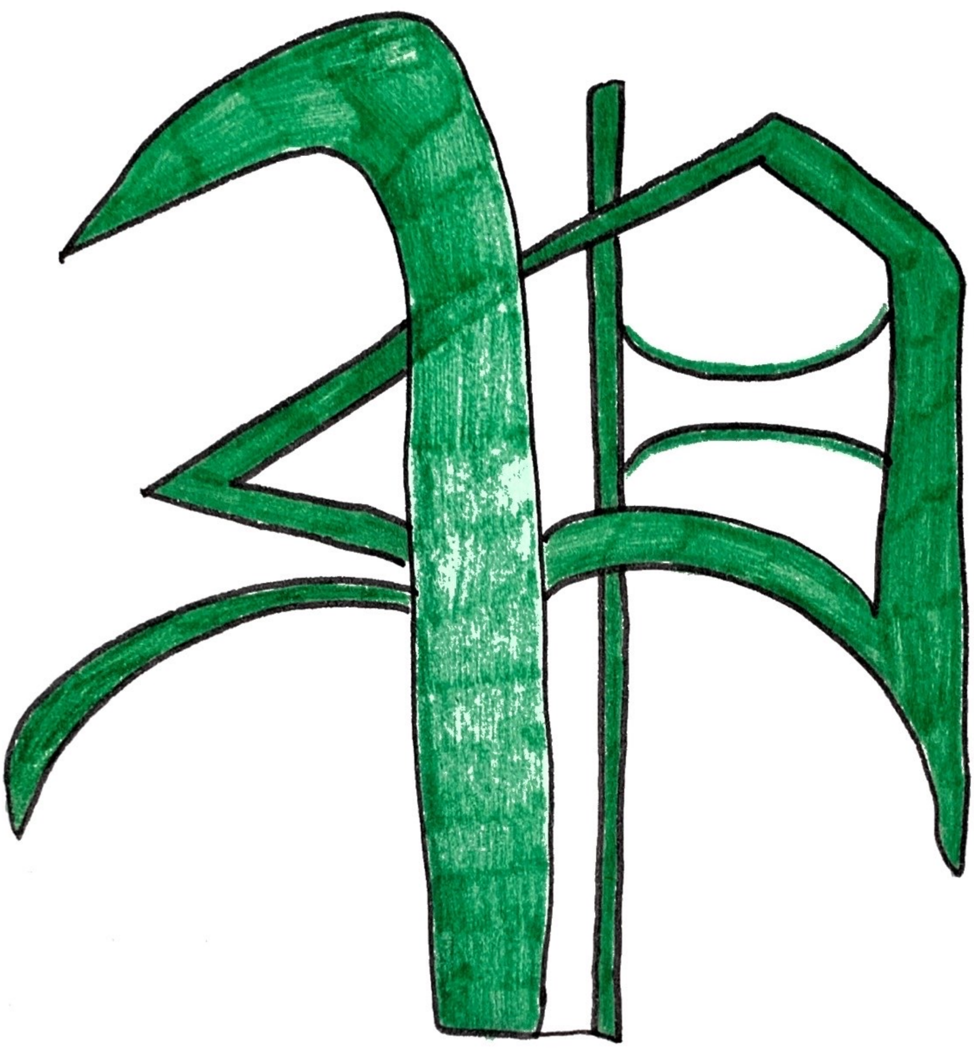


PHY ONDE : perturba° q se propage ds milieu ds déplacmt de matière.

ONDE PROGRESSIVE : Onde q se propage ≠ onde stationnR

- PERTURBATION : vo° locale à un moment donné une variable physiq.

$$\boxed{\nu = \frac{c}{\lambda}}$$

-

O méca (son) / O N-M (OEM) / O longit (ressort)
O Transvls (vagues & lux)

Vitesse propaga° : $\varphi(x,t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right)$.

- Propaga° O monoλ : harmoniqs
  - → $a \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
  - → $a \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
  - → $a \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}$.

O progressive MonoΛ : Varie SINUSOÏDALEMENT temps.

$$\Psi(x,t) = a(x) \cdot \sin(\omega t + \varphi(x)).$$
$$\Psi_c(x,t) = a(x) \cdot e^{i(\omega t + \varphi(x))}$$

- O plane : si O progresv, monoλ, ne dpd pas coord. ⊥ à propaga°.

- OPPM : $\Psi(x,t) = \Psi\left(\frac{t - x}{v}\right) = a_0 \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right)$

$t - \frac{x}{v} \Leftrightarrow x$ croissant

amplitude

pulsa° rad.s⁻¹

phase rad

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi . v}{\omega}}$$

· $\psi(x_0, t) = a_0 . \sin(\omega t + \phi_0 \frac{x_0}{v} \omega)$

La période T est la + petite durée non nulle, $\psi(x_0, t+T) = \psi(x_0, t)$

$\psi(x_0, t+T) = a_0 \sin(\omega t + \omega T + \phi_0 \frac{x_0}{v} \omega)$.

→ 2 fonctions sinus st égales ssi les argmts st égx modulo 2π.

$\Leftrightarrow \omega t + \phi_0 \frac{x_0}{v} \omega = \omega t + \omega T + \phi_0 \frac{x_0}{v} \omega$

$\Leftrightarrow \omega T = k 2\pi \Leftrightarrow T = \frac{k 2\pi}{\omega}$ $\Rightarrow$ $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

$\boxed{\omega = 2\pi v}$

λ est + ptte distce non nulle, $\psi(x + \lambda, t_0) = \psi(x, t_0)$.

$$\omega_0 . t_0 - \frac{\omega x}{v} + \phi_0 = \omega t_0 - \omega \frac{x + \lambda}{v} + k 2\pi$$

$\boxed{k = \frac{\omega}{v}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\lambda = \frac{2\pi v}{\omega}}$ $\boxed{\lambda = v . T}$

PLANE : point m̂ abscisse ont m̂ phase.

SURFACE ONDE : Ens pts géométriques ayt m̂ ph à instant donné / à dte donnée

OPPM : $\psi(\vec{r}, t) = a_0 . \sin(\omega t - \vec{k} . \vec{r} + \phi_0)$

OSM : ⑥ dt surfaces st sphères.

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

$$\boxed{v' = \frac{v}{1 - \frac{v}{c}}}$$

À noter : réflexion de DIM : $[F] = [kg.m.s^{-2}]$

$[E] = [V.m^{-1}]$

- $\cos(z,t) = 0 \iff \# = \frac{\pi}{2} + k\pi$
- $\cos(z,t) = 1 \iff \# = 2\pi . k$
- $\cos(z,t) = -1 \iff \# = \pi + k 2\pi$

- $\sin(z,t) = 0 \iff \# = \pi + k\pi$
- $\sin(z,t) = 1 \iff \# = \pi/2 + k2\pi$
- $\sin(z,t) = -1 \iff \# = -\pi + k2\pi$

	cos	sin
0	$\pi/2$ $k\pi$	π $k\pi$
1	$2k\pi$	$\pi/2$ $2k\pi$
-1	π $2k\pi$	$-\pi$ $2k\pi$

Partie 2 : Mécanique

Ch 2 : Cinématiq & Dynamiq

2. Cinématiq point

2.1. Systm, Repère, Réf

- Systm : objet mobile ds espace. (Solide indéformable)

2.1.2. Vecteur posi°

$\vec{x} = \vec{OM}$.

$\vec{x} = x.\vec{e_x} + y.\vec{e_y} + z.\vec{e_z}$ où x, y, z st composantes vct^R posi°.

Si le point M est mobile / référ. alors coord dépend^t du tps.

$$\vec{x}(t) = x(t).\vec{e_x} + y(t).\vec{e_y} + z(t).\vec{e_z}.$$

2.1.3. Vecteur vitesse

► Vitesse moyenne $\vec{V_m}$: $\boxed{V_m = \dfrac{\vec{x}(t') - \vec{x}(t)}{t' - t}}$

► Vitesse instantanée $\vec{V}$:

$$\vec{V} = \lim_{t' \to t} \frac{\vec{x}(t') - \vec{x}(t)}{t' - t} \Rightarrow \boxed{\vec{V} = \frac{d}{dt}\vec{x}}$$

$$\vec{V}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\vec{e_x} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{e_y} + \frac{dz(t)}{dt}.\vec{e_z}$$

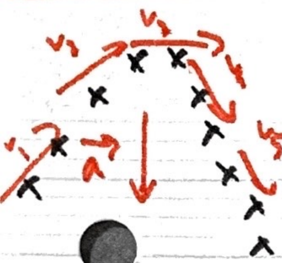
Description $\dfrac{d}{dt}$ →

$\vec{x}(t)$ $\quad$ $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{x}}{dt}$ $\quad$ $\vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

← Prédic° $\int$

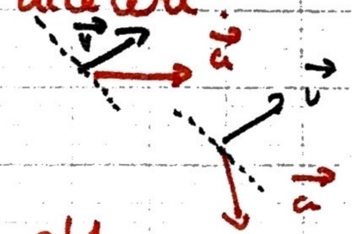
2.1.3. Vecteur accéléra°

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$



Vecteur accéléra° & nature du mvt

- si $\vec{v}$ cte $\Rightarrow$ $\vec{a} = \vec{0}$ mvt rectiligne uniforme
- si $\vec{a}$ cte $\Longrightarrow$ mvt uniformément accéléré
- si $\vec{a}.\vec{v} > 0 \Rightarrow$ mvt accéléré
- si $\vec{a}.\vec{v} < 0 \Rightarrow$ mvt retardé



$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{a}(t)\,dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{v}}{dt}\,dt \Rightarrow \vec{v}(t_f) = \vec{v}(t_i) + \int_{t_i}^{t_f} \vec{a}(t)\,dt$$

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{v}(t)\,dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{x}}{dt}\,dt \Rightarrow \vec{x}(t_f) = \vec{x}(t_i) + \int_{t_i}^{t_f} \vec{v}(t)\,dt$$

2.1.4. Trajectoire

· Trajectoire de M ds réf R est l'ens des posit°s de M dans R.

$\{x(t)$ et $y(t)\}$: horaires du mvt.

→ Détermine trajectoire : $y = f(x)$ ou $g(y) = x$ ou $h(x,y) = 0$

① Isoler le tps $\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 t \\ y(t) = y_0 - \frac{1}{2} a_0 t^2 \end{cases}$ $\longrightarrow$ $t = \dfrac{x(t) - x_0}{v_0} \Rightarrow t = \dfrac{x - x_0}{v_0}$

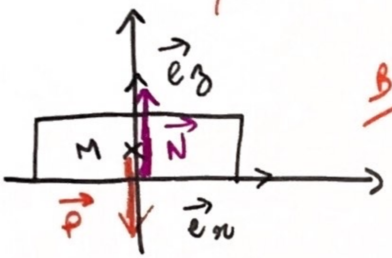
② Substitu°

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2} a_0 \left(\frac{x - x_0}{v_0}\right)^2$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2} x_0 \left(\frac{x - x_0}{v_0}\right)^2$$

33 RRS

- Référentiel : lié au sol, (R) considéré galiléen.
- Repère : $(O, \vec{e_x}, \vec{e_z})$: vect^{rs} unit^{rs} RON
- Système : caisse de masse m rep. tée par point M.



BEP
- Bilan des forces :
  - ▷ $\vec{P} = m\vec{g} = -mg.\vec{e_z}$
  - ▷ $\vec{R} = R.\vec{e_z}$.

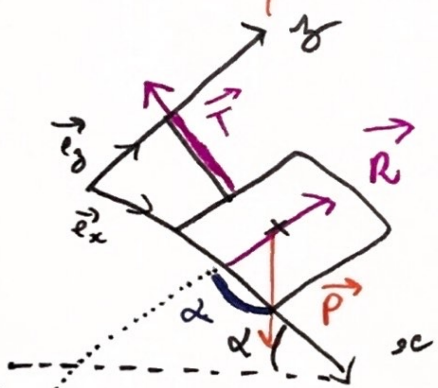
Ds (R) galil., l'équa^{o} s'écrit $\boxed{\sum \vec{F_{ext}} = \vec{0}}$

$\Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ ⟵ Eq^{o} équilibre.

- Projec^{o} sr $\vec{e_z}$: $-mg + N = 0$
  $\Leftrightarrow N = mg$.

33' RRS

- Référentiel : lié au sol, csdéré galiléen
- Repère : $(O, \vec{e_x}, \vec{e_z})$ vct^{R} unit^{R}.
- Système : caisse de masse m



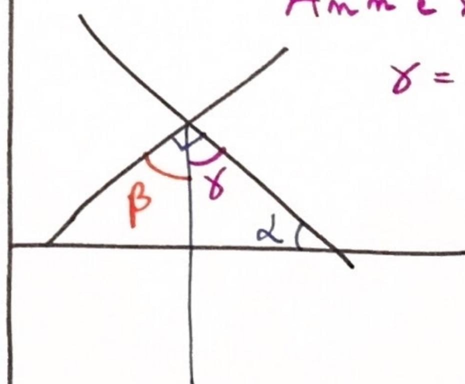
Voir annexe (α)

BEP
- Bilan des forces :
- Tension du fil $\vec{T} = T.\vec{e_x}$.
- Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg.\sin\alpha.\vec{e_x} - mg.\cos\alpha\,\vec{e_z}$
- Réac^{o} : $\vec{R} = R.\vec{e_z}$.
- Équilibre ds (R) gali : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$.

$mg.\sin\alpha.\vec{e_x} - mg.\cos\alpha.\vec{e_z} + N\vec{e_z} + T.\vec{e_x} = \vec{0}$.

- Projec^{o} sr $\vec{e_x}$:
  $mg.\sin\alpha + T \Rightarrow \boxed{T = -mg.\sin\alpha}$
- Projec^{o} sr $\vec{e_z}$:
  $-mg.\cos\alpha + N = 0 \Rightarrow \boxed{N = mg.\cos\alpha}$

Annexe (α) :



$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha$

- $\frac{\pi}{2} = \beta + \gamma = \beta + \frac{\pi}{2} - \alpha$
- $\boxed{\beta \Rightarrow \alpha.}$

38 Mvt Retardé — Cinématique

RRS Ref : lié au sol

Repère : $\{O, \vec{e}_x\}$ vect^R unit^R.

Système : voiture assimilé à 1 point M.

- Posi° : $\overrightarrow{OM} = x(t) . \vec{e}_x$
- Vitesse : $\vec{v} = v_x(t) . \vec{e}_x$
- Accél° : $\vec{a} = -a . \vec{e}_x$

CE Conditions initiales $\begin{cases} x(0) = 0 \\ v_x(0) = v_0 > 0. \end{cases}$

Équa°s horaires $x(t)$ & $v_x(t)$.

EH v_x : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

$$-a . \vec{e}_x = \frac{d}{dt}\left(v_x(t) . \vec{e}_x \right)$$

$$-a . \vec{e}_x = \frac{d v_x(t)}{dt} . \vec{e}_x$$

Project° sur $\vec{e}_x$: $-a = \dfrac{d v_x}{dt}(t)$

$$\int_{t_0}^{t} \frac{d v_x}{dt}(t')\, dt' = -\int_{t_0}^{t} a . dt'$$

$$[v_x]_{t_0}^{t} = [at']_{t_0}^{t}$$

$$v_x(t) - v_x(t_0) = -a(t - t_0)$$

$$v_x(t) - v_0 = -at$$

$$\boxed{v_x(t) = v_0 - at}$$

EH $x(t)$: $\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$

$$v_x(t) . \vec{e}_x = \frac{d}{dt}\left(x(t) . \vec{e}_x \right).$$

$$v_x(t) . \vec{e}_x = \frac{dx}{dt}(t) . \vec{e}_x .$$

Projc° sur $\vec{e}_x$: $v_x(t) = \dfrac{dx}{dt}(t)$

$$\frac{dx}{dt}(t) = v_x(t) = v_0 - at$$

$$\int_{t_0}^{t} \frac{dx}{dt'}(t')\, dt' = \int_{t_0}^{t} (v_0 - at')\, dt'$$

$$[x(t')]_{t_0}^{t} = \int_{t_0}^{t} v_0\, dt' - a\int_{t_0}^{t} t'\, dt$$

$$[x(t')]_{t_0}^{t} = [v_0 t']_{t_0}^{t} - a\left[\frac{t'^2}{2}\right]_{t_0}^{t}$$

$$x(t) - x(t_0) = v_0(t - t_0) - a\left(\frac{t^2}{2} - \frac{t_0^2}{2}\right)$$

$$x(t) - x(t_0) = v_0(t - t_0) - \frac{a}{2}(t^2 - t_0^2)$$

À $t = 0$, $x(0) = 0$

$$x(t) = v_0 . t - \frac{a}{2} t^2$$

Par définition : $v(\tau) = v_0 - a . \tau = 0$

$\Rightarrow \quad a = \frac{v_0}{\tau}$

• $x(\tau) - D = v_0 . \tau - \frac{a}{2} . \tau^2$

$$\boxed{D = \frac{v_0 . \tau}{2}}$$

2.2.3. Vecteur vitesse & Accélérat° ds base locale

Repère $\{M(t), \vec{T}(t), \vec{N}(t)\}$ orthogonal mobile de Serret-Frenet

Vitesse : $v = \dfrac{ds}{dt}$ Vecteur vitesse : $\vec{V}(t) = v(t) . \vec{T}(t)$

Vecteur accélérat° : $\vec{T}'(t) = \dfrac{d\vec{T}}{dt} = \dfrac{ds}{dt} . \dfrac{1}{R} . \vec{N}$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{a}(t) = \underbrace{\frac{dv(t)}{dt} \vec{T}(t)}_{\text{Accélérat° tangentielle}} + \underbrace{\frac{v^2(t)}{R} . \vec{N}(t)}_{\text{Accélérat° normale}}}$$

Accélérat° tangentielle $\neq 0$ si v varie

Accélérat° normale $\neq 0$ si mvt chge direct°

I.3. Lois de Newton

Principe inertie

Ds RG, un point matériel q n'est soumis à aucune force
soit conserve son état de repos
soit est animé d'un mvt rectiligne uniforme.

Principe fondamental dynamique (PFD)

Ds RG, la somme vectorielle de toutes les forces appliquées à un système matériel est égale à la dérivée par rapport au tps de la Qtté mvt.

$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \sum \vec{F}_{ext}$$

Pr un systm ponctuel : $\vec{P} = m.\vec{v}$

Principe Actions Réciproques

Ds un systm isolé comportant un systm Σ_1 & Σ_2.
La force exercée par Σ_1 sur Σ_2 est m̂ norme, direct°.
MAIS de sens opposé par rapport à la force exercée par Σ_2 sur Σ_1.

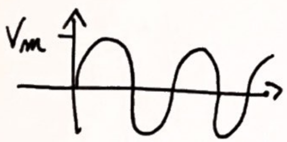
$$\vec{F}_{\Sigma_1/\Sigma_2} = -\vec{F}_{\Sigma_2/\Sigma_1}$$

Ex 49 — RRS

vect^R unitaire

∘ Ref : Laborat^a (terre) / Repère : $(O, \vec{e_x})$ / Systm̂ : horloge masse

∘ Posiθ : $\vec{OM} = x(t).\vec{e_x}$ | Vitesse : $\vec{v} = v(t).\vec{e_x}$ | Accl : $\vec{a} = a(t).\vec{e_x}$



$$\boxed{v(t) = V_m . \sin(\omega t)}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Déterminons $a(t)$: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a}(t) = \frac{d}{dt}(v(t).\vec{e_x})$

Projecθ $\vec{e_x}$: $a(t).\vec{e_x}.\vec{e_x} = \frac{d\,v(t)}{dt}\vec{e_x}.\vec{e_x}$

$$a(t) = \frac{d\,v(t)}{dt} = \frac{d(V_m . \sin(\omega t))}{dt}$$

$\Rightarrow a(t) = \omega . V_m . \cos(\omega t)$

$\Rightarrow \vec{a} = \omega . V_m . \cos(\omega t) . \vec{e_x}$

Déterminons $x(t)$: $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow v(t).\vec{e_x} = \frac{d}{dt}(x(t).\vec{e_x})$

Projecθ $\vec{e_x}$: $v(t).\vec{e_x}.\vec{e_x} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{e_x}.\vec{e_x}$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$\int_{t_0}^{t} v(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{dx(t)}{dt}\,dt \Rightarrow \left[-\frac{V_m}{\omega}\cos(\omega t)\right]_{t_0}^{t}$$

$$\Rightarrow x(t) - x(t_0) = -\frac{V_m}{\omega}\cos(\omega t) + \frac{V_m}{\omega}\cos(\omega t_0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = x_0 + \frac{V_m}{\omega}(1 - \cos(\omega t)) \\ v(t) = V_m . \sin(\omega t) \\ a(t) = V_m . \omega . \cos(\omega t) \end{cases}$$

$x_0 = 0$

• $x = \frac{V_m}{\omega}(1 - \cos(\omega t)) \Rightarrow \frac{\omega}{V_m}x = 1 - \cos(\omega t)$

$\Rightarrow \cos(\omega t) = 1 - \frac{\omega}{V_m}x$

Soit $a = V_m . \omega . \cos(\omega t) = V_m . \omega\left(1 - \frac{\omega}{V_m}x\right)$

$$a = \omega^2\left(\frac{V_m}{\omega} - x\right) = -\omega^2(\underbrace{x - cte}_{\text{élongaθ}})$$

Force appliqué : 2LDN : PFD

Ds (RG), somme vect^{lle} ∀ forces appliqués à 1 systm̂ matériel = à dérivée p/ tps Qté mvt.

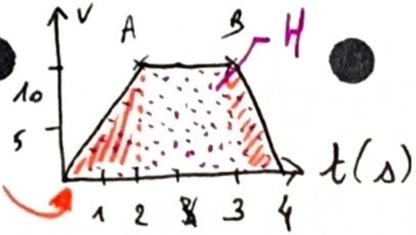
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext} \Rightarrow m\vec{a} = \vec{F}$$

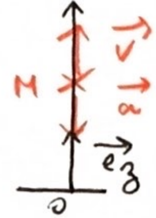
$$\Rightarrow \vec{F} = -m\,\omega^2(x - cte)\,\vec{e_x}$$

$$\vec{F} = K\,(\text{élongaθ}) . \vec{e_x}.$$

Ex 42

$d_1 = z(2s) - z(0s)$





diste : Aire limitée par OA

RRS : Ref. terrestre / Repère $\{O, \vec{e_z}\}$ $\vec{e_z}$ vecteur unitaire.

$\overrightarrow{OM} = z(t).\ \vec{e_z}$

$\vec{v}(t) = v_z(t).\ \vec{e_z}$

$\vec{a}(t) = a_z(t).\ \vec{e_z}$

$$\int_{t_0}^{t_f} \frac{dz}{dt}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} v(t)\, dt$$

$$z(t_f) - z(t_0) = \underbrace{\int_{t_0}^{t_f} v(t)\, dt}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{v} \;...>\; \frac{dz}{dt} = v(t)$$

Aire s courbe droite v(t) ↔ t_0 & t_f.

$$\Rightarrow d_1 = z(2s) - z(0s) = \frac{(2-0)\times(10-0)}{2} = 10\ m$$

$$d_2 = z(4s) - z(3s) = (4-3) \times \frac{10}{2} = 5\ m$$

Aire Sous la courbe

Hauteur totale : $H = 10 + 10 + 5 = 25\ m$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow a(t) = \frac{d\,v(t)}{dt}$$ (a(t) : pente droites v(t))

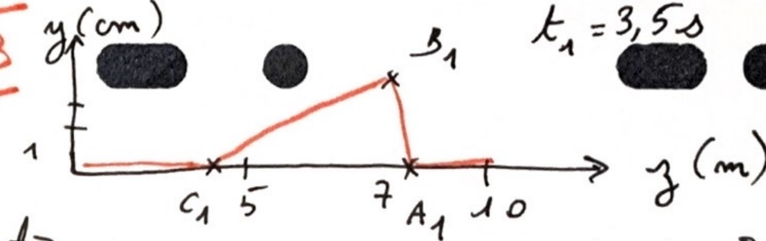
$0 < t < 2s$: $a = \frac{10}{2} = 5\ m.s^{-2}$

$2s < t < 3s$: $a = 0\ m.s^{-2}$

$3s < t < 4s$: $a = \frac{-10}{1} = -10\ m.s^{-2}$

Ex 13

$t_1 = 3{,}5\ s$



Onde t^{vse} : direc° propaga° ⊥ dirc° déforma°.

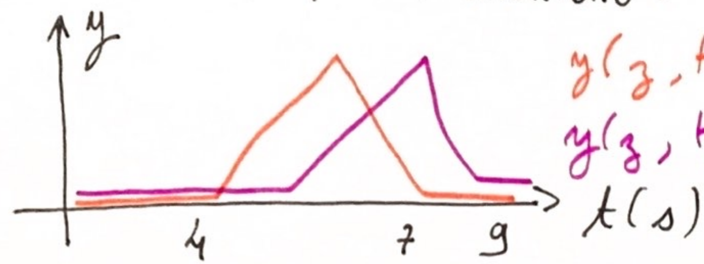
2) Distce parcourue t_1 de 0 à 3,5 s : **7 m.**

$$v = \frac{d}{t} = \frac{7}{3{,}5} = 2\ m.s^{-1}.$$

3) $$\boxed{\tau = \frac{A_1C_1}{v} = \frac{3}{2} = 1{,}5\ s\ .}$$

4) À date t_1, pts tq descendent : $4\,m < z < 6\,m$

montent : $6\,m < z < 7\,m$



Entre t_2 & t_1 : l'onde se propage $v(t_2 - t_1) = 2\times1 = 2\,m$

$$y(x, t_2) = y\big(x - \underbrace{v(t_2 - t_1)}_{\text{la distce qu'elle vient de parcourir}}\big)$$

6) a)

Le point M commence à bouger à

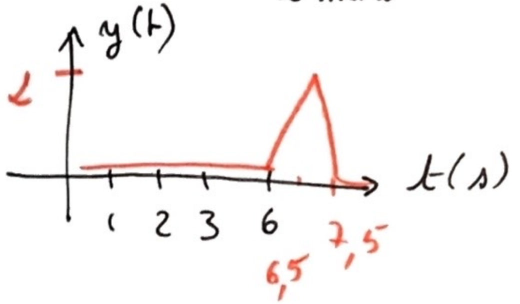
$t_3 - t_0 = \frac{(12-0)}{v} \Rightarrow t_3 = \frac{12}{2} = 6\,s.$

b) t_4 : M passe à un max :

Point B_1 : $z_{B_1} = 2(t-3{,}5) + 6 \Rightarrow t = \frac{12-6}{2} + 3{,}5 = 6{,}5\,s$

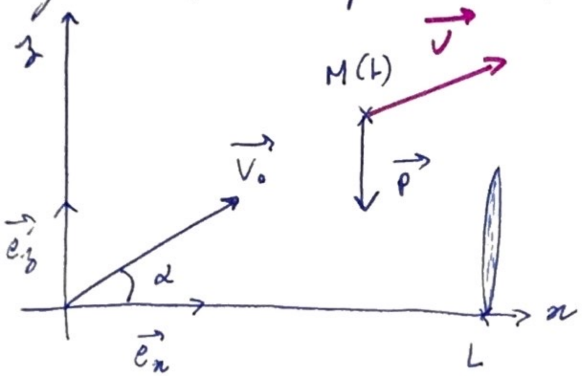
$z_{B_1} = 12\,m$

c) $t_5 = t_4 + \frac{2\,m}{2\,m.s^{-1}} = t_4 + 1 = 7{,}5\,s$



66 RRS (1)

Ref : Terrestre, RG / Repère : $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y})$ RON / Système : ballon de rugby. VUC Point M



Pos : $\vec{OM} = x.\vec{e_x} + z.\vec{e_z}$

Vitesse : $\vec{v}(t) = v_x.\vec{e_x} + v_z.\vec{e_z}$

Accel^{n} : $\vec{a}(t) = a_x.\vec{e_x} + a_z.\vec{e_z}$.

CI : À $t=0$

- $M=0$, $x(0) = z(0) = 0$
- $\vec{V}(0) = \vec{V_0}$
- $\vec{V}(0) = V_0.\cos\alpha.\vec{e_x} + V_0.\sin\alpha.\vec{e_y}$

Bilan Forces : $\vec{P} = -m.g.\vec{e_z}$

PFD : ∃ RG, SV ∀ FA SM = D ~~P~~ T QM.

$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \Sigma \vec{F_{ext}} \Rightarrow \frac{d}{dt} m\vec{v} = \Sigma \vec{F_{ext}} \Rightarrow \frac{m.d\vec{v}}{dt} \Rightarrow m\vec{a} = \Sigma \vec{F_{ext}},\quad m\vec{a} = \vec{P},\quad m\vec{a} = m\vec{g},\quad \vec{a} = \vec{g}$$

$\vec{a} = a_x.\vec{e_x} + a_z.\vec{e_z} = -g.\vec{e_z}$ $\quad \vec{a}\begin{cases} 0 \\ -g \end{cases}$.

EH $\vec{v}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \iff a_x.\vec{e_x} + a_z.\vec{e_z} = \frac{dv_x}{dt}.\vec{e_x} + \frac{dv_z}{dt}.\vec{e_z}$$

Projec$^{\circ}$s : Suivant (Ox) : $\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{e_x} = g.\vec{e_x} \Rightarrow \frac{d\vec{v}.\vec{e_x}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} = 0$

Entre t_0 & t_f

$$\int_{t_0}^{t_f} \frac{dv_x}{dt}\,dt = v_x(t_f) - v_x(t_0) = 0 \iff \boxed{v_x(t_f) = v_x(t_0) = V_0.\cos\alpha}$$

Suivant (Oz) : $\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{e_z} = g.\vec{e_z} \Rightarrow \frac{dv_z}{dt} = -g$

Entre t_0 & t_f

$$\int_{t_0}^{t_f} \frac{dv_z}{dt}\,dt = v_z(t_f) - v_z(t_0) = \int_{t_0}^{t_f} -g\,dt = -g(t_f - t_0)$$

$$v_z(t_f) = -g(t_f - t_0) + v_z(t_0) \qquad t=0$$

$$\boxed{v_z(t) = V_0.\sin\alpha - gt}$$

EH $\vec{OM}$: $\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{V}$

Projec$^{\circ}$s : Suivant (Ox) : $\frac{dx}{dt} = v_x(t) = v_0.\cos\alpha$

Entre t_0 & t_f : $\int_{t_0}^{t_f} \frac{dx}{dt} = \int_{t_0}^{t_f} v_0.\cos\alpha\,dt$

$$x(t_f) - x(t_0) = v_0.\cos\alpha\,(t_f - t_0)$$

$t=0$, $t=t_f$ $\quad \boxed{x(t) = V_0.\cos\alpha.t}$

Suivant (Oz) : $\frac{dz}{dt} = v_z(t) = v_0.\sin\alpha$

Entre t_0 & t_f : $\int_{t_0}^{t_f} \frac{dz}{dt} = \int_{t_0}^{t_f} -gt + v_0.\sin\alpha\,dt$

$$z(t_f) - z(t_0) = -g\left[\frac{t^2}{2}\right]_{t_0}^{t_f} + V_0.\sin\alpha\,(t_f - t_0)$$

$$z(t_f) = z(t_0) + v_0.\sin\alpha\,(t_f - t_0) - \frac{g}{2}(t_f^2 - t_0^2)$$

$$\boxed{z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + V_0.\sin\alpha.t}$$

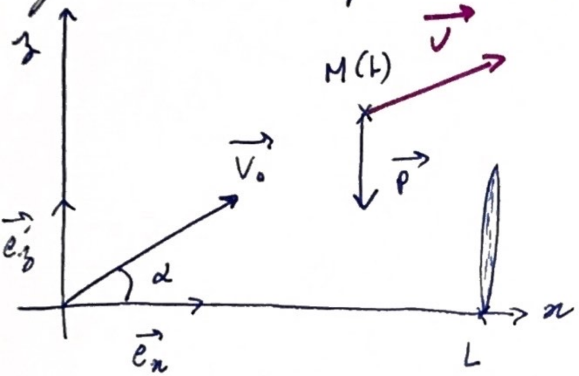
Trajectoire : $t = \frac{x}{V_0.\cos\alpha}$

$$z(x) = v_0.\sin\alpha.\frac{x}{V_0\cos\alpha} - \frac{g}{2}\frac{x^2}{V_0^2.\cos^2\alpha}$$

$$\boxed{z(x) = x.\tan\alpha - \frac{g}{2}\frac{x^2}{V_0^2.\cos^2\alpha}}$$

66 RRS

Ref : Terrestre, RG / Repère : $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y})$ RON VUC / Système : ballon de rugby Point M .



Pos : $\vec{OM} = x.\vec{e_x} + z.\vec{e_z}$

Vitesse : $\vec{v}(t) = v_x.\vec{e_x} + v_z.\vec{e_z}$

Accél$^{\circ}$: $\vec{a}(t) = a_x.\vec{e_x} + a_z.\vec{e_z}$.

CI : À $t=0$

- $M = 0$, $x(0) = z(0) = 0$
- $\vec{V}(0) = \vec{V_0}$
- $\vec{V}(0) = V_0.\cos\alpha.\vec{e_x} + V_0.\sin\alpha.\vec{e_y}$

Bilan Forces : $\vec{P} = -m.g.\vec{e_z}$

PFD : ∃ RG, SV ∀ FA SM = D ~~P~~ T QM .

$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \Sigma \vec{F_{ext}} \Rightarrow \frac{d}{dt} m\vec{v} = \Sigma \vec{F_{ext}} \Rightarrow \frac{m.d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \begin{array}{l} m\vec{a} = \Sigma \vec{F_{ext}} \\ m\vec{a} = \vec{P} \\ m\vec{a} = m\vec{g} \\ \vec{a} = \vec{g} \end{array}$$

$$\vec{a} = a_x.\vec{e_x} + a_z.\vec{e_z} = -g.\vec{e_z} \qquad \vec{a} \begin{cases} 0 \\ -g \end{cases} .$$

EH $\vec{v}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Leftrightarrow a_x.\vec{e_x} + a_z.\vec{e_z} = \frac{dv_x}{dt}.\vec{e_x} + \frac{dv_z}{dt}.\vec{e_z}$$

Projec$^{\circ}$s : Suivant (Ox) : $\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{e_x} = g.\vec{e_x} \Rightarrow \frac{d\vec{v}.\vec{e_x}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} = 0$

Entre t_0 & t_f

$$\int_{t_0}^{t_f} \frac{dv_x}{dt} dt = v_x(t_f) - v_x(t_0) = 0 \Leftrightarrow \boxed{v_x(t_f) = v_x(t_0) = V_0.\cos\alpha}$$

Suivant (Oz) : $\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{e_z} = g.\vec{e_z} \Rightarrow \frac{dv_z}{dt} = -g$

Entre t_0 & t_f

$$\int_{t_0}^{t_f} \frac{dv_z}{dt} dt = v_z(t_f) - v_z(t_0) = \int_{t_0}^{t_f} -g\, dt = -g(t_f - t_0)$$

(1)

$$v_z(t_f) = -g(t_f - t_0) + v_z(t_0) \qquad t=0$$

$$\boxed{v_z(t) = V_0.\sin\alpha - gt}$$

EH $\vec{OM}$: $\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{V}$

Projec$^{\circ}$s : Suivant (Ox) : $\frac{dx}{dt} = v_x(t) = v_0.\cos\alpha$

Entre t_0 & t_f : $\int_{t_0}^{t_f} \frac{dx}{dt} = \int_{t_0}^{t_f} v_0.\cos\alpha\, dt$

$$x(t_f) - x(t_0) = v_0.\cos\alpha(t_f - t_0)$$

$t=0$, $t=t_f$ $\quad \boxed{x(t) = V_0.\cos\alpha.t}$

Suivant (Oz) : $\frac{dz}{dt} = v_z(t) = v_0.\sin\alpha$

Entre t_0 & t_f : $\int_{t_0}^{t_f} \frac{dz}{dt} = \int_{t_0}^{t_f} -gt + v_0.\sin\alpha\, dt$

$$z(t_f) - z(t_0) = -g\left[\frac{t^2}{2}\right]_{t_0}^{t_f} + V_0.\sin\alpha(t_f - t_0)$$

$$z(t_f) = z(t_0) + v_0.\sin\alpha(t_f - t_0) - \frac{g}{2}(t_f^2 - t_0^2)$$

$$\boxed{z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + V_0.\sin\alpha.t}$$

Trajectoire : $t = \frac{x}{V_0.\cos\alpha}$

$$z(x) = V_0.\sin\alpha.\frac{x}{V_0\cos\alpha} - \frac{g}{2}\frac{x^2}{V_0^2.\cos^2\alpha}$$

$$\boxed{z(x) = x.\tan\alpha - \frac{g}{2}\frac{x^2}{V_0^2.\cos^2\alpha}}$$

64 Saut à SKI

VUC

$R : (O_1, \vec{e_{x_1}}, \vec{e_{y_1}})$ / R : terrestre (RG) / S : Assimilé point M pour skieur.

CI : $x(0) = y(0) = 0$ & $v(0) = v_0 = 0$.

BF : • $\vec{P} = m.g = mg.\sin\alpha.\vec{e_{x_1}} - mg.\cos\alpha.\vec{e_{y_1}}$

• $\vec{R} = N.\vec{e_{y_1}}$

PFD : ∃ RG, SV ∀ FA S = D / T QM.

$m.\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} \iff m(a_{x_1}.\vec{e_{x_1}} + a_{y_1}.\vec{e_{y_1}}) = \vec{P} + \vec{R}$

$\iff m(a_{x_1}.\vec{e_{x_1}} + a_{y_1}.\vec{e_{y_1}}) = N.\vec{e_{y_1}} + mg.\sin\alpha\,\vec{e_{x_1}} - mg.\cos\alpha\,\vec{e_{y_1}}$

Suivant $(O_1 x_1)$: $m a_{x_1} = mg.\sin\alpha$

$a_{x_1} = g.\sin\alpha$ $\quad \vec{a}\begin{pmatrix} g.\sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$

Suivant $(O_1 y_1)$: $m a_{y_1} = 0 = N - mg.\cos\alpha$

$N = mg.\cos\alpha$

EH $\vec{v}$: $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ $\quad \Rightarrow \dfrac{dv_{x_1}}{dt} = a_{x_1}$

PS $(O_1 x_1)$: $\dfrac{dv_{x_1}}{dt}.\vec{e_{x_1}} = a.\vec{e_{x_1}} \Rightarrow \dfrac{dv_{x_1}}{dt}.\vec{e_{x_1}}.\vec{e_{x_1}} = a_{x_1}.\vec{e_{x_1}}.\vec{e_{x_1}}$

Entre tf & t_0 : $\displaystyle\int_{t_0}^{t_f} \frac{dv_{x_1}}{dt} = \int_{t_0}^{t_f} a_{x_1}\, dt$

$v_{x_1}(t_f - t_0) = g\sin\alpha\,(t_f - t_0)$

$\boxed{v_x(t) = g.\sin\alpha.t}$

PS $(O_1 y_1)$: ... $\boxed{v_{y_1} = 0}$

② $y_1(t) = 0$

EH $\vec{O_1 M}$

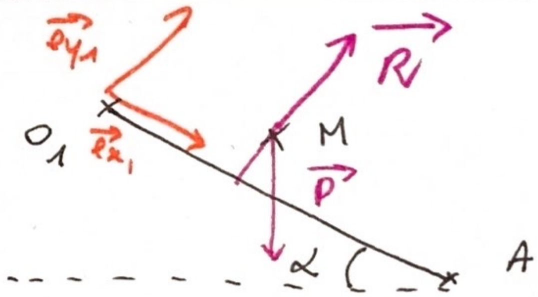
$\dfrac{dx_1}{dt} = v_{x_1} = g.\sin\alpha\, t$

Entre t_0 & tf : $\displaystyle\int_{t_0}^{t_f} \frac{dx_1}{dt}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} g.\sin\alpha\, t\, dt$

$x_1(t_f - t_0) = \dfrac{g.\sin\alpha}{2}(t_f^2 - t_0^2)$

$\boxed{x_1(t_f) = \dfrac{g.\sin\alpha}{2}\, t^2}$

& trajectoire $y_1 = 0$



Skieur arrive en A à t_A.

$x_1(t_A) = d = \dfrac{g.\sin\alpha}{2}.t_A^2 \iff t_A = \sqrt{\dfrac{2d}{g.\sin\alpha}}$

Vitesse en A : $\vec{v}(t_A) = g.\sin\alpha.t_A.\vec{e_{x_1}}$

$\vec{v}(t_A) = g.\sin\alpha.\sqrt{\dfrac{2d}{g\sin\alpha}}$

$\boxed{\vec{v}(t_A) = \sqrt{2d.g.\sin\alpha}\,.\vec{e_{x_1}}}$

C3 : Interactions

- 2 systèmes st en interacθ si une modif de l'un entraîne une modif de l'autre.
- Système Isolé : Σ tq ses interacθs st NULLES.

3.1. Interacθs Solide - Solide

3.1.1. Contact ↔ 2 Σ matériels

- Σ matériel : Ens atomes q interagisst entre eux, en mtn une cohérence.
- Surface de contact : Lieu géométriq où distce ↔ 2 Σ matériels est suffisamment faible pr que 2 atomes des 2 Σs interagissent.

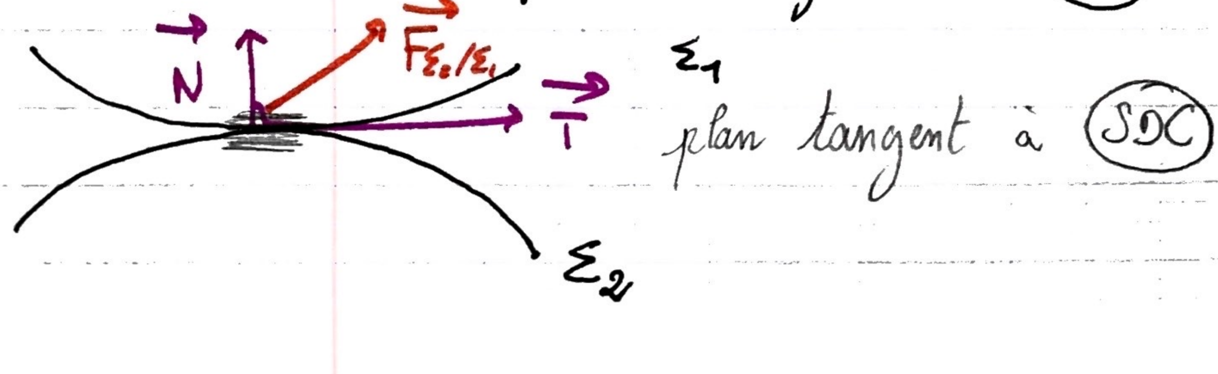
3.1.2. Force de contact

- Force de contact : Résultante interacθ ↔ 2 Σ en contact.

Rq : SDC est grde p/ taille atome. FDC ne pt pas ê calculée dct p intθs ↔ atomes.
FDC déterminée p consq as macroscopiqs intcθs ↔ atomes.
Direcθ & sens FDC déterminés p SDC.

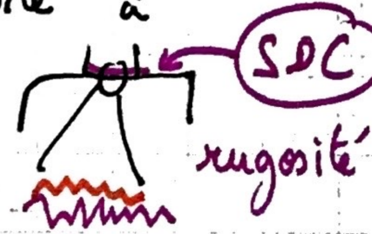
3.1.3. Compostes Normales & Tangentielles

FDC → une composante normale à SDC
→ une composante tangentielle à SDC.



- $\vec{N}$ exprime intégrité Σ_1 & Σ_2. (ne passe pas à travers)
(si $\vec{N} = \vec{0}$: ∅ contact)

- $\vec{T}$ d'pd nature atomes & de la rugosité à l'échelle microscopiqs des SDC.



- $\vec{T}$ s'oppose au mvt relatif.
- $\vec{T}$: force de frottement.

3.2. Interac° gravitationnelle

3.2.1. Loi universelle de la gravitat°

Un corps ponctuel de masse M placé en un point choisi pour origine, induit sur un autre corps de masse m placé au point P (tq $\vec{OP} = r.\vec{e_r}$; VUC) une force d'expression :

$$\boxed{\vec{F}_{M/m} = -G\frac{Mm}{r^2}.\vec{e_r}}$$

$G \simeq 6,67384.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

$$\vec{F}_{m_1 m_2} = -G\frac{m_1 m_2}{\|\vec{M_1M_2}\|^2}.\frac{\vec{M_1M_2}}{\|\vec{M_1M_2}\|}$$

La force de gravitat° est une force attractive

3.2.2. Champ de gravitat°

$\vec{F}_{M/m} = \left(-G\frac{M}{r^2}.\vec{e_r}\right).m$ où $\vec{\mathcal{G}}_M(\vec{r}) = -G\frac{M}{r^2}.\vec{e_r}$

$$\boxed{\vec{F}_{M/m} = m.\vec{\mathcal{G}}_M(\vec{r})}$$

CDG : Dim accélérat°

3.3. Interacϑ électromagnétique

3.3.1. Loi de Coulomb

La force $\vec{F}_{1/2}$ exercée p 1 charge Q placée au point O sur 1 charge q placée au point P soit :

$$\boxed{\vec{F}_{1/2} = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{\|\vec{OP}\|^2} \cdot \frac{\vec{OP}}{\|\vec{OP}\|}}$$

$\varepsilon_0 \simeq 8{,}854.10^{-12}$ F/m

ε_0 : cte d'é... ou cte diélectri...

$qQ > 0$: force répulsive / $qQ <$: force attractive

⚠ LDC n'est VALABLE que si charges st immobiles.

$$\boxed{\vec{F}_{Q/q} = q . \underbrace{\vec{E}_Q}_{\text{V/m}} (P)}$$

ds $\vec{E}_Q(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\|\vec{OP}\|^2} \cdot \frac{\vec{OP}}{\|\vec{OP}\|}$

$\vec{E}_Q(P)$ est champ électrostatiq créée p charge Q au point P.

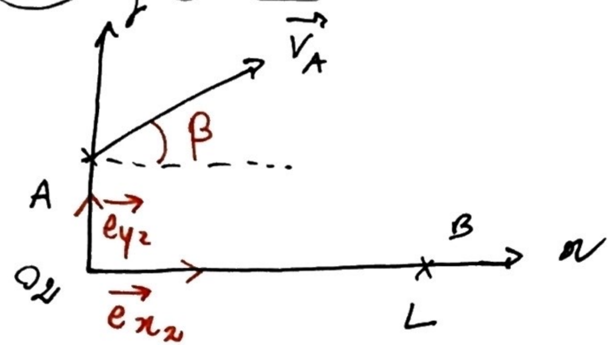
Acϑ champ électromagnétiq s/ particule chargée

Force de Lorentz : Une particule ponctuelle de charge électriq q plongée ds un champ électromagnétiq $(\vec{E}, \vec{B})$ subit une force nommée force de Lorentz.

$$\boxed{\vec{F} = \underbrace{q\vec{E}}_{\text{force électriq}} + \underbrace{q\,\underbrace{\vec{v}}_{\text{vitesse}} \wedge \vec{B}}_{\text{force magnétiq}}}$$

$\vec{B}$ en Tesla

64 $\frac{2}{4}$ Saut A à B



$\vec{V_A} \begin{vmatrix} V_A \cdot \cos\beta \cdot \vec{e_{x2}} \\ V_A \cdot \sin\beta \cdot \vec{e_{y2}} \end{vmatrix}$

$R(O_2, \vec{e_{x2}}, \vec{e_{y2}})$ VUC

δ : skieur pt M.

$\vec{O_2M} = x(t) \cdot \vec{e_{x2}} + y(t) \cdot \vec{e_{y2}}$

$\vec{V}(M) = V_x(t)\, \vec{e_{x2}} + V_y(t) \cdot \vec{e_{y2}}$

$\vec{a} = a_x(t) \cdot \vec{e_{x2}} + a_y(t) \cdot \vec{e_{y2}}$

CI : à $t = t_A$, $\vec{OM}(t_A) = h \cdot \vec{e_y}$

$\vec{V}(t_A) = \vec{V_A} = \begin{vmatrix} V_A \cdot \cos\beta \cdot \vec{e_{x2}} \\ V_A \cdot \sin\beta \cdot \vec{e_{y2}} \end{vmatrix}$

BF $\vec{P} = m\vec{g} = -mg \cdot \vec{e_{y2}}$

PFD : $\exists$ RG, SV $\forall$ FA SM = D $\cancel{P}$ T QM.

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F_{ext}} \iff m\vec{a} = \vec{P}$
$\vec{a} = -g \cdot \vec{e_y} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} 0 \\ -g. \end{cases}$

EH $\vec{v}$ $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} \cdot \vec{e_x} + \frac{dv_y}{dt} \cdot \vec{e_y} = -g \cdot \vec{e_y}$

PS x : $\frac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \Rightarrow v_x(t) = v_x(t_A)$

$\boxed{v_x(t) = V_A \cdot \cos\beta}$.

PS y : $\frac{dv_y}{dt} \overset{a_y}{\equiv} -g$

Entre t_0 & t_f : $\int_{t_0}^{t_f} \frac{dv_y}{dt}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} -g\, dt$

$v_y(t_f) = v_y(t_0) - g(t_f - t_0)$

$t = t_f$, $t_0 = t_A$:

$\boxed{v_y(t) = V_A \cdot \sin\beta - g(t - t_A)}$

3 Bilan Forces Poids skieur

RRS ✓ CI à $t = t_A$; $x(t_A) = 0$, $z(t_A) = h$

$\vec{v}(t_A) = \vec{v_A} = V_A \cdot \cos\beta\, \vec{x} + V_A \cdot \sin\beta\, \vec{z}$

$\vec{P} = -mg \cdot \vec{e_z}$ $\exists$ RG, SV $\forall$ FA SM = D PT QM. PFD.

$\Sigma \vec{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{P} = \dots = m \cdot \vec{a} \iff -mg \cdot \vec{z} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} 0 \\ -g. \end{cases}$

EH $\vec{v}$: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \iff \int_{t_0}^{t_f} \vec{a}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} v_x(t) \cdot \vec{x} + v_z(t)\, \vec{z}\, dt$

Projec° sur x : $0 = [v_x(t)]_{t_0}^{t_f} \iff v_x(t) = v_x(t_A)$

Projec° sur z : $[-g(t)]_{t_0}^{t_f} = [v_z(t)]_{t_0}^{t_f} \iff v_z(t_f) - v_z(t_0) = -g(t_f - t_0)$

Pour $t = t_f$, $t_0 = t_A$; $\boxed{v_z(t) = v_z(t_A) - g(t - t_A).}$

EH posi° : $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \iff \int_{t_0}^{t_f} \vec{v}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} x(t) \cdot \vec{x} + z(t) \cdot \vec{z}$

$\iff \int_{t_0}^{t_f} v_x \cdot \vec{x} + v_z \cdot \vec{z} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} x(t) \cdot \vec{x} + z(t) \cdot \vec{z}$

Projec° svt x : $x(t_f) - x(t_A) = V_A \cdot \cos\beta(t_f - t_A) = [v_x(t_A)]_{t_A}^{t_f}$

$x(t) = V_A \cdot \cos\beta(t - t_A)$

Projec° svt z : $z(t_f) - z(t_A) = v_z(t_A) = [v_z(t_A) - g(t - t_A)]_{t_0}^{t_f}$

$z(t_f) - z(t_A) = [g t_A t - \frac{g t^2}{2} + V_A \cdot t \cdot \sin\beta]_{t_A}^{t_f}$

$z(t) = h + g(t_A(t - t_A)) - \frac{g}{2}(t^2 - t_A^2) + V_A \cdot \sin\beta(t - t_A)$

$\boxed{z(t) = h - \frac{g}{2}(t - t_A)^2 + V_A \sin\beta(t - t_A).}$

$(t-t_A) = \frac{x}{V_A \cdot \cos\beta} \Rightarrow z(x) = h + x\tan\beta - \frac{g}{2}\frac{x^2}{V_A^2\cos^2\beta}$

$z(x) = 0 \Leftrightarrow h + L\tan\beta - \frac{g}{2}\frac{L^2}{V_A^2\cos^2\beta} = 0$

$\Delta = \tan^2\beta + \frac{2hg}{V_A^2\cos^2\beta}$; $L_1 < 0$; $L_2 = \frac{V_A^2}{g}\left[\cos\beta\left(\sin^2\beta + \sqrt{\sin^2\beta + \frac{2gh}{V_A^2\cos^2\beta}}\right]\right.$

NB : La flèche $\Leftrightarrow$ à instant où la vitesse est nulle
Hauteur max $\Leftrightarrow$

72 $\vec{V_0} \left| \begin{array}{l} \vec{V_0}x = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{e_x} \\ \vec{V_0}y = V_0 \sin\alpha \cdot \vec{e_y} \end{array}\right.$ RRS ✓

$\left| \begin{array}{l} \vec{OM}(t) = x(t)\cdot\vec{e_x} + y(t)\cdot\vec{e_y} \\ \vec{V}(t) = V_x(t)\cdot\vec{e_x} + V_y(t)\cdot\vec{e_y} \end{array}\right.$

BF Force électriq : $\vec{F_e} = q\vec{E} = -e\vec{E} = -eE\cdot\vec{e_y}$

CI À $t=0$, $x(0)=0$ & $y(0)=0$.

PFD $\Rightarrow$: $\vec{a}\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \frac{-eE}{m} \end{array}\right.$.

EH $\vec{V}$ $\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} \Rightarrow [\vec{a}(t)]_{t_0}^{t_f} = \int_{t_0}^{t_f}\frac{d}{dt}(v_x\cdot\vec{e_x} + v_y\cdot\vec{e_y})$

Projec° sur x : $0 = [v_x(t)]_{t_0}^{t_f} = v_x(t_f) - v_x(t_0)$

$v_x(t_0) = v_x(t_f)$

$\Leftrightarrow \boxed{v_x(t) = v_0\cdot\cos\alpha}$

Projec° sur y : $\frac{-eE}{m}(t_f - t_0) = v_y(t_f) - v_y(t_0)$

$\boxed{V_y(t_f) = \frac{-eE}{m}t + v_0\cdot\sin\alpha.}$

EH $\vec{OM}$ $\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{OM} \Longleftrightarrow \int_{t_0}^{t_f}\vec{v}\,dt = \int_{t_0}^{t_f}\frac{d}{dt}(x(t)\cdot\vec{e_x} + y(t)\cdot\vec{e_y})$

Suivant x :

$V_x(t) = \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \int_{t_0}^{t_f} v_x(t)\,dt = \int_{t_0}^{t_f}\frac{dx}{dt}\,dt$

$\int_{t_0}^{t_f} V_0\cdot\cos\alpha\,dt = [x(t)]_{t_0}^{t_f} \Leftrightarrow x(t) = V_0\cdot\cos\alpha\, t$

Suivant y : ... $y(t) = \frac{-eEt^2}{2m} + V_0\cdot\sin\alpha\, t.$

$t = \frac{x}{V_0\cos\alpha} \Rightarrow y(x) = \frac{-eE}{2m}\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha.$

$y(\ell) = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{-eE}{2m}\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$

$\Leftrightarrow 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \sin 2\alpha = \frac{-eE\ell}{mv_0^2}$

$\Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{eE\ell}{mv_0^2}\right)$

$h = y(\ell) = \ell\tan\alpha - \frac{eE\ell}{2mv_0^2\cos^2\alpha}$

$\delta = |h(\alpha=0) - h(\alpha=\beta)| = \left|\frac{-eE\ell}{2mv_0^2} - \ell\tan\beta + \frac{\ell eE}{2mv_0^2\cos^2\beta}\right|$

$\delta = \left|\frac{eE\ell}{2mv_0^2}\left(\frac{1}{\cos^2\beta} - 1\right) - \ell\tan\beta\right).$

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 + x \tan\alpha + z_A$$

3) V_0 fixé, on cherche α tq traject^{x} passe ℓ (x_b, z_b)

$$z(x_b) = z_b = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x_b^2}{V_0^2 \cos^2\alpha}\right) + x_b \tan\alpha + z_A$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$$

$$z_b = \frac{-g x_b^2}{2V_0^2}(1 + \tan^2\alpha) + x_b \tan\alpha + z_A \qquad (Y = \tan\alpha)$$

$$0 = -g\frac{x_b^2}{2V_0^2} Y^2 + x_b Y + z_A - z_B - \frac{g x_b}{2V_0^2}$$

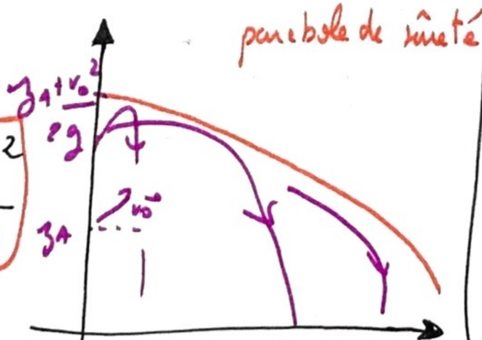
Solu° Y si $\Delta > 0$; $x_b^2 - 4\left(\frac{-g x_b^2}{2V_0^2} \times \left(z_A - z_B - \frac{g x_b^2}{2V_0^2}\right)\right) \geq 0$

$$x_b^2 + \frac{2g x_b^2}{V_0^2}\left[z_A - z_B - \frac{g x_b^2}{2V_0^2}\right] \geq 0$$

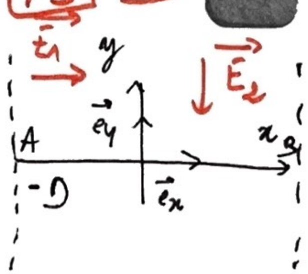
$$1 + \frac{2g}{V_0^2}\left[z_A - z_B - \frac{g x_b^2}{2V_0^2}\right] \geq 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{2g z_A}{V_0^2} \geq \frac{2g}{V_0^2}\left(z_B + \frac{g x_b^2}{2V_0^2}\right)$$

$$z_b + \frac{g x_b^2}{2V_0^2} \leq \frac{V_0^2}{2g} + z_A$$

$$\boxed{z_b \leq \frac{V_0^2}{2g} + z_A - \frac{g x_b^2}{2V_0^2}}$$



73 Déviation d'un proton



RRS Ref : Labo   RG Rep : $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y})$ VUC

Syst : M proton

CI $\vec{V}(0) = \vec{0}$; $\vec{OM}(0) = \vec{OA} = \begin{pmatrix} -D \\ 0 \end{pmatrix}$

BF $\vec{F_e} = q\vec{E_1} = qE_1 \cdot \vec{e_x}$ PFD SV FAJ ....

$$\vec{F_e} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow q\vec{E_1} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a_1} = \frac{qE_1}{m} \cdot \vec{e_x}$$

EH $\vec{v}$: $\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} \Leftrightarrow \int_{t_0}^{t'} \vec{a}\, dt = \int_{t_0}^{t'} \frac{d}{dt}\left[v_x \cdot \vec{e_x} + v_y \cdot \vec{e_y}\right] dt$

Projec° sur axe x : $[a_x(t)]_{t_0}^{t'} = [v_x(t)]_{t_0}^{t'}$

$$v_x(t') = a(t' - t_0) + v_x(t_0) = \frac{qE_1}{m}(t' - t_0) + v_x(t_0)$$

Qd $t' = t$, $t_0 = 0$; $v_x(t_0) = 0$ $\Rightarrow v_x(t) = \frac{qE_1 t}{m}$.

Projec° sur axe y : $0 = [v_y(t)]_{t_0}^{t'} \Rightarrow v_y(t') = v_y = 0$.

EH $\vec{OM}$: $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Leftrightarrow \int_{t_0}^{t'} \vec{v}\, dt = \int_{t_0}^{t'} \frac{d}{dt}\left[x(t) \cdot \vec{e_x} + y(t) \cdot \vec{e_y}\right] dt$

Suivant x : $[x(t)]_{t_0}^{t'} = \left[\frac{qE_1}{2m} t^2\right]_{t_0}^{t'} \Leftrightarrow x(t') = \frac{qE_1}{2m}(t'^2 - t_0^2) + x(t_0)$

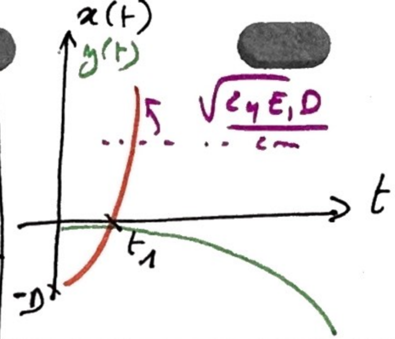
Qd ...... $x(t) = \frac{qE_1}{2m} t^2 - D$

Suivant y : $y(t') = y(t_0)$

Mvt entre $x=0$ & $x=L$ $\vec{E_2}=-E_2\cdot\vec{e_y}$

RRS CI À $t=t_1$ $\left\{\begin{array}{l} M=O \\ \vec{v}(t_1)=\vec{v_0}=v_0\cdot\vec{e_x}\end{array}\right.$ BF

$$\vec{a_2}=\frac{-qE_2}{m}\cdot\vec{e_y}$$



EH $\vec{v}$ | Svt x $v_x(t)=\sqrt{\frac{2qE_1D}{m}}$ Svt y $v_y(t_f)=\frac{-qE_2 t_f}{m}+v_y(t_0)$

À $t=t_f$, $t_0=t_1$ $v_y(t)=\frac{-qE_2(t-t_1)}{m}$

$$\vec{V_2}(t)=\sqrt{\frac{2qE_1D}{m}}\cdot\vec{e_x}-\frac{qE_2}{m}(t-t_1)\cdot\vec{e_y}$$

EH $\vec{OM}$ | $\vec{v}=\frac{d\vec{OM}}{dt}$ Svt x $\frac{d}{dt}x(t)=V_x(t)=\sqrt{\frac{2qE_1D}{m}}$

$$x(t)=\sqrt{\frac{2qE_1D}{m}}(t-t_1)$$

Svt y $y(t_f)-y(t_0)=-\frac{qE_2}{m}\int_{t_0}^{t_f}(t-t_1)\,dt=\frac{-qE_2}{m}\left[\frac{(t-t_1)^2}{2}\right]_{t_0}^{t_f}$

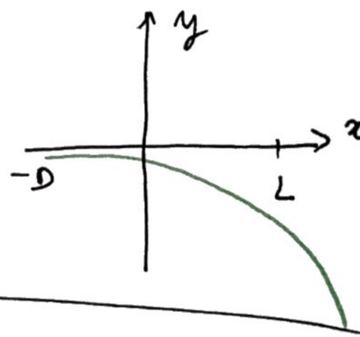
$=\frac{-qE_2}{m}\left(\frac{(t_f-t_1)^2}{2}-\frac{(t_0-t_1)^2}{2}\right)$

À $t_f=t$; $t_0=t_1$: $y(t)=y(t_1)-\frac{qE_2}{m}\frac{(t-t_1)^2}{2}$

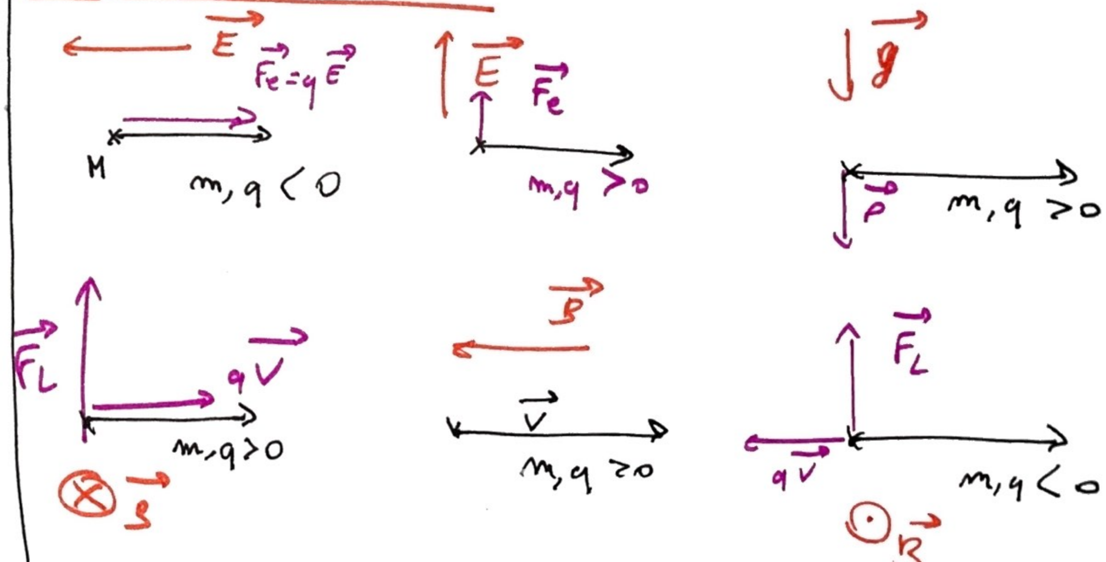
$$\boxed{y(t)=\frac{-qE_2}{2m}(t-t_1)^2}$$

⑤ $x(t)=\sqrt{\frac{2qE_1D}{m}}(t-t_1)\Rightarrow t-t_1=x\sqrt{\frac{m}{2qE_1D}}$

$$y(x)=\frac{-qE_2}{2m}\frac{x^2m}{2qE_1D}=-\frac{x^2}{4D}\frac{E_2}{E_1}$$



8) Force de Lorentz



$\vec{F_L}=q\vec{v}\wedge\vec{B}\Rightarrow\vec{F_L}\perp q\vec{v}$ et $\vec{B}$

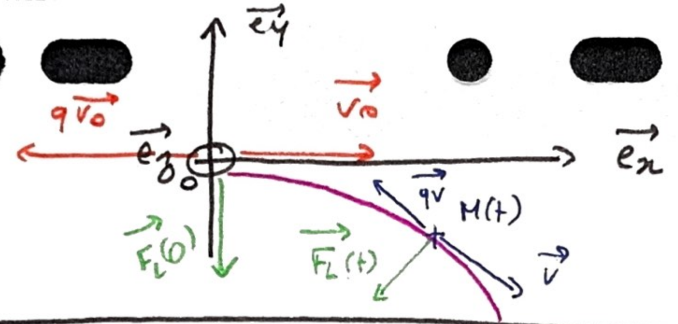
tq $(q\vec{v},\vec{B},\vec{F_L})$ direct

88

$\vec{V_0} = V_0 \cdot \vec{e_x}$

$\vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

$\vec{B} = -B\,\vec{e_z}$



$q = -e < 0$

I RRS CI $\vec{OM}(0) = \vec{0}$ et $\vec{v}(0) = v_0 \cdot \vec{e_x}$

BE $\vec{F_L} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

1) À $t=0$, $\vec{F_L} = q\vec{V_0} \wedge \vec{B} = -q \cdot V_0 \cdot B \cdot \vec{e_y}$

À t qq, $\vec{F_L} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

2) PFD $m\vec{a} = \vec{F_L} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}}$

3) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R_c}\vec{N}$

4) $\vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a_T} = \frac{dv}{dt}\vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow$ mvt uniforme

$\|\vec{v}\|$: cte

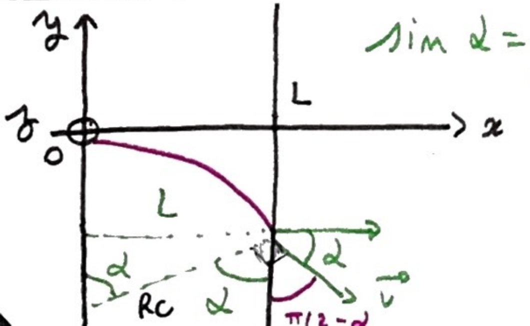
5) $\|\vec{a}\| = \frac{|q|}{m}\|\vec{v}\| . \|\vec{B}\| . |\sin(\widehat{\vec{v}, \vec{B}})|$ où $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \sin = 1$

$\|\vec{a}\| = \frac{|q|}{m} v_0 . B = cte = \|\vec{a_N}\| = \frac{v^2}{R_c} = \frac{v_0^2}{R}$ | $R = \frac{m v_0}{|q| B} = cte$

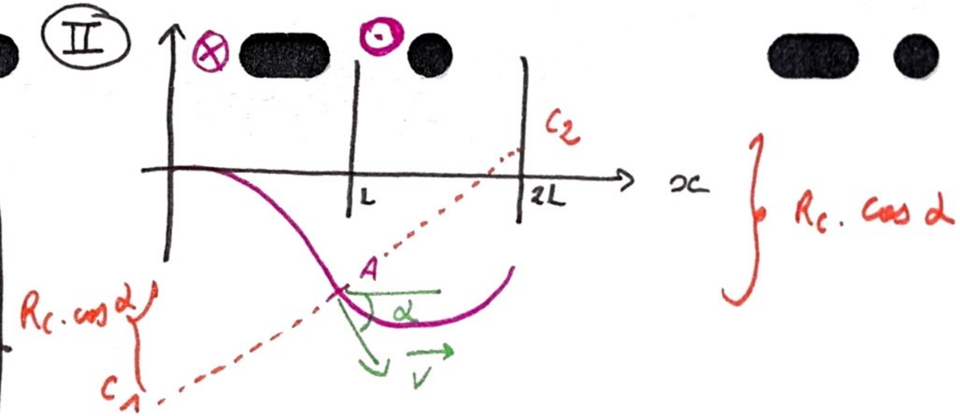
mvt circulaire

7) $R_c > L \Leftrightarrow \frac{m V_0}{|q| B} > L \Leftrightarrow V_0 > \frac{|q|\, B . L}{m}$ } Conditions pr e⁻ rentre ds 2° zone

$\sin\alpha = \frac{L}{R_c}$



II



$0 < x < L$: $R_c = \frac{m v_0}{|q| B}$ } $L < x < 2L$: $R_c = \frac{m v_0}{|q| B}$

$C_2(2L,\ 2R_c(\cos\alpha - 1))$

Ch. 4 : Pression

4.1. Du solide au fluide

- Milieu continu : pptés évoluent continûment.

Fluide : continu & déformable q pt s'écouler.

- 4.1.2. Échelle considérée :

- À ∃ microscopiq : fluide : ens discret de particules en intrc°.
- Étude fluide est faite ∃ mésoscopiq (considérant 1 part de fluide)

Particule de fluide : ens composé grd nbr particules discrètes, MS de OiM faible devant extens° de fluide. (pf ordre µm)

Pptés MECA pf st moyennes pptés microscopiques.

$$\vec{V}_{pf}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\vec{v_i}(t)$$

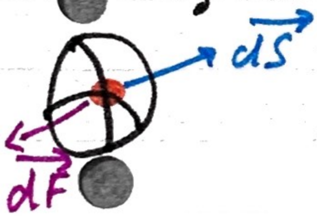
- 4.1.3. Forces de Pression

- Ac°s extérieures subies p pf : forces volumiqs (longue porté) f. surfaciqs (contact p.

Forces surfaciqs :

$$\boxed{d\vec{F_S} = -p.\vec{dS}}$$

- $d\vec{F_S}$: ac° milieu ext s pf ; p : pression ; $\vec{dS}$: vecteur surface élément^re orienté vers ext PF.



$\vec{dS} \perp$ surface & $\vec{dS}$ ext à pf & $\|\vec{dS}\| = dS$ aire surface élémentaire

- Applicat° :  $2{,}5.10^6$ Pa &  0,25 MPa.

Pression induite sur sol

1.2. Statique des fluides

(incompressible : ρ cte
non-visqueux : $\emptyset$ résista écl^t fld en mvt
parfait : viscosité & $\not k$ th. ds fde)

Loi de l'hydrostatique

détail

DM équilibre $\vec{F_S} + \vec{F_V} = \vec{0}$; $F_{S_x} = -dx\,dy\,dz\,\dfrac{\partial P}{\partial x}$ de m̂ pr F_{S_y} & F_{S_z}.

$$\vec{F_S} = -dx\,dy\,dz\left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial x}\cdot\vec{e_x} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial y}\cdot\vec{e_y} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial z}\cdot\vec{e_z}\right)$$

$$\boxed{\vec{F_S} = -dV\cdot\vec{\nabla}P}$$

$$\boxed{\vec{F_V} = m_{(pf)}\,\vec{g} = \rho_{(pf)}\cdot dV\cdot\vec{g}}$$

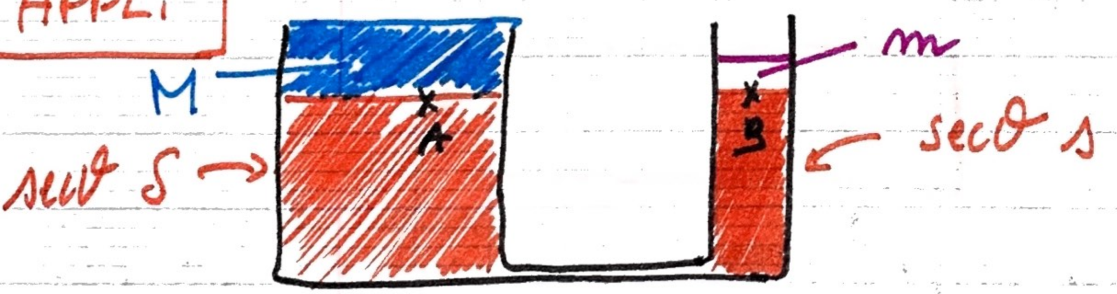
si $\vec{F}$ volumiq est force pesanteur

Équilibre $\vec{F_S} + \vec{F_V} = \vec{0} \Rightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla}P = \rho\cdot\vec{g}}$ Loi hydrostatiq

$\Rightarrow$ La pression varie ds direct$^\theta$ de $\vec{g}$. ⚠ Ds un m̂ fluide.

$\Rightarrow$ 2 points ayant m̂ altitude ont m̂ pression.

APPLi



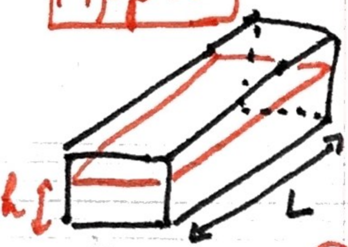
M et m st tq équilibre inchangé.

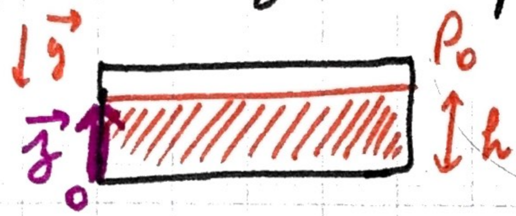
A et B : m̂ altitude : $\vec{P_A} = \vec{P_B}$ où $P_A = P_0 + \dfrac{M}{S}$ & $P_B = P_0 + \dfrac{m}{s}$

Equilibre : $\boxed{\dfrac{M}{S} = \dfrac{m}{s}}$

$10\,T / 1\,m^2 \Leftrightarrow 1\,kg / 1\,cm^2$ P_0 : pression atmosphériq.

Appli @ Appli calcul forces de prSt sr paroie aquariam.





① Déterminer Pression à profondeur z.

$$\boxed{\vec{\nabla} P = \rho . \vec{g}} \iff \vec{g} = -g . \vec{e_z} \ \& \ \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \ \& \ \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

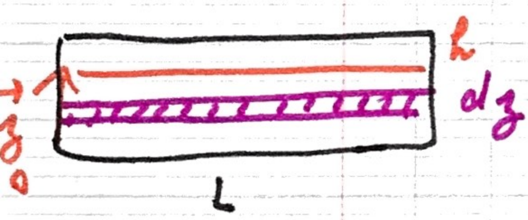
$$\frac{\partial P(x,y,z)}{\partial z} = -\rho . g \Rightarrow \frac{d P(z)}{dz} = -\rho g .$$

$$\int_h^z \frac{d P(z)}{dz} dz = \int_h^z -\rho_z \, dz \Rightarrow P(z) - P(h) = -\rho g (z - h)$$

$$P(z) = P_0 + \rho g (h - z)$$

---

② Déterminer Résultante forces de Pression.



$$d\vec{F} = L . dz . \vec{e_z} \ ; \ d\vec{F}_{P/f} = -P(z) \, \vec{dS}$$

$$d\vec{F}_{fluide/paroie} = -d\vec{F}_{paroie/fluide} = + P(z) \, \vec{dS}$$

$$\vec{F}_{f/p} = \int_0^h P(z) . L . dz . \vec{e_x} = \int_0^h [P_0 + \rho g (h - z)] L \, dz . \vec{e_x}$$

$$\vec{F}_{f/p} = \int_0^h [P_0 + \rho g h] L \, dz . \vec{e_x} + \int_0^h -\rho . g z L \, dz . \vec{e_x}$$

$$\vec{F}_{f/p} = h L P_0 + \rho g h^2 L - \rho g \frac{h^2}{2} L = h L . P_0 + \frac{1}{2} \rho . g h^2 L$$

$$\vec{F}_{f/p} = P_0 h L + \frac{h}{2} \rho g h L = h L \left(P_0 + \frac{h}{2} \rho g \right).$$

DS 1. Phys

Onde transversale : ⓞ dt la perturbaθ est ds le plan perpendiculaire à la direction de propagaθ de l'onde.

Onde longitudinale : ⓞ dt dt la perturbaθ est colinéaire à la direcθ de propagaθ de l'onde.

Période temporelle : Plus petite durée T tq $\forall t, z$, $\Psi(z,t) = \Psi(z, t+T)$; son unité t celle du tps (s).

Cause possible déformaθ ⓞ lors de sa propagaθ :

@ **A**tténuaθ : liée perte E ; ds cas ⓞ matérielle, tjrs perte E au cours de sa propagaθ. Cette E → chaleur.

@ **D**iffracθ : onde 2D ou 3D se déforme à cause propagθ.

@ **D**ispersθ : liée dépendance ds vitesse de fréqce. ∀ ⓞ décomposable en Σ onde monoXchromatiq, chacune d'entre elles se propagent à vitesses ≠ ⇒ déformaθ.

- Si norme vitesse est cte alors $\vec{a} . \vec{v}$
- Si $\|\vec{a}\|$ est cte & non nul alors à tt instant $\vec{a} \perp \vec{v}$ & le mvt circulaire uniforme.

(1) Ex 1 Analyse d'une onde

→ émetteur en O, selon (Oz), point M à instant.

$\Psi(z,t) = A.\cos(-B(z-vt))$

Surface onde : Ens points de l'espace où, instant t donné, l'onde à m̂ phase.

Forme surfaces onde : Ens points tq instant t donné, $-B(z-vt) =$ cte ; dc $-Bz + Bvt =$ cte ; $Bv =$ cte.
Ens points ayant à instant t, m̂ phase st dc l'ens des points ayant m̂ coordonnée "z", ils constituent plan ⊥ (Oz) & passant par z.

Type onde : $\Psi(z,t) = \Psi(z-vt, 0)$; elle est dc progressive, sa dépendance temporelle est sinusoïdale & SO st plans ; c'est une onde plane monochromatiq.

Phase onde : $-B(z-vt) = Bvt - Bz$.
A est l'amplitude de l'onde & B la norme du vecteur onde.

•) Ns avons $\Psi(z,t) = \Psi(z-vt, 0)$; v représente vitesse de propagaθ & ĉ v est positif, onde se propage ds (Oz).

$\Psi(z,0) = A.\cos(-\beta z)$

$\Psi(z,0) = 0$ si $\cos(-\beta z) = 0$ dc $-\beta z = \frac{\pi}{2} \pm k2\pi$

Dc $z = \frac{-\pi}{2\beta} \pm \frac{k2\pi}{\beta}$

$\Psi(z,0) = 0$ si $\cos(-\beta z) = 0$ dc $-\beta z = \frac{-\pi}{2} \pm k2\pi$

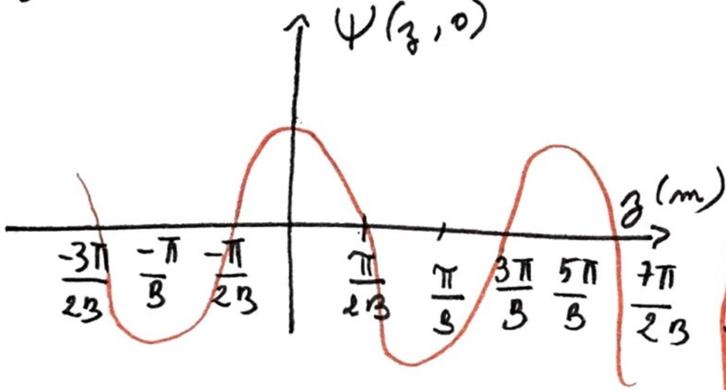
Dc $z = \frac{\pi}{2\beta} \pm \frac{k2\pi}{\beta}$

$\Psi(z,0) = A$ si $\cos(-\beta z) = 1$, dc $-\beta z = 0 \pm k2\pi$

dc $z = \pm \frac{k2\pi}{\beta}$

$\Psi(z,0) = 0$ si $\cos(-\beta z) = -1$, dc $-\beta z = \pi \pm k2\pi$

Dc $z = \frac{\pi}{\beta} \pm \frac{k2\pi}{\beta}$



$\boxed{\Psi(z,t_1)}$ $t_1 = \frac{\pi}{\beta v}$ par rapport à $\Psi(z,0)$

$\rightarrow \Psi(z,t_1) = 0$ si $\cos\left(-\beta z + \beta v \frac{\pi}{\beta v}\right) = \cos(-\beta z + \pi) = 0$

Dc si $-\beta z + \pi = \frac{\pi}{2} \pm k2\pi$, dc $z = \frac{\pi}{2\beta} \pm \frac{k2\pi}{\beta}$

$\rightarrow \Psi(z,t_1) = 0$ si $\cos(-\beta z + \pi) = 0$

Dc si $-\beta z + \pi = -\frac{\pi}{2} \pm k2\pi$ dc $z = \frac{3\pi}{2\beta} \pm \frac{k2\pi}{\beta}$

$\Psi(z,t_1) = A$ si $\cos(-\beta z + \pi) = 1$, dc si $-\beta z + \pi = 0 \pm k2\pi$

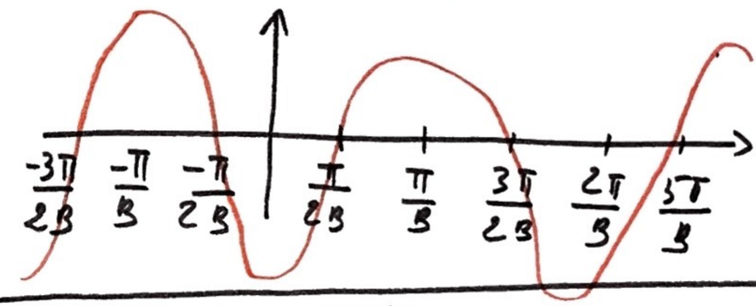
$z = \frac{\pi}{\beta} \pm \frac{k2\pi}{\beta}$

$\Psi(z,t_1) = 0$ si $\cos(-\beta z + \pi) = -1$, dc si $-\beta z + \pi = \pi \pm 2k\pi$

$z = \frac{3\pi}{\beta} \pm \frac{k2\pi}{\beta}$

$\rightarrow \Psi(z,t_1) = A\cos\left(-\beta z + \beta v \frac{\pi}{\beta v}\right) = A\cos(-\beta z + \pi)$

$\Psi(z,t_1) = -A\cos(-\beta z) = -\Psi(z,0)$



$\Psi(z,t) = \Psi(z,t+T)$ dc $A\cos(-\beta(z-vt)) = A\cos(-\beta(z-v(t+T)))$

$\Rightarrow -\beta(z-vt) \pm k2\pi = -\beta(z - v(t+T))$

$\Rightarrow 2\pi = \beta v T \quad \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\beta v}$

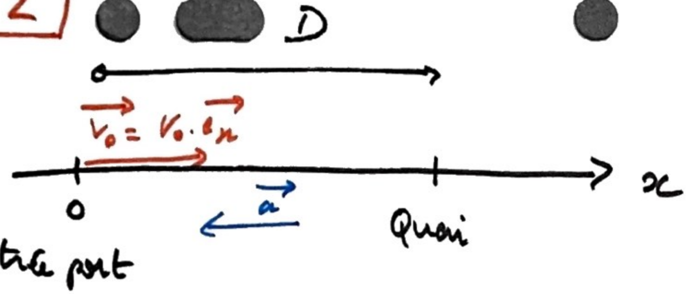
$\Psi(z+\lambda, t) = \Psi(z,t)$ dc $A.\cos(-\beta(z+\lambda-vt)) = A\cos(-\beta(z-vt))$

$\Rightarrow -\beta(z+\lambda-vt) \pm 2k\pi = -\beta(z-vt)$.

$\Rightarrow -\beta\lambda + 2\pi = 0 \quad \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$.

Deux signx st en phase qd leur phases sont égales [2π], cela se produit qd émetteur & récepteur st distants de $n\lambda$, dc $D = n\lambda$.

Ex 2



RRS

$\vec{OM}(t) = x(t).\vec{e_x}$

CI : $t_0 = 0s$; $x(0) = 0$; $\vec v(t=0) = \vec{v_0} = v_0.\vec{e_x}$

$\vec v(t)$ lors freinage.

$$\int_{ti}^{tf} \frac{d\vec v}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} \vec a \, dt$$

Projetant selon $\vec{e_x}$: $\int_{ti}^{tf} \frac{d\vec v.\vec{e_x}}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} \vec a.\vec{e_x} \, dt$

$$\int_{ti}^{tf} \frac{dv_x}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} -a \, dt = -a \int_{ti}^{tf} dt$$

$\Rightarrow v(tf) - v(ti) = -a(tf - ti)$.

$\Rightarrow \vec v(t) = (v_0 - at).\vec{e_x} = \vec{v_0} + \vec a t$.

$x(t)$ lors freinage $\int_{ti}^{tf} \frac{d\vec{OM}}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} \vec v \, dt$

Proj $\vec{e_x}$: $\int_{ti}^{tf} \frac{d\vec{OM}.\vec{e_x}}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} \vec v.\vec{e_x} \, dt$

$$\int_{ti}^{tf} \frac{dx}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} v(t)\,dt = \int_{ti}^{tf} v_0 \, dt - \int_{ti}^{tf} at \, dt$$

$v(tf) - v(ti) = v_0(tf - ti) - a\left(\frac{1}{2}tf^2 - \frac{1}{2}ti^2\right)$

à $t_i = t_0 = 0$; $tf = t$

$$x(t) = v_0.t - \frac{1}{2}at^2$$

Bateau s'arrête à t_a tq $\vec v(t_a) = (v_0 - at_a) = 0$

$\Rightarrow t_a = \frac{v_0}{a}$ d'où $d = x(t_a) = v_0 t_a - \frac{1}{2}at_a^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$

AN : $d = \frac{1}{2} \cdot \frac{1^2}{0,0125} = 40\,m$ $d < D$ dc bateau s'arrête $\frac{1}{2}$ port

Condit° réussite accostage : si décél.° reste inchangée

↳ bateau dt commencer à ralentir à 40m du quai.

b) Doit commencer à ralentir 10 m après ê rentré ds port, il parcourt dist a à vitesse v_0 : $\frac{10}{1} = 10\,s$ pr parcourir distce.

$\vec v(t)$ & $x(t)$ dst freinage : origine bateau rentre ds port.

→ $v(tf) - v(ti) = -a(tf - ti)$

→ commence à ralentir à $t_1 = 10\,s$; à t_1 : vitesse $\vec{v_0}$;

D'où $v(t) = v_0 - a(t - t_1) \Rightarrow \vec v(t) = \vec{v_0} + \vec a(t - t_1)$

$$\int_{ti}^{tf} \frac{d\vec{OM}.\vec{e_x}}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} \vec v.\vec{e_x} \, dt$$

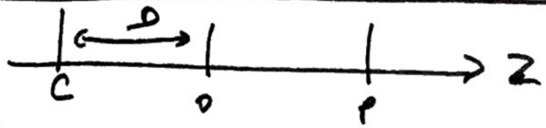
$$\int_{ti}^{tf} \frac{dx}{dt}dt = \int_{ti}^{tf} v(t)\,dt = \int_{ti}^{tf} v_0 \, dt - \int_{ti}^{tf} a(t - t_1)\,dt$$

$x(tf) - x(ti) = v_0(tf - ti) - a\left(\frac{1}{2}(tf - ti)^2 - \frac{1}{2}(t_i - t_1)^2\right)$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_1) - \frac{1}{2}a(t - t_1)^2$$

3) Si ralenti dès entrée port, valeur décélérat° pr bat° arrive ac v nulle à quai ; en supposant décélérat° uniforme ? $D = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} \Rightarrow a = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{D} = 0{,}01\ m.s^{-2}$

$\boxed{\text{Ex 3}}$



1) $S_1(t) = \Psi_1(0,t)$; tps retardé ⓞ émise en $z=0$,

$\Psi_1(z_P,t) = \Psi_1(0, t - \frac{z_P}{v}) = S_1(t - \frac{z_P}{v})$

2) Chant vers choeur ; $R_1(t)$? Sens opposé à axe (Oz)

$R_1(t) = \Psi_1(z_C,t) = \Psi_1(0, t+\frac{z_C}{v}) = S_1(t+\frac{z_C}{v}) = S_1(t-\frac{D}{v})$

→ le choeur se met à chanter $\frac{D}{v}$ secondes aps cantatrice.

3) chant chœur $\Psi_2(z_C,t) = S_2(t)$

→ Tps retardé entre 0 et z_C → sens ds axe (Oz)

$\Psi_2(z_C,t) = \Psi_2(0, t-\frac{z_C}{v}) = \Psi_2(0, t-(\frac{-D}{v})) = \Psi_2(0, t+\frac{D}{v})$

Vrai pr tt instant & aussi $t - \frac{D}{v}$

$\Psi_2(z_C, (t-\frac{D}{v})) = \Psi_2(0, (t-\frac{D}{v})+\frac{D}{v}) = \Psi_2(0,t)$

4) $P_2(t) = \Psi_2(z_P,t)$ entendu par public.

$P_2(t) = \Psi_2(z_P,t) = \Psi_2(0, t-\frac{z_P}{v}) = \Psi_2(z_C, (t-\frac{z_P}{v})-\frac{D}{v})$

$P_2(t) = \Psi_2(z_C, t - \frac{z_P}{v} - \frac{D}{v})$.

Public entend choeur $\frac{z_P}{v}+\frac{D}{v}$ après choeur a chanté, soit $\frac{z_P}{v}+\frac{D}{v}+\frac{D}{v} = \frac{z_P+2D}{v}$ après cantatrice a chanté.

Dc décalage $\Delta t = \frac{z_P}{v}+\frac{2D}{v}-\frac{z_P}{v} = \frac{2D}{v}$

(le public entend chant cantatrice z_P/v après cantatrice l'a chanté)

5) Décalage temporel $= \frac{1}{13}$ s = EFFET ECHO.

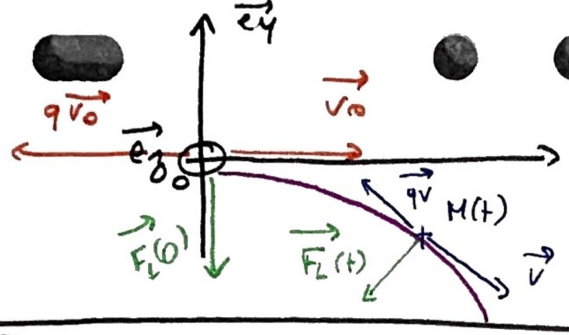
$\Delta t = \frac{2D}{v} = \frac{2.15}{300} = \frac{1}{10} > \frac{1}{13}$ s ⇒ Dc effet echo.

6) Décalage entendu p public ⟺ chant cantatrice & choeur ?

cheffe orchestre : choeur & cantatrice en m̃ tps.

$\Delta t = \frac{z_P}{v}+\frac{D}{v}-\frac{z_P}{v} = \frac{D}{v} = \frac{15}{200} = \frac{1}{20} < \frac{1}{13}$: ∅ effet écho.

88



$\vec{v_0} = v_0 . \vec{e_x}$

$\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{B} = -B\,\vec{e_z}$

$q = -e < 0$

I RRS CI $\vec{OM}(0) = \vec{0}$ et $\vec{v}(0) = v_0 . \vec{e_x}$

BF $\vec{F_L} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

1) À $t=0$, $\vec{F_L} = q\vec{v_0} \wedge \vec{B} = -q . v_0 . B . \vec{e_y}$

À t qq, $\vec{F_L} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

2) $\boxed{\text{PFD}}$ $m\vec{a} = \vec{F_L} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}}$

3) $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R_c}\vec{N}$

4) $\vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a}_T = \frac{dv}{dt}\vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow$ mvt uniforme

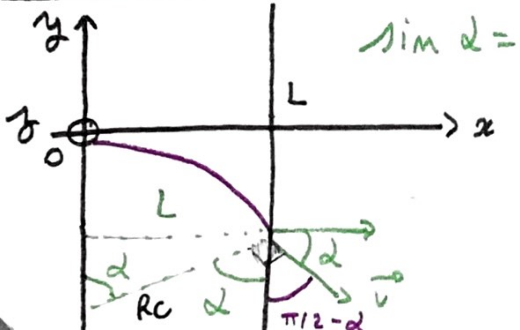
$\|\vec{v}\|$: cte

5) $\|\vec{a}\| = \frac{|q|}{m}\|\vec{v}\| . \|\vec{B}\| . |\sin(\widehat{\vec{v}, \vec{B}})|$ où $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \sin = 1$

$\|\vec{a}\| = \frac{|q|}{m} v_0 . B = \text{cte} = \|\vec{a}_N\| = \frac{v^2}{R_c} = \frac{v_0^2}{R}$ | $R = \frac{m v_0}{|q|\, B} = \text{cte}$

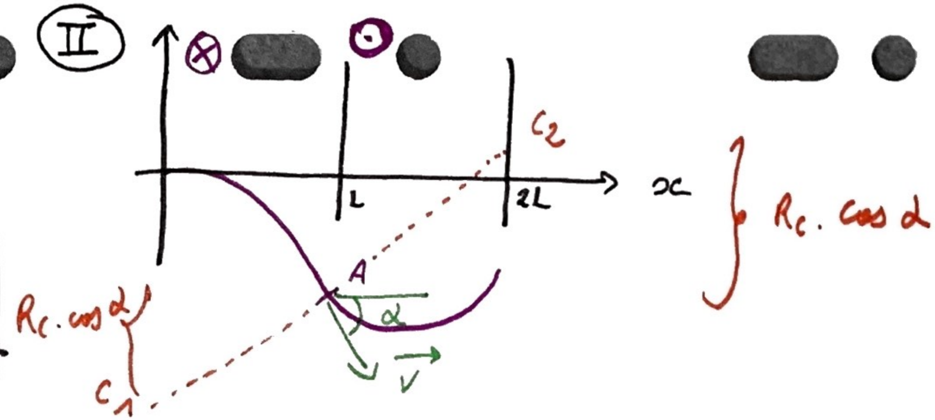
mvt circulaire

7) $R_c > L \iff \frac{m v_0}{|q|\, B} > L \iff v_0 > \frac{|q|\, B . L}{m}$ } Condition pr e^- rentre ds 2° zone



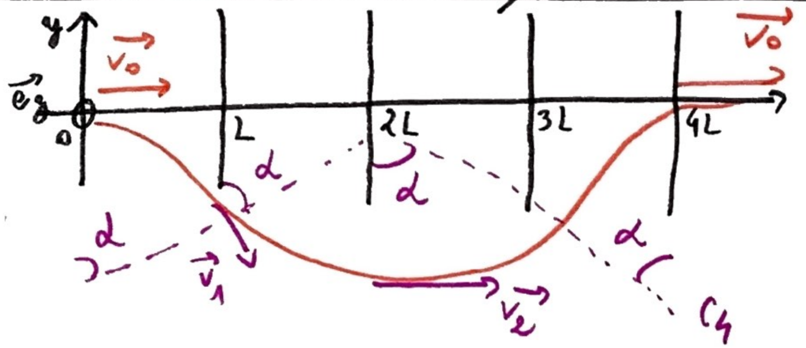
$\sin \alpha = \frac{L}{R_c}$

II



$0 < x < L$: $R_c = \frac{m v_0}{|q|\, B}$ | $L < x < 2L$: $R_c = \frac{m\, v_0}{|q|\, B}$

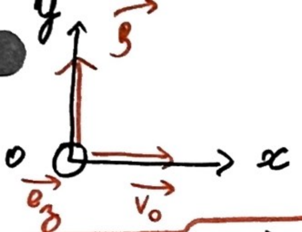
$C_2\,(2L,\; 2R_c(\cos\alpha - 1))$



résultat ne dépend pas de v_0

$R_c = \frac{m . v_0}{|q| . B}$

RRS

2) 

BF $\vec{F_L} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

$m\vec{a} = \vec{F_L} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{V} \wedge \vec{B}}$

1) $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{V} \wedge \vec{B} = \vec{0}$ car $\vec{V}$ est colinéR de $\vec{B}$.

2) $\vec{a} = \frac{q}{m} \begin{pmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{q}{m} v_0 . B . \vec{e_z}$

3) $\vec{a} = \frac{q}{m} v_0 . B . \vec{e_z}$ $\quad \vec{V} = v_0 . \vec{e_x} + v_0 . \vec{e_y}$ $\quad \vec{B} = B_0 . \vec{e_y} + B_0 . \vec{e_z}$ $\quad \| \vec{v} \|^2 = v_0^2 + v_0^2 = 2 v_0^2$ $\quad \| \vec{v} \| = \sqrt{2} . v_0$

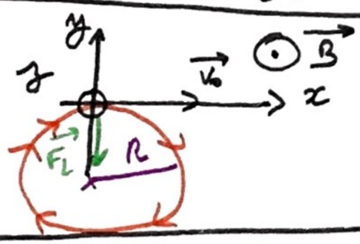
$\vec{a} = \frac{q}{m} \begin{pmatrix} V_0 \\ V_0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ B_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \frac{q V_0 B_0}{m} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{q v_0 B_0}{m} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

4) 

$\vec{V} = v . \cos\theta . \vec{e_x} + v . \sin\theta . \vec{e_y}$

$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{V} \wedge \vec{B} = \frac{q}{m} v (\cos\theta \vec{e_x} + \sin\theta \vec{e_y}) \wedge (B_0 . \vec{e_y})$

$\vec{a} = \frac{q v B_0}{m} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ B_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \cos\theta . B_0 . \vec{e_z}$



(*)

NB : $\vec{A} \wedge \vec{B} \perp \vec{A}$ et $\vec{B}$

NB : $\vec{N}$: à intérieur trajectoire. (détailler $\vec{T}$ $\vec{N}$)

$\vec{B} \perp \vec{V_0}$

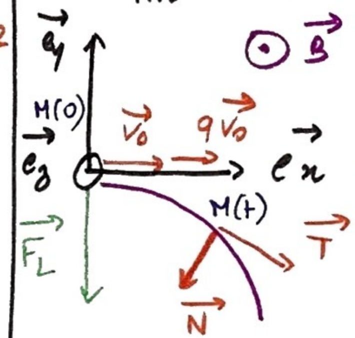
RRS CI : en O, à $t=0$; $\vec{OM}(t=0) = \vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{F_L} = q\vec{E} + q\vec{V} \wedge \vec{B}$ ici $\vec{F_L} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{dv(t)}{dt} \vec{T}(t) + \frac{v^2(t)}{R} . \vec{N}(t)}$ BF $\vec{F_L}$.

PFD $\Rightarrow \vec{F_L} = m . \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v_0} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} = \frac{q}{m} v_0 . \vec{e_x} \wedge B . \vec{e_z} = \frac{q v_0 B}{m} . -\vec{e_y}$ $\quad$ x, y, z



$\vec{V} = \| \vec{V} \| . \vec{T}$ & $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{R_C} \vec{N}$

$\vec{a_T} \overset{?}{=} \vec{0}$ $\quad \vec{a} \perp \vec{v} = v\vec{T} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{T}$

. $\vec{a_T} = \frac{dv}{dt} \vec{T} = \vec{0} \iff \frac{dv}{dt} = 0 \iff \| \vec{V} \| = cte$

$\Rightarrow$ mvt uniforme

$\vec{a} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{e_z} \Rightarrow \vec{a} . \vec{e_z} = a_z = 0$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$; Svt (O_z) $\frac{d\vec{v}}{dt} . \vec{e_z} = \vec{a} . \vec{e_z} \Rightarrow \frac{dv_z}{dt} = a_z = 0$

$\int_{t_0}^{t_f} \frac{dv_z}{dt} dt - v_z(t_f) - v_z(t_0) = 0$ $\quad t_f = t$, $t_0 = 0$ $\quad v_z(t) = v_z(0) = 0$

$\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \frac{dz}{dt} = v_z = 0$ $\quad \forall t, z(t) = z(0) = 0 \Rightarrow$ mvt ds plan (Oxy)

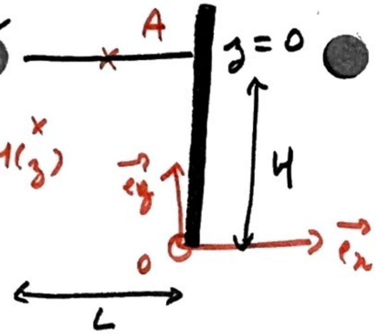
$\|\vec{a}\|$ cte ? $\quad \| \vec{a} \| = \frac{q}{m} \| \vec{v} \| \| \vec{B} \| . \underbrace{\sin(\vec{v}, \vec{B})}_{1 \text{ car } \vec{v} \perp \vec{B}} = \frac{q}{m} v B = \frac{q v_0 B}{m} = cte$

$R_c(t)$ cte ? $\quad \| \vec{a} \| = \frac{v^2}{R_c} = \frac{q v_0 B}{m} \iff R_c = \frac{m v_0}{q B} = cte \Rightarrow$ mvt circulR

(*)

9.6

Fluide au repos
RG : soumis uniqt chp de pesanteur.

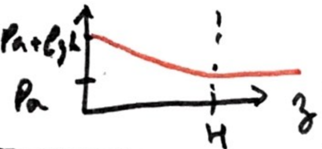


LOH du fluide à l'équilibre de densité ρ soumis pesanteur
$\vec{\nabla} P = \rho \vec{g}$

$$\frac{d\vec{P}}{dz} = \rho \cdot -g(+\vec{e_z})$$ RRS ✓

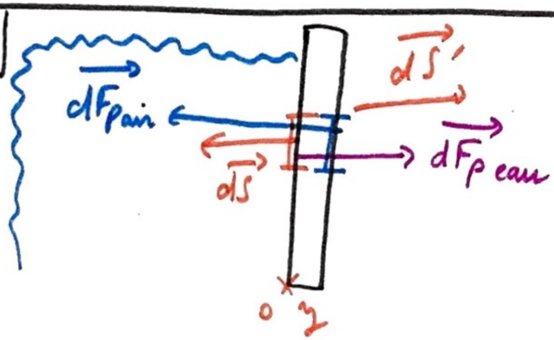
$$\frac{dP}{dz} = -\rho \cdot g \iff \int_{z_M}^{z_A} \frac{dP}{dz} dz = -\int_{z_M}^{z_A} \rho g \cdot dz$$

$$P(z) - P(H) = -\rho g \int_H^z dz \iff P(z) = P_a + \rho g (H-z)$$



Premier cas

Pa



$$\vec{dS} = dz.L.(-\vec{e_x})$$
$$\vec{dS} = -L.dz.\vec{e_x}$$

$$\vec{dF_{eau}} = -P(z)\vec{dS} = P(z) L\, dz.\vec{e_x}$$

c) $\vec{dS} = -L\, dz.\vec{e_x} = L\, dz$

$$\vec{dF_{pair}} = -P_a.\vec{dS'} = -P_a.L.dz.\vec{e_x}$$
$$\vec{dF_{pair}} = -P_a.L.dz.\vec{e_x}$$

Résultante : $\vec{dF} = \vec{dF_{peau}} + \vec{dF_{pair}}$

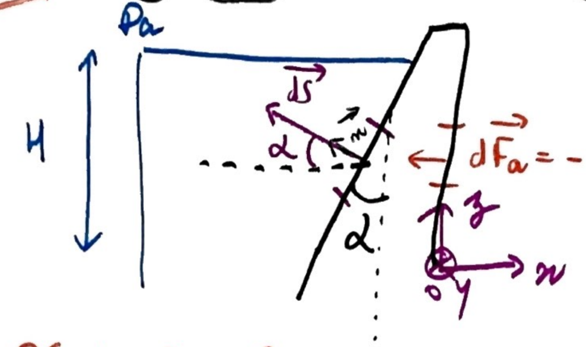
$$\vec{dF} = P(z)L.dz.\vec{e_x} - P_a L\, dz.\vec{e_x}$$
$$\vec{dF} = (P(z) - P(a))L.dz.\vec{e_x}$$
$$\vec{dF} = \rho g (H-z).L.dz.\vec{e_x}$$

$$\vec{F} = \int_0^H \vec{dF} = \left(\int_0^H \rho g (H-z) L.dz\right).\vec{e_x}$$
$$\vec{F} = \left(\int_0^H L \rho g H\, dz - \int_0^H \rho g L.z.dz\right).\vec{e_x}$$
$$\vec{F} = \left(L.\rho g H^2 - \rho g L \int_0^H z\, dz\right)\vec{e_x}$$
$$\vec{F} = \left(L.\rho.g H^2 - \rho g L.\frac{1}{2}H^2\right)\vec{e_x} = \frac{1}{2}\rho g H^2.L.\vec{e_x}$$

$$\|\vec{F}\| = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 10 \times 100^2 \times 500 = 10^{10}\ N.$$

S2 Deuxième cas : barrage incliné

R : terrest, RG   R : $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$

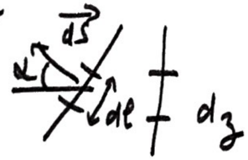


$\vec{dF_a} = -P_a . dz . \vec{e_x}$

$P(z) = P_0 + \rho g (H-z)$ & $\vec{n} = -\cos\alpha . \vec{e_x} + \sin\alpha \, \vec{e_y}$

$\vec{F_T} = \vec{F_{eau}} + \vec{F_{air}}$ où $\vec{F_{eau}} = \int_0^H d\vec{F_e}$

- $d\vec{F_e} = -P(z) . d\vec{S} = -P(z) . \dfrac{L \, dz}{\cos\alpha} . \vec{n}$
- $d\vec{S} = dS . \vec{n}$ & $dS = L . dl$



- $dl = \dfrac{dz}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{dS = \dfrac{L . dz}{\cos\alpha}}$
- $d\vec{F_e} = \dfrac{-P(z) L . dz}{\cos\alpha} (-\cos\alpha . \vec{e_x} + \sin\alpha . \vec{e_z})$

$d\vec{F_e} = P(z) . L . dz . \vec{e_x} - P(z) L \tan\alpha . dz . \vec{e_z}$

$\vec{F_e} = \left(\int_0^H P(z) L \, dz \right) . \vec{e_x} - \left(\int_0^H P(z) L \tan\alpha \, dz \right) \vec{e_z}$

$\vec{F_e} = L . dz \, (\vec{e_x} - \tan\alpha \, \vec{e_z}) \int_0^H P(z) \, dz$

$\int_0^H (P_0 + \rho g (H-z)) dz = \int_0^H (P_0 + \rho g H) dz - \int_0^H \rho g \, dz$

$\int \rightarrow = (P_0 + \rho g H) H - \rho g \dfrac{H^2}{2} = P_0 H + \rho g \dfrac{H^2}{2} = H (P_0 + \rho g \dfrac{H}{2})$

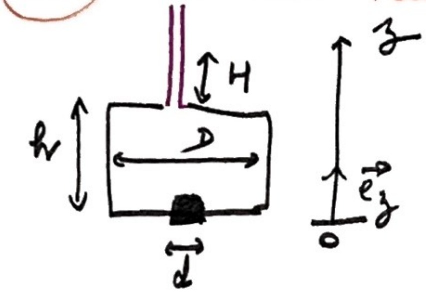
$\vec{F_e} = LH (P_0 + \rho g \dfrac{H}{2}) (\vec{e_x} - \tan\alpha \, \vec{e_z})$.

c) $\vec{F_{eau_x}} = LH (P_0 + \rho g \dfrac{H}{2}) . \vec{e_x}$

$\vec{F_{T_x}} = \vec{F_{eau_x}} + \vec{F_{air_x}} = LH (P_0 + \rho g \dfrac{H}{2}) \vec{e_x} - P_0 LH . \vec{e_x}$

$\vec{F_{T_x}} = \rho g \dfrac{H^2}{2} \vec{e_x} = \vec{F_{T_x}}$ du barrage droit.

101 Crève tonneau Pascal.



$\mathcal{R}$: terrestre, RG & R : $(O, \vec{e_z})$

$\mathcal{S}$: bouchon.

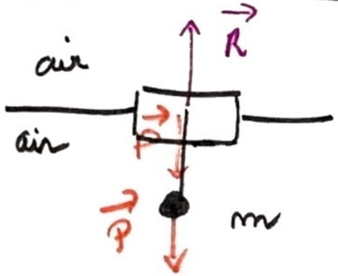
1) $V_{eau} = h.\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2 h}{4}$

$V_{eau} = 62{,}8\ dm^3 = 63\ L \Rightarrow m_{tonneau} = 63\ kg$

• $V_{tube} = \pi . R^2 . H_{max} = 8L \Rightarrow m_{tube} = 8\ kg$.

---

2)



Forces : $\vec{P} = m\vec{g}$ & $\vec{R} = R.\vec{e_z}$

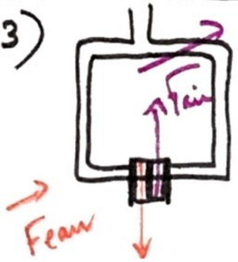
Equilibre : (RG) $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} = -\vec{P}$

si $\|\vec{R}\| < 35N \Rightarrow \|\vec{P}\| = mg \leq 35N$

$\Rightarrow m \leq 3{,}5\ kg$.

---

3)



Forces : $\vec{R} = R.\vec{e_z}$ & $\vec{F_p} = \vec{F_{eau}} + \vec{F_{air}}$

$\vec{F_{air}} = P_0 . dS . \vec{e_z} = P_0 . \frac{\pi d^2}{4} . \vec{e_z}$

$\rightarrow P(z)$? Fluide au repos ds RG, gravité & ρ uniforme

$P(z) = P_0 + \rho g (h - z) = P_0 + \rho g h$

$\Rightarrow \vec{F_{eau}} = -P(0).s.\vec{e_z} = -(P_0 + \rho g h)s.\vec{e_z}$

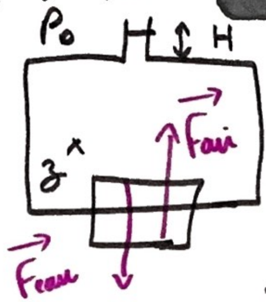
$\vec{F_p} = P_0.s.\vec{e_z} - (P_0 + \rho g h)s.\vec{e_z} = -\rho g.h.s.\vec{e_z}$

Si bouchon en équilibre : $\vec{R} + \vec{F_p} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} = -\vec{F_p}$

$\|\vec{R}\| = \rho g h s \overset{?}{<} 35N$

AN $\|\vec{R}\| = 1000.10.0{,}5.\pi.0{,}04^2.\frac{1}{4} = 6{,}3N < 35N$

4) Faire sauter le bouchon



Forces : $\vec{R}$ & $\vec{F_p} = \vec{F_{air}} + \vec{F'_{eau}}$

$\vec{F_p} = P_0.s.\vec{e_z} - P(0).s.\vec{e_z}$

$\vec{F_p} = P_0.s.\vec{e_z} - P_0 + \rho g (H + h)s.\vec{e_z}$

$\vec{F_p} = P_0.s\vec{e_z} - P_0.s.\vec{e_z} - \rho g (H + h).s.\vec{e_z}$

$\vec{F_p} = -\rho g (H + h)s.\vec{e_z}$

Equilibre si $\|\vec{R}\| = \|\vec{F_p}\| < \underbrace{35N}_{R_{max}}$

$\|\vec{F_p}\| = \rho g (H + h).s < R_{max} \Leftrightarrow H + h \leq \frac{R_{max}}{\rho g s}$

$\Leftrightarrow H \leq \underbrace{\frac{R_{max}}{\rho g s} - h}_{2{,}3\ m}$.

Le bouchon va sauter dès que l'on va ajouter 2,3 m d'eau ds le tube.

---

5) $\emptyset$ correspdce $\leftrightarrow$ masse eau contenue ds récipient

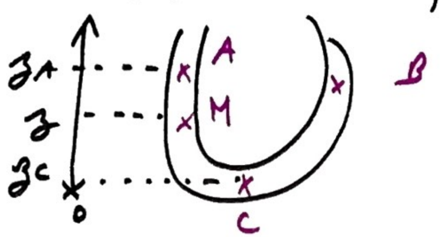
m_{eau} (tube) $= 1000.2{,}3.\pi.0{,}01^2.\frac{1}{4} = 180\ g = 0{,}18\ kg$.

Mesure liquide * densité

1) Diff niveau surface de mesure à droite tube en U.

R : terrestre RG / $\mathcal{R}$: $(0, \vec{e_z})$ / liquide au repos sous act° chp pesant^t, incompressible

$$\frac{dP}{dz} = \rho \vec{g} \cdot \vec{e_z} = -\rho g$$



$$\int_z^{z_A} \frac{dP}{dz} dz = P(z_A) - P(z) = -\int_z^{z_A} \rho g \, dz$$

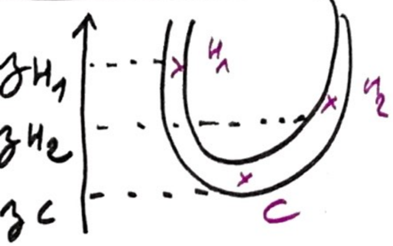
$$P_0 - P(z) = -\rho g (z_A - z) \Rightarrow \boxed{P(z) = P_0 + \rho g (z_A - z)}$$

- $P(z_C) = P_0 + \rho g (z_A - z_C)$

On a aussi $P(z) = P_0 + \rho g (z_B - z)$

$P(z_C) = P_0 + \rho g (z_B - z_C)$ & $P(z_C) = P_0 + \rho g (z_A - z_C)$

$\Rightarrow \boxed{z_A = z_B}$ si ds m̂ liquide.



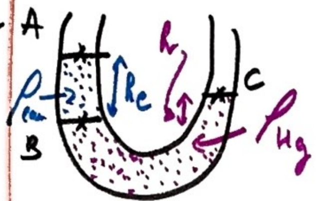
$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{dP}{dz} dz = \int_{z_1}^{z_C} \frac{dP}{dz} dz + \int_{z_C}^{z_2} \frac{dP}{dz} dz$$

$$\Rightarrow = -\int_{z_1}^{z_C} \rho g \, dz - \int_{z_C}^{z_2} \rho g \, dz$$

$$\Rightarrow = P(z_C) - P(z_1) + P(z_2) - P(z_C)$$

$$\Rightarrow = -\rho g (z_C - z_1) - \rho g (z_2 - z_C) = \rho g (z_1 - z_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{P(z_2) - P(z_1) = \rho g (z_1 - z_2)}$$



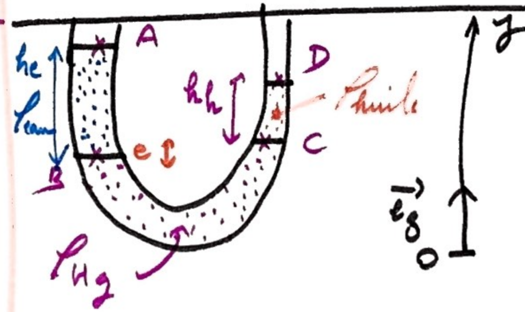
(1) $P_A - P_B = \rho_{eau} \, g (z_B - z_A) = -\rho_{eau} \, g \, h_e$

(2) $P_B - P_C = \rho_{Hg} \, g (z_C - z_B) = \rho_{Hg} \, g \, h$

$(1) + (2) \Rightarrow P_0 - P_B + P_B - P_0 = -\rho_{eau} \, g \, h_e + \rho_{Hg} \, g \, h = 0$

$$\rho_{Hg} \, g \, h = \rho_{eau} \, g \, h_e \Rightarrow \boxed{h = \frac{\rho_{eau}}{\rho_{Hg}} \cdot h_e}$$

AN : $h = 20 \cdot \frac{1000}{13600} \approx 1{,}47$ cm



Dans l'eau LDH.

$$\frac{dP}{dz} = -\rho_{eau} \cdot g$$

$$\int_{z_A}^{z_B} \frac{dP}{dz} dz = P(z_B) - P(z_A)$$

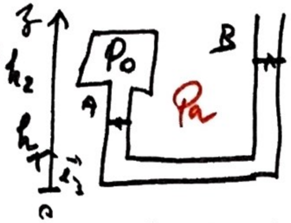
$$\Rightarrow = \int_{z_A}^{z_B} -\rho_{eau} \, g \, dz \rightsquigarrow P_B - P_0 = \rho_{eau} \cdot g \cdot h_e$$

- Dans mercure LDH $\rightsquigarrow P_C - P_B = -\rho_{Hg} \cdot g (z_C - z_B)$
- Ds huile LDH FI / FAR / ρ, g cte : $P_D - P_C = \rho_{huile} \, g (z_D - z_C)$

$$\left| \begin{array}{l} P_C - P_B = -\rho_{Hg} \cdot g \cdot e \\ P_0 - P_C = \rho_{huile} \cdot g \cdot h_h \\ P_B - P_0 = \rho_{eau} \cdot g \cdot h_e \end{array} \right. \qquad \boxed{\rho_{Huile} = \frac{\rho_{eau} \cdot h_e - \rho_{Hg} \cdot e}{h_h}}$$

$(1) + (2) + (3) \Rightarrow$ AN $\rho_{huile} = 912$ kg.m^{-3}.

104 1)



$\downarrow \vec{g}$ $\rho_{Hg} = 13\,600\ kg.m^{-3}$

Ref: tomat, —

Le fluide est au repos, RG, intensité chp pesant^{r} & ρ_{Hg} st uniforme.
Dc LDH st applicable. + fluide incompressible.

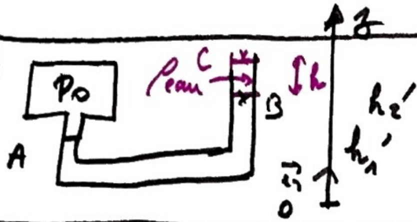
$$\vec{\nabla} P = \rho \vec{g}.\vec{e_z} \iff \frac{dP}{dz} = -\rho g \iff \int_{z_B}^{z_A} \frac{dP}{dz} dz = \int_{z_A}^{z_A} -\rho g\, dz$$

$$\iff P(z_A) - P(z_B) = -\rho g (z_A - z_B)$$

$$\iff P_0 - P_a = \rho g (h_2 - h_1) \iff P_0 = P_a + \rho g (h_2 - h_1) > P_a.$$

$$P_0 \approx 1{,}41.10^5\ Pa.$$

2)



Entre C & B : $\int_{z_B}^{z_C} \frac{dP}{dz} dz = -\rho g \int_{z_B}^{z_C} dz$

$$P(z_C) - P(z_B) = \rho g (z_B - z_C)$$

$$P_B = P_a - \rho_{eau}.g.h.$$

Entre B & A :

$$\int_{z_A}^{z_B} \frac{dP}{dz} dz = -\rho g \int_{z_A}^{z_B} dz \iff P_B = P_0 + \rho_{Hg}\, g (z_A - z_B)$$

$$P_B = P_0 + \rho_{Hg}\, g (h_1' - h_2').$$

$$\begin{cases} P_B = P_a - \rho_{eau}.g.h \\ P_B = P_0 + \rho_{Hg}.g\,(h_1' - h_2') \end{cases} \leadsto h_1' - h_2' = \frac{P_a - P_0 + \rho_{eau}\, g\, h}{\rho_{Hg}.g}$$

$$h_1' - h_2' = \frac{-\rho_{Hg}(h_2 - h_1) + \rho_{eau} h}{\rho_{Hg}} = h_2 - h_1 - \frac{\rho_{eau}}{\rho_{Hg}}.h$$

AN $h_2' - h_1' = 25\ cm$

3) $\boxed{V_{Q_1} = V_{Q_2}}$

$$V_{Q_1} = s(h_1 + l + h_2) \quad \& \quad V_{Q_2} = s(h_1' + l + h_2')$$

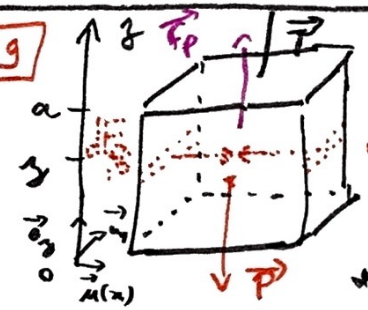
$$V_{Q_1} = V_{Q_2} \iff \cancel{s}(h_1 + l + h_2) = \cancel{s}(h_1' + l + h_2')$$

$$\begin{cases} h_1 + h_2 = h_1' + h_2' & (3) \\ h_2' - h_1' = h_2 - h_1 - \frac{\rho_{eau}}{\rho_{Hg}}.h & (4) \end{cases}$$

$$(3) + (4) \leadsto h_2' = h_2 - \frac{\rho_{eau}}{2\rho_{Hg}}.h \leadsto h_1' = h_1 + \frac{\rho_{eau}}{\rho_{Hg}} h$$

AN $h_2' = 0{,}375\ m$ & $h_1' = 0{,}125\ m$

99



RRS (masse M)

BDF : $\cdot \vec{P} = M.\vec{g} = -Mg.\vec{e_z}$
$\cdot \vec{T} = T.\vec{e_z}$
$\cdot \vec{F_p} = ?$

*T. fluide au repos ds chp pesant^{r} RG,

$$\frac{dP}{dz} = \rho_{air}\, \vec{g}.\vec{e_z} = -\rho_{air}.g \quad \Rightarrow P(z) = P_0 + \rho_{air}\, g\,(a - z).$$

$$\int_z^a \frac{dP}{dz} dz = -\int_z^a \rho_{air}\, g = P(a) - P(z) = -\rho_{air}\, g\,(a - z)$$

$$\vec{F_p} = \vec{F_{p1}} + \vec{F_{p2}} + \vec{F_{p3}} + \vec{F_{p4}} + \vec{F_{p5}} + \vec{F_{p6}}$$

Or $d\vec{F_{p6}} = P(z).a.dz.\vec{u}(x)$ | $d\vec{F_{p4}} = P(z).a.dz. -\vec{u_x}$
$d\vec{F_{p6}} = P(z).dS$ | $d\vec{F_{p4}} = -d\vec{F_{p6}}$

$$\Rightarrow d\vec{F_{p6}} + d\vec{F_{p4}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F_{p6}} + \vec{F_{p4}} = \vec{0}$$

Donc $F_p = F_{p1} + F_{p2}$ en surf. préf.

- $\vec{F}_{p1} = -\int_{S_1} P_0 \cdot \vec{dS_1} = -P_0 \cdot S_1 \cdot \vec{e_z} = -P_0 \cdot a^2 \cdot \vec{e_z}$
- $\vec{F}_{p2} = P((0)) \cdot a^2 \cdot \vec{e_z} = (P_0 + \rho_{air}\, g \cdot a) a^2 \cdot \vec{e_z}$

$\vec{A} = \vec{F_p} = \underbrace{\rho_{air} \cdot a^3}_{\text{masse air déplacée}} \cdot \vec{e_z} = -\vec{P}_{\text{air déplacée}}$

poussée d'Archimède

2) Ed cube $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F_p} = \vec{0}$

$\vec{T} = -\vec{P} - \vec{F_p} = -$ Poids apparent $= -\vec{P}_{apparent}$

$\vec{P}_{apparent} = -\vec{T} = \vec{P} + \vec{F_p} = -(M - \rho_{air} \cdot a^3) \cdot g \cdot \vec{e_z}$

$\rho_{air} \cdot a^3 \approx 1{,}24\, g$; $\rho_{air} \cdot a^3 \ll M \Rightarrow \vec{P}_{apparent} \approx \vec{P}$

3) Cube ds l'eau $\rightarrow P(z) = P(a) + \rho_{eau} \cdot g\, (a - z)$

BF $\vec{T}' = T' \cdot \vec{e_z}$ & $\vec{P} = M \vec{g}$

$\vec{F_p}' = \rho_{eau} \cdot a^3 g\, \vec{e_z} = -M_{eau\ déplacée} \cdot \vec{g} = \vec{A}$

b) $\vec{P}_{apparent} = -\vec{T}' = \vec{P} + \vec{F_p} = (-M - M_{eau\ dép.}) g\, \vec{e_z}$

$\|\vec{P}_{apparent}\| \approx 2N$.

$\|\vec{P}\| = Mg = 12N$; $\|\vec{P}_{app}\| < \|\vec{P}\|$

$\rho_{cube} = \frac{1,2}{(0,1)^3} = 1200\ kg/m^3$

- $T' = (M - M_{eau}) g = (\rho_{cube} V - \rho_{eau} V) g$
- $M = \rho_{cube} V \Leftrightarrow V = \frac{M}{\rho_{cube}}$ dc $T' = (\rho_c - \rho_{eau}) \frac{M}{\rho_{cube}} g$
- $\frac{T'}{Mg} = 1 - \frac{\rho_{eau}}{\rho_{cube}} \Rightarrow 1 - \frac{T'}{Mg} = \frac{\rho_{eau}}{\rho_{cube}}$

$$\boxed{\rho_{cube} = \frac{\rho_{eau}}{1 - \frac{T'}{Mg}}}$$

4) Immergé à $\frac{1}{2}$ ds eau

Entre 0 & $\frac{a}{2}$:

AIR $\int_0^{a/2} \frac{dP}{dz} dz = -\int_0^{a/2} \rho_{air}\, g\, dz \rightarrow P(\tfrac{a}{2}) - P(0) = -\rho_{air}\, g \frac{a}{2} \Rightarrow P(0) = P_0 + \rho_{air}\, g \frac{a}{2}$

EAU $\rightsquigarrow P(-\frac{a}{2}) = P_0 + \rho_{air} + \rho_{eau} \cdot g \frac{a}{2}$

BF : $\vec{T}'' = T'' \cdot \vec{e_z}$ | $\vec{P} = M \cdot \vec{g}$ | $\vec{F_p}''$

$\vec{F_p}'' = \vec{F}_{p\,air} + \vec{F}_{p\,eau} = -P_0 \cdot a^2 \cdot \vec{e_z} + P(-\frac{a}{2})\, a^2\, \vec{e_z}$

$\vec{f} = a^2 \vec{e_z} (-P_0 + P(-\frac{a}{2})) = (P(-\frac{a}{2}) - P_0)\, a^2\, \vec{e_z}$

$\vec{f} = (\rho_{air} + \rho_{eau}) g \frac{a^3}{2} \vec{e_z}$

$\vec{f} = (\underbrace{\rho_{air} \frac{a^3}{2}}_{\text{masse air déplacée}} + \underbrace{\rho_{eau} \frac{a^3}{2}}_{\text{masse eau déplacée}})\, g \cdot \vec{e_z} = \vec{A}$