# Resolução P2 – 2019/1

## Q1

| | | | |
|---|---|---|---|
| q1 | Encontre a parábola no formato $y = kx + qx^2$ que melhor se ajusta aos pontos com coordenadas $x = 0 : 0.1 : 2$ e $y = exp(x/14) - 1.5$. Forneça como resposta o coeficiente $q$. | 0.39891997 | 1 |

Para resolver essa questão, apenas precisamos prestar atenção nos parâmetros e aplicá-los no código de mínimos quadrados.

```
x=0:0.1:2
y = [exp(x/14)-1.5]

M=[x x.^2] /* formato kx+qx^2, note que em uma reta a+bx, por exemplo, seria M =
[x^0 x] */
```

Temos como resultado do código:

-0.9033221

0.398919973

Escolhemos o segundo coeficiente, Q = 0.398919973

## Q2

| | | | |
|---|---|---|---|
| q2 | Aproxime $\int_{1/4}^{1} xe^{-9*x*x}dx$ utilizando quadratura gaussiana com 3 nós e 9 intervalos. | 0.0316477 | 1 |

Usaremos o código de quadratura gaussiana para achar a resposta.

Início do intervalo = a = ¼

Fim do intervalo = b = 1

Definimos no código:

```
function y=f(x)
    y = x * exp(1)^(-9*x*x)
endfunction
```

Executamos o código e no scilab chamamos:

gaussiana(1/4,1,3,9)

**R** = 0.031647745

## Q3

| | | | |
|---|---|---|---|
| q3 | Dada a função $f(x) = sen(x)$, determine a equação $y = ax + b$ da reta que passa pelos pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_1, f(x_1))$, onde $x_0 = \frac{-\pi}{2}$ e $x_1 = \frac{\pi}{2}$. Forneça o valor de $a$. | 0.63662 | 1 |

Novamente usaremos o código de mínimos quadrados.

```
x= [-%pi/2 %pi/2]
y = [sin(x)]
```

Como é uma reta teremos:

```
M=[x.^0 x]
```

**Atenção!** A reta está definida como Ax+B e a questão pede o valor de A. Devemos pegar o segundo coeficiente da resposta do código, pois é este que multiplica x.

```
Coeficientes:

   0.
   0.6366198
```

**R:** 0.6366198

## Q4

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| q4 | Seja o ajuste de mínimos quadrados da função $f(x) := a_0 + a_1 x$ ao conjunto de dados $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^{30}$ onde $x_i$ corresponde ao conjunto de pontos uniformemente distribuídos entre 0 e $\frac{\pi}{2}$ (inclusive) e $y_i = \sin(x_i) + \frac{1}{8}\cos(\sqrt{4}x_i)$. Determine o valor de $a_0$ . | 0.261537 | 1 | soluçã |

A última de mínimos quadrados.

Sabemos que há 29 pontos entre 0 e %pi/2, então definimos o intervalo como %pi/2/29 entre eles.

```
x = 0:(%pi/2/29):%pi/2
y = [sin(x) + 1/8 * cos(2*x) ]
M=[x.^0 x] //ainda está em formato de reta
```

Queremos o valor do primeiro coeficiente

```
Coeficientes:

   0.2615378
   0.4715794
```

**R:** 0.2615378

## Q5

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| q5 | Considere um conjunto de pontos $S$ dado pela função $f(x) = \sin(x)\cos(x)$ calculada nas abscissas dadas pelo vetor $[10 : 90]$. Interpole a função em $38.92$ utilizando somente 4 pontos. | 0.2868379745926072921236 | 0.99 | soluçã |

Trata-se de uma questão de interpolação. Utilizaremos o algoritmo de inteporlação de Lagrange para encontrar a resposta.

Como podemos usar apenas 4 pontos para a interpolação, escolheremos os 4 pontos mais próximos de 38.92

```
x = [37 38 39 40] '
y= [sin(x).*cos(x)]'
X=38.92 //ponto de interpolação
```

Executamos o código e temos a resposta

**R** = 0.286838

## Q6

| | | | |
|---|---|---|---|
| q6 | Seja $u' = sin(2t - u)$ com $u(1) = 2$. Aproxime $u(5)$ com 6 dígitos significativos utilizando qualquer método. | 3.091128 | 1 |

Para resolver este problema de valor inicial, utilizaremos o método de Euler.

```
function y=f(t, u)
    y = sin(2*t - u) // *
endfunction

u(1) = 2;       // condição inicial u(<<qualquer valor>>) = 2
t(1) = 1;       // tempo inicial  u(1) = <<qualquer valor>>
T = 5;           // tempo final  u(5)
```

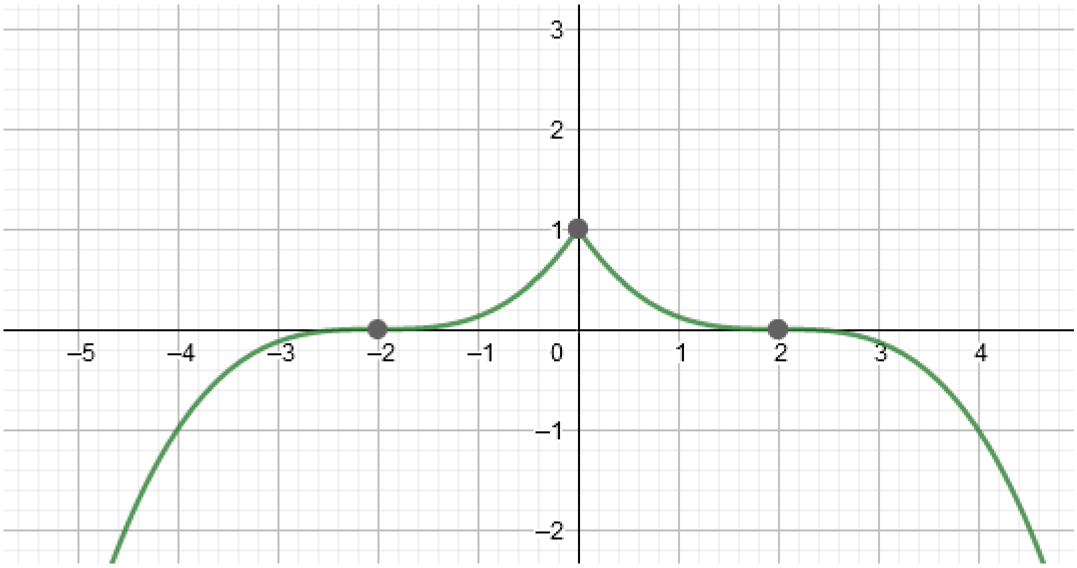
Como a questão pede 6 dígitos significativos, precisamos usar um intervalo muito pequeno para chegar ao resultado. Chamamos euler(0.00001) no terminal do Scilab e temos a resposta. Não se assuste se o código demorar pra rodar.

**R:** 3.091128

## Q7

| | | | |
|---|---|---|---|
| q7 | Utilize o método do trapézio com 20 intervalos para aproximar a área abaixo da curva $f(x) = (1 - \|x/2\|)^3$ e acima do eixo x. As raízes de f(x) são fáceis. (Dica: $\|x\| = abs(x)$). | 1.0100000000 | 1 |

Queremos usar o método do trapézio para integrar a área da curva da função acima do eixo x com 20 intervalos. Pode-se notar que a curva ficará entre -2 e 2, como visto no gráfico:




Agora apenas precisamos definiir a função no código e executá-lo:

```
function y=f(x) // aqui define a função a ser integrada
    y = (1 - abs(x/2))^3
endfunction
```

```
--> trapezio(-2,2,20)
 ans  =

   1.0100000000000000088818
```

## Q8

| | | | |
|---|---|---|---|
| q8 | Seja $I = \int_{0.1}^{0.6} 2 + \cos(x)dx$. Seja, também, $\tilde{I}$ o valor da aproximação de $I$ dada pela regra do trapézio. Forneça o valor de $\lvert I - \tilde{I} \rvert$. | 0.00038740545281146 | 1 |

Durante a realização da prova, definiu-se que os intervalos na integração pelo método do trapézio teriam o tamanho **H = 0.1**. Como a função é integrada de 0.1 a 0.6, temos 5 intervalos.

Definimos no código:

```
function y=f(x) // aqui define a função a ser integrada
    y = 2 + cos(x)
endfunction
```

```
--> trapezio(0.1,0.6,5)
 ans  =

   1.4644216512953958098109
```

Ou seja, 1.464421… é a aproximação da integral. Agora devemos obter a integral real do problema para comparar os resultados.

**I** [0.1,0.6] =

**I** = (2*0.6 + sin(0.6)) - (2*0.1 + sin(0.1)) = 1.4648090567482072721361

Agora calculamos o módulo da diferença entre os dois resultados:

```
--> abs(trapezio(0.1,0.6,5) - 1.4648090567482072721361)
 ans  =

   0.0003874054528114623253
```

## Q9

| | | | |
|---|---|---|---|
| q9 | Seja $u' = t + 11 - u$ com $u(1) = 2$. Aproxime $u(3)$ usando $h = 0.1$ e o método de Euler. | 11.9058101 | 1 |

Como solicitado, usamos o método de Euler, alterando o código:

```
function y=f(t, u)
    y = t + 11 - u // *
endfunction

u(1) = 2;        // condição inicial * u(<<qualquer valor>>) = 2
t(1) = 1;        // tempo inicial * u(1) = <<qualquer valor>>
T = 3;           // tempo final * aproxime u(3)
```

E executamos o código:

```
--> euler(0.1)

   11.905810108684878656504
 ans  =

   11.905810108684878656504
```

## Q10

| | | | |
|---|---|---|---|
| q10 | Encontre os coeficientes $[c_1, c_2, c_3, c_4]$ do método de passo múltiplo $u_{n+1} = u_n + h[c_1 f_{n+1} + c_2 f_{n-1} + c_3 f_{n-2} + c_4 f_{n-3}]$. Forneça como resposta $\|c\|_2$. | 1.3742895892060016 | 1 |

Uma questão de passo múltiplo, devemos alterar o código para que haja quatro coeficientes:

```
x(1) = 1  //c(1)f(n +1)
x(2) = -1 //c(2)f(n -1)
x(3) = -2 //c(3)f(n -2)
x(4) = -3 //c(4)f(n -3)

b(1) = 1
b(2) = 1/2
b(3) = 1/3
b(4) = 1/4

for i=1:4
    M(1,i)=1
    M(2,i)=x(i)
    M(3,i)=x(i)^2
    M(4,i)=x(i)^3
end
```

Executamos o código e temos a resposta:

```
Coeficientes

   0.5729167
   0.9791667
  -0.75
   0.1979167
```

C é o vetor de todos coeficientes, a questão pede sua norma:

```
--> norm(c,2)
 ans  =

   1.3742896
```

**OBS:**

Se o código estiver dando algum erro, reinicie o Scilab, o Scilab é muito porco.