

Segunda lista de álgebra linear

Prof.: Max Jáuregui

1. Determine o sinal das seguintes permutações da lista (1, 2, 3, 4, 5, 6):

(a) (6, 5, 4, 3, 2, 1)

(b) (4, 5, 2, 1, 3, 6)

(c) (2, 1, 4, 3, 6, 5)

2. Justifique por que o determinante de uma matriz quadrada qualquer que tem uma coluna nula é igual a zero.

3. Calcule os seguintes determinantes:

(a) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

4. Mostre que

$$p(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{vmatrix}$$

é um polinômio cujas raízes são 2 e 3.

5. Dê um exemplo de uma matriz 2×2 que não seja triangular e que seja invertível.

6. Dê um exemplo de uma matriz 3×3 que não seja triangular e que seja invertível.

7. Dadas as matrizes

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -5 & 4 & 8 \end{bmatrix},$$

calcule $\det(\mathbf{ab})$ e $\det(\mathbf{ba})$.

8. Use a regra de Cramer para resolver o seguinte sistema linear:

$$5x - 3y = 10$$

$$4x + 7y = 2.$$

9. Usando determinantes calcule a inversa das seguintes matrizes:

(a) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$