M51 - Nota Bene

@ $E = \{1,2,3\}$

$\mathcal{P}(E) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\} \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, E\}$.

→ À propos de la définiθ des entiers :

- $1 \neq 0$ sinon $\text{card}\{0\} = \text{card}\,\emptyset$

dit autrement $\{0\}$ & $\emptyset$ st équipotents.

dit autrmt $\exists$ bijcθ $\{0\} \longrightarrow \emptyset$. ?!

non-vide vide

--> On mq + généralmt (PR) $n+1 \notin \{0, 1, \dots, n\}$.

@ $\mathbb{N}$ est infini : $\begin{cases} \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}^* \\ n \longmapsto n+1 \end{cases}$ est une bijecθ.

$\mathbb{N}$ & $\mathbb{N}^*$ st équipotents.

- . DM Proposiθ de injecθ / équipotent / card $E \neq n$.

Assé (i) ⇒ (ii) spps i de $E = i(N) \cup \underbrace{(E \setminus i(N))}_{\text{car n'est pas surjectif}}$

$f : E \to E,\ x \mapsto$ si $x \notin i(N)$,

si $x \notin i(N)$: $f(x) = x$

si $x \in i(N)$: $\exists! n \in \mathbb{N},\ x = i(N) \to f(x) = i(n+1)$.

puis usa ppté injectivité

- ê équipotent à $\mathbb{N}$ ⇔ ê ens infini

$\mathbb{N} \xrightarrow{\text{bij}} E$

$1 \longmapsto 1°$ élt

$2 \longmapsto 2°$ élt

⋮

@ ens dénombrable

$\mathbb{N} \to 2\mathbb{N}$

$n \mapsto 2n$