

Primeira lista de matemática II

Prof.: Max Jáuregui

1. Construa uma matriz 3×3 antissimétrica e não-nula. Quantos elementos da matriz você tem liberdade de escolher?
2. Construa uma matriz triangular inferior 3×3 e uma matriz simétrica 3×3 , ambas não-nulas e que tenham o mesmo traço.
3. Dadas as matrizes

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

calcule (i) $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, (ii) $2\mathbf{a}^T - \mathbf{b}^T$, (iii) $2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, (iv) $\mathbf{a}^T\mathbf{b}$, (v) $\mathbf{b}\mathbf{c}^T$, (vi) $\mathbf{a}^T\mathbf{c} + \mathbf{b}^T\mathbf{c}$.

4. Dadas as matrizes

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 6 & -7 \\ 1 & -4 & 5 & -8 \end{bmatrix},$$

calcule $\mathbf{a}(\mathbf{b}\mathbf{c})$.

5. Use o método de eliminação para transformar a seguinte matriz em uma matriz escalonada:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Determine o posto da seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 8 & 7 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

7. Escreva as matrizes elementares correspondentes às operações elementares (i) $L_3 + 2L_1$, (ii) $L_2 \leftrightarrow L_3$, (iii) $L_1/5$, aplicadas a uma matriz 3×4 .
8. Mostre que o seguinte sistema linear não tem solução:

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 2 \\ 2x + 4y - 3z &= 3 \\ 5x - 14y + 9z &= 1. \end{aligned}$$

9. Mostre que o seguinte sistema linear tem como única solução a lista $(1, 0, 0, 0)$:

$$x - y = 1$$

$$2y + 3z = 0$$

$$3x + z = 3$$

10. Determine a inversa da matriz

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$