Terceira lista de matemática II

Prof.: Max Jáuregui

1. Sejam os vetores bidimensionais $\vec{A} = (1, 3)$, $\vec{B} = (2, 5)$ e $\vec{C} = (3, -1)$. Faça o seguinte:

    (a) Represente graficamente o vetor $\vec{A}$ colocando sua origem na origem do sistema de coordenadas.

    (b) Represente graficamente o vetor $\vec{B}$ colocando sua origem no ponto $(3, -1)$.

    (c) Usando as coordenadas calcule a soma $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$. Por outro lado, construa o vetor soma de forma gráfica e compare seus resultados.

    (d) Determine o vetor $2\vec{A} - 3\vec{B} + \vec{C}$.

    (e) Encontre um vetor unitário paralelo a $\vec{A}$.

2. Mostre que o vetor tridimensional $\vec{A} = (1, 3, 1)$ pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores $\vec{B} = (1, 1, 1)$ e $\vec{C} = (2, 3, 2)$.

3. Dê um exemplo de um conjunto $X \subset \mathbb{R}^2$ que tenha dois vetores L.I. cujas primeiras coordenadas sejam iguais a 1.

4. Mostre que o conjunto $X = \{(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 6, 8)\} \subset \mathbb{R}^3$ é L.D..

5. Mostre que o conjunto $\mathcal{B} = \{(-1, 1, 2), (1, 1, 1), (1, -1, -1)\} \subset \mathbb{R}^3$ é uma base de $\mathbb{R}^3$.

6. Escreva o vetor $(1, 0, 0) \in \mathbb{R}^3$ como uma combinação linear dos vetores da base $\mathcal{B}$ do exercício anterior.

7. Dados os vetores tridimensionais $\vec{A} = (1, 2, 3)$, $\vec{B} = (-1, 0, 1)$ e $\vec{C} = (1, 2, 1)$. Faça o seguinte:

    (a) Calcule $\vec{A} \cdot \vec{B}$ e $\vec{A} \cdot \vec{C}$.

    (b) Mostre que os vetores $\vec{B}$ e $\vec{C}$ são ortogonais.

    (c) Calcule $|\vec{B} + \vec{C}|^2$. Compare seu resultado com $|\vec{B}|^2 + |\vec{C}|^2$.

    (d) Determine o ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

    (e) Calcule $|\vec{A} - \vec{B}|^2$. Compare seu resultado com $|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 - 2\vec{A} \cdot \vec{B}$.

8. Considere um triângulo no qual dois dos seus lados têm comprimentos 3 e 5 respectivamente e formam um ângulo de 60^o. Com essas informações, determine o comprimento do terceiro lado.

9. Dados os vetores tridimensionais $\vec{A} = (2, 1, 1)$, $\vec{B} = (1, 1, 1)$ e $\vec{C} = (2, 2, 2)$. Faça o seguinte:

(a) Calcule $\vec{A} \times \vec{B}$, $\vec{A} \times \vec{C}$ e $\vec{B} \times \vec{C}$.

(b) Calcule $\vec{B} \times \vec{A}$, $\vec{C} \times \vec{A}$ e $\vec{C} \times \vec{B}$. Compare com o item anterior.

(c) Calcule $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$ e $\vec{B} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$.

(d) Determine a área do paralelogramo construído a partir dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{C}$.

10. Dê um exemplo de um vetor não-nulo que seja ortogonal ao vetor tridimensional $\vec{A} = (1, 2, 3)$.

11. Dê um exemplo de um vetor não-nulo que seja ortogonal aos vetores tridimensionais $\vec{A} = (1, 1, 1)$ e $\vec{B} = (1, 0, 1)$ simultaneamente.

12. Encontre o volume do paralelepípedo construído a partir dos vetores tridimensionais $\vec{A} = (1, 2, 1)$, $\vec{B} = (-1, 2, 1)$ e $\vec{C} = (0, -1, 2)$.