# Notas de física básica 1

Max Jauregui

12 de Março de 2019

# 1 Cinemática em uma dimensão

## 1.1 Sistemas de referência

Vamos estudar o movimento de um objeto que só pode se mover ao longo de uma reta. Vamos assumir que as dimensões do objeto não são importantes para o seu movimento. Assim, vamos considerar que todo objeto é uma partícula, a qual é representada por um ponto.

Para estudarmos o movimento de uma partícula, é necessário definir primeiro um *sistema de referência* ou *referencial*, o qual é constituído por um sistema de coordenadas para determinar posições e um relógio para medir tempos. No caso particular no qual a partícula se move ao longo de uma reta, o sistema de coordenadas é composto simplesmente por um ponto, chamado de *origem* do sistema de coordenadas, e um eixo, usualmente chamado de *eixo* $x$.

Fixado um referencial, a posição da partícula em um instante $t \geq 0$ é dada por um número real $x(t)$. Isso define uma função $x : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, a qual, assim como a maioria de funções em física, assumiremos que tenha derivadas de qualquer ordem.

O sistema internacional de unidades (SI) estabelece o segundo (s) como a unidade de tempo e o metro (m) como a unidade de comprimento. Nessa direção, vamos coniderar sempre que $x(t)$ é a posição da partícula medida em metros no instante $t$, medido em segundos.

## 1.2 Velocidade média e velocidade escalar média

Consideremos uma partícula que se move ao longo de uma linha reta e suponhamos que conheçamos a posição da partícula em dois instantes diferentes $t_1$ e $t_2$. A velocidade média da partícula no intervalo de tempo entre $t_1$ e $t_2$ é definida por

$$\overline{v} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}\,.$$

Introduzindo a notação $\Delta t = t_2 - t_1$, podemos escrever

$$\overline{v} = \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{\Delta t}\,.$$

A unidade de velocidade média no SI é metros por segundo (m/s).

A velocidade média de uma partícula pode ser positiva, negativa ou nula. Por exemplo, se $x(t_2) = x(t_1)$ (a partícula volta para a mesma posição), $\overline{v} = 0\,\mathrm{m/s}$. Nesse caso, a partícula não necessariamente ficou parada entre os instantes $t_1$ e $t_2$. De fato, ela pode ter percorrido uma distância $d \neq 0$ e retornado finalmente na sua posição de partida. Definimos a *velocidade escalar média* da partícula no intervalo de tempo entre $t_1$ e $t_2$ por

$$v_s = \frac{d}{|\Delta t|}\,,$$

onde $d$ é a distância percorrida pela partícula entre os instantes $t_1$ e $t_2$.

A velocidade escalar média de uma partícula é sempre não-negativa. A definição de velocidade escalar média fica inalterada no caso geral do movimento de uma partícula em três dimensões.

**Exercício 1.1.** Um cachorro está inicialmente (instante 0 s) na posição 0 m. Logo, o cachorro corre para a direita 40 m e depois anda 20 m para a esquerda, chegando na sua posição final no instante 12 s. Encontre a velocidade média e a velocidade escalar média do cachorro entre os instantes 0 s e 12 s. *Resposta:* $\overline{v} = 1{,}7\,\mathrm{m/s}$ e $\overline{v}_s = 5\,\mathrm{m/s}$.

## 1.3 Velocidade instantânea

Comecemos com um exemplo.

**Exercício 1.2.** Uma partícula se move ao longo de uma linha reta e se encontra na posição 1,0 m no instante 1,0 s. (i) Se a partícula está na posição 4,0 m no instante 2,0 s, encontre a velocidade média da partícula entre os instantes 1,0 s e 2,0 s. (ii) Suponha que a partícula se encontre nas posições 2,3 m e 1,7 m nos instantes 1,5 s e 1,3 s respectivamente. Determine a velocidade média da partícula entre os instantes 1,0 s e 1,5 s e entre os instantes 1,0 s e 1,3 s. *Resposta:* (i) 3,0 m/s (ii) 2,6 $m$m/s e 2,3 m/s.

O exercício anterior ilustra que a velocidade instantânea da partícula entre os instantes 1,0 s e $t$ se aproxima de 2 m/s quando $t$ se aproxima de 1,0 m/s. Isso motiva a dizer que a velocidade da partícula no instante 1,0 s é 2 m/s. Essa velocidade é chamada de *velocidade instantânea* e é definida matematicamente para um instante arbitrário $t$ por

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}\,.$$

O limite do lado direito é muito importante e é chamado em cálculo de derivada da função $x$ no ponto $t$, denotado por $dx/dt$. Logo, temos que

$$v(t) = \frac{dx}{dt}\,.$$

O valor absoluto da velocidade instantânea é chamado às vezes de *velocidade escalar instantânea.*

Neste curso essencialmente trabalharemos com funciones polinomiais. Para calcular a derivada de polinômios, usaremos as seguintes regras:

$$\begin{aligned} \frac{dt^n}{dt} &= nt^{n-1}\,, \quad n \in \mathbb{N}\,; \\ \frac{dc}{dt} &= 0\,, \quad \text{para qualquer constante } c\,. \end{aligned}$$

**Exercício 1.3.** A posição de uma partícula em metros é dada pela expressão $x(t) = 5t^2 - 2t + 3$ se $t$ é medido em segundos. Encontre a velocidade instantânea da partícula no instante $2\,\mathrm{s}$. *Resposta:* $18\,\mathrm{m/s}$.

Tendo os pares $(t, x(t))$ para vários instantes $t$, podemos desenhar o gráfico da função $x$. Esse gráfico é usualmente chamado de *gráfico posição versus tempo* ou simplesmente *gráfico $x$ vs $t$*. A razão $r = [x(t + \Delta t) - x(t)]/\Delta t$ é a inclinação do segmento que une os pontos $(t, x(t))$ e $(t + \Delta t, x(t + \Delta t))$. Se $\Delta t$ tende a 0 ($\Delta t \to 0$), a razão $r$ torna-se a inclinação da reta tangente que passa pelo ponto $(t, x(t))$. Assim, se temos um gráfico $x$ vs $t$, a velocidade instantânea em um instante $t$ será dada pela inclinação da reta que é tangente ao gráfico nesse instante.

**Exercício 1.4.** Considere o gráfico $x$ vs $t$ dado na Fig. 1. (i) Encontre os valores aproximados dos instantes onde a velocidade instantânea é $0\,\mathrm{m/s}$. (ii) Encontre o valor aproximado do instante em que a partícula se move de direita a esquerda com velocidade escalar instantânea máxima.

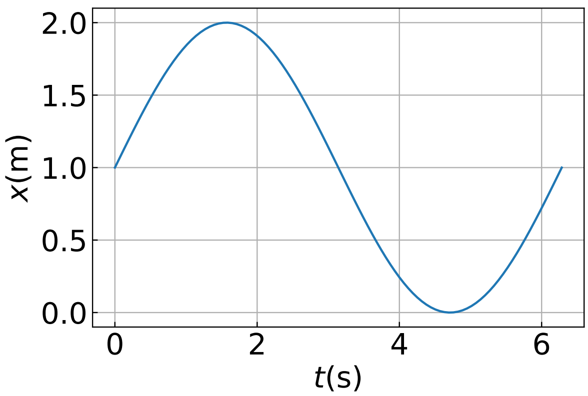


Figura 1: $x$ vs $t$ graph.