

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco

Aluno: Max Humberto Recuero Júnior

Projeto de Sistemas de Controle 2

Controle de Sistema Térmico de Chaleira

Pato Branco – Paraná

2020

1 - Introdução

Para colocar em prática os conceitos discutidos na disciplina de Sistemas de Controle 2, é proposto um projeto de controle de temperatura de um líquido em um recipiente, que será denominado chaleira para este trabalho. Neste trabalho os alunos devem realizar a modelagem do sistema térmico, projetar o circuito equivalente deste, assim como projetar um compensador para zerar erros no sistema e também atingir a temperatura de referência escolhida pelo projetista, assim como levar em consideração efeitos de sensores adicionados ao sistema e a conversão de tensão para unidades de temperatura do sistema. Os alunos devem projetar a simulação do sistema em ambiente *spice* assim como códigos de cálculo e gráficos do sistema em *python*.

2 - Desenvolvimento

Em ordem de realizar o projeto, os passos a serem seguidos para desenvolvimento deste são modelagem do sistema térmico, projetar uma chave e um atuador para o circuito que irá aquecer a chaleira, utilização de um sensor de temperatura, simulações do sistema pré-compensado, projetar o compensador de escolha do projetista e realizar simulações com o sistema compensado, indicando em cada etapa o processo a ser realizado e as escolhas feitas pelo projetista.

2.1 - Ferramentas Utilizadas

Neste trabalho serão utilizadas *softwares* livres para realização de simulações e gráficos, além do material disponibilizado em aula. Os *softwares* utilizados são:

- LTSpice XVII para simular circuitos;
- Anaconda 3 para utilização do Python na versão 3.8;
- Spyder v4.1.4 para simulação e cálculos em Python;

Para utilização do Python, são listadas as bibliotecas utilizadas no trabalho:

- Biblioteca *numpy*;
- Biblioteca *math*;
- Biblioteca *matplotlib.pyplot* para gráficos de respostas de sistemas;
- Biblioteca *control* para funções de sistemas de controle;

2.2 - Modelagem do Sistema Térmico

Deseja-se modelar o sistema representado na Figura 1-1 para construir um sistema de controle da temperatura do projeto da chaleira.

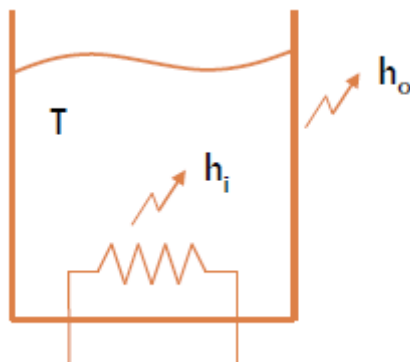


Figura 1-1 – Representação da Chaleira

Uma fonte de tensão fornecerá corrente para a resistência aquecer o líquido no recipiente, variando a tensão desta fonte para variar a taxa de calor ' h_i ' de entrada no sistema. Sabendo-se que o recipiente contém meio litro de água, equivalente a 500cm^3 , podemos definir a massa contida dentro do recipiente, sendo esta ' m ' = 1kg. Sabendo que o calor específico da água é de $1\text{cal/g}^\circ\text{C}$ podemos encontrar a função de transferência que representa o sistema da Figura 1-1. Para definir a função de transferência precisa-se descobrir a resistência térmica do sistema que, para fins do projeto, foi definida em aula através da aplicação de uma tensão de entrada no sistema da Figura 1-2 para encontrar a resistência, utilizando um ganho proporcional ' K_{ph} ' para transformar a Potência dissipada em Joules para quilocalorias.

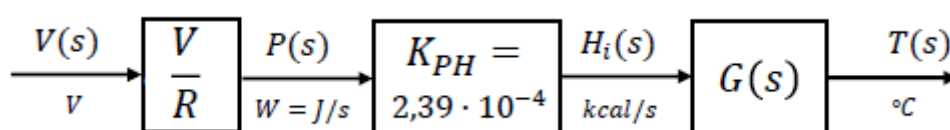


Figura 1-2 – Representação do sistema de Aquecimento da Chaleira

Para uma Potência de 1000W e uma tensão de 32V podemos definir a Resistência R do circuito como $R = 16.129\Omega$ e encontra-se a resistência térmica sendo o ganho CC do sistema $R_t = K_{cc}$ e $K_{cc} = 2000$. Assim encontra-se a função de transferência $G(s)$ representada na Figura 1-3.

$$G(s) = \frac{T(s)}{H_i(s)} = \frac{K_{cc}}{\tau s + 1} = \frac{2000}{1000s + 1}$$

Figura 1-3 – Função de Transferência da Chaleira

Fazendo o gráfico da resposta de $G(s)$ em malha fechada, temos:

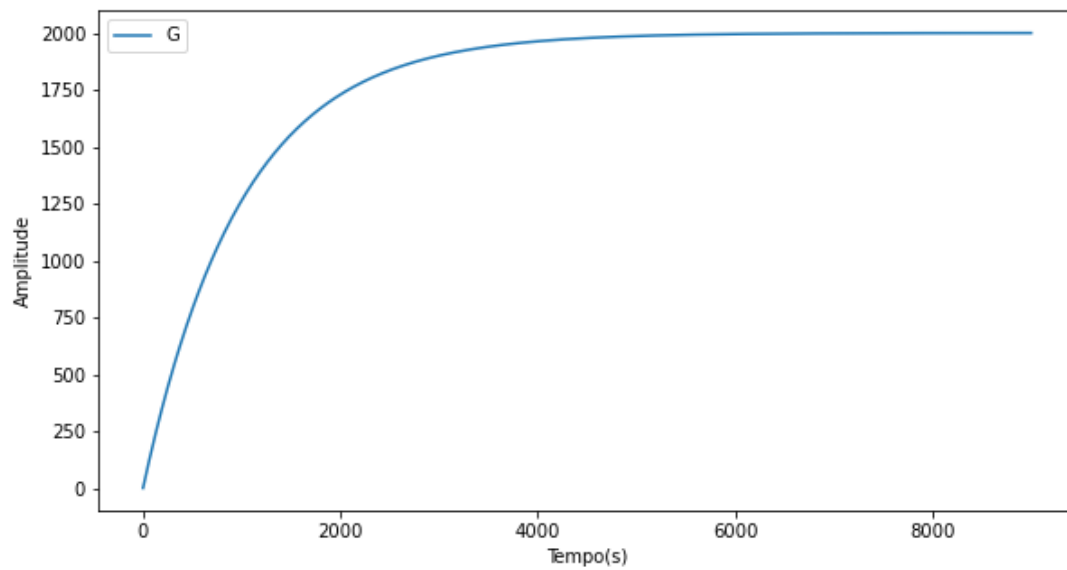


Figura 1-4: Gráfico da Resposta de $G(s)$ realizado em Python.

No gráfico, já se pode concluir que para uma entrada degrau unitário, o sistema tem um ganho de 2000, assim como o tempo de acomodação dele sendo de aproximadamente 5000 segundos.

2.3 – Projeto de Atuador PWM

O controle da tensão sobre a resistência será feito por um circuito atuador conectado à um semicondutor que atuara como uma chave o circuito da resistência.

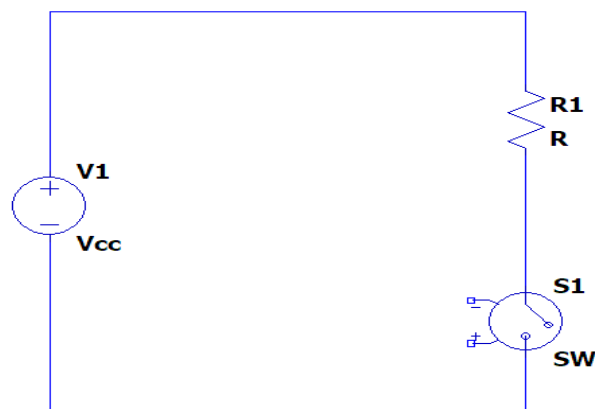


Figura 2-1: Circuito Representativo do Projeto onde SW é o circuito atuador a ser projetado

Esta chave será projetada com um Comparador de uma fonte de tensão com sinal triangular 'V-Triangular' e um sinal contínuo 'Vin-pwm'. Com estes dois, pode-se gerar um sinal PWM para definirmos quando SW irá conduzir ou não. O Circuito atuador se encontra representado na Figura 2-2.

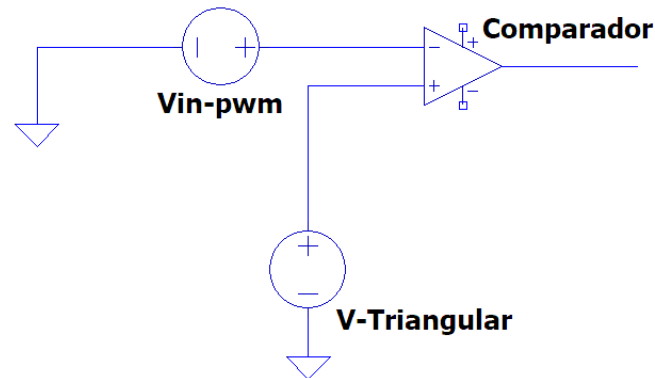


Figura 2-2: Representação do circuito atuador para projeto. Circuito projetado em software LTSpice.

Projetando nossa fonte de entrada V-Triangular com 15Vpico e Vin-pwm com 5V pode-se adquirir o gráfico das duas fontes através da simulação demonstrado na Figura 2-3. Basta projetar o comparador e a chave que fornecerá tensão ao circuito da planta.

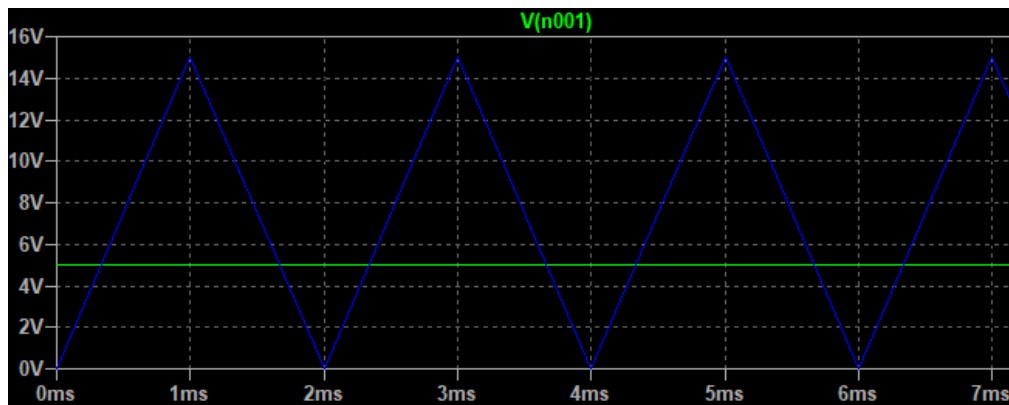


Figura 2-3: Gráficos da simulação das fontes, onde V-Triangular é descrito pelo gráfico em azul e Vin-pwm é descrito pelo gráfico em verde.

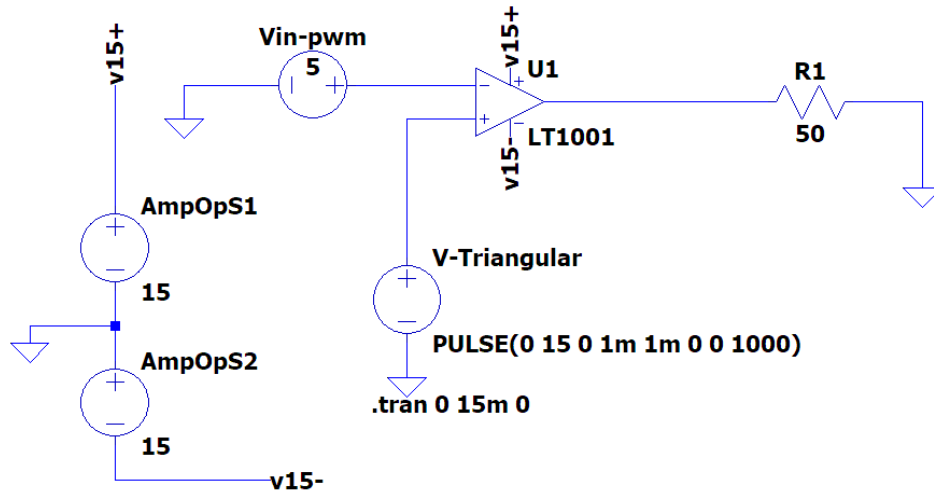


Figura 2-4: Circuito PWM projetado em LTSpice para controle da chave da planta

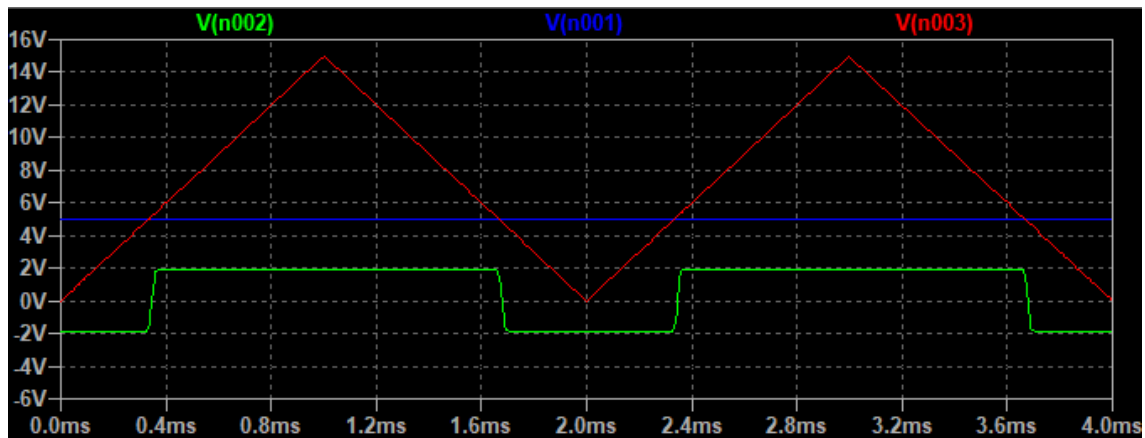


Figura 2-5: Gráficos das análises de tensão do circuito representado na Figura 2-4. Em vermelho, o gráfico da fonte triangular, em azul, a entrada V_{in_pwm} , e em verde a tensão de saída do Comparador.

Para testar o circuito PWM da chave, foi simulado o circuito representado na Figura 2-4 e foi obtido os gráficos da Figura 2-5. Para alterarmos a razão cíclica D do PWM, podemos variar a tensão V_{in_pwm} , sendo descrito na equação 2-1, onde V_{tri_pico} é a tensão de pico a fonte triangular, neste caso 15V. Ainda deve-se implementar um Inversor na saída do comparador.

$$D = \frac{V_{in_pwm}}{V_{tri_pico}}$$

Equação 2-1: Razão cíclica no PWM.

2.4 – Efeitos do Sensor no Sistema

Ainda há a necessidade de verificar os efeitos que o sensor causa ao sistema. Projetando o sistema com realimentação unitária, podemos descrever o sistema com diagrama de blocos representado na Figura 4-1.

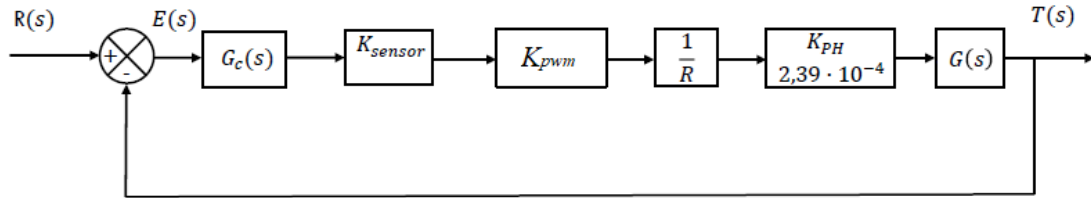


Figura 3-1: Diagrama de blocos do Sistema.

O sensor projetado possui um ganho K_{sensor} que deve ser considerado para o projeto, pois este causará um erro na saída $T(s)$ do sistema. Assim, para remover o erro causado, coloca-se um ganho proporcional ao ganho do sensor na entrada $R(s)$. Por equivalência de diagrama de blocos, pode-se projetar o sistema com realimentação unitária e colocar o ganho do sensor dentro da planta, assim teremos que o sistema a ser compensado por $G_c(s)$ será $G_{planta}(s)$ representado na Equação 3-1.

$$G_{planta}(s) = K_{sensor} * K_{pwm} * \frac{1}{R} * K_{ph} * G(s)$$

Equação 3-1: Função de transferência da Planta à qual se deve implementar o compensador.

2.5 – Equivalente Elétrico do Sistema Térmico

Para simular o circuito da planta, é necessário converter o sistema térmico em um sistema elétrico equivalente. Na figura 1-3 está representado a função de transferência do sistema térmico, que pode ser representada na seguinte forma:

$$G_{térmico} = \frac{R_t}{R_t * C_t * s + 1}$$

Equação 4-1: Função de transferência do sistema térmico reescrito utilizando variáveis do sistema térmico.

Onde R_t é a resistência térmica do sistema e C_t é a Capacitância térmica do sistema. Com isso, analisando o circuito da Figura 4-1, temos que a função de transferência do sistema é representada pela Equação 4-2.

$$G_{\text{circuito}}(s) = \frac{R}{R * C * s + 1}$$

Equação 4-2: Função de transferência do Circuito na Figura 4-1.

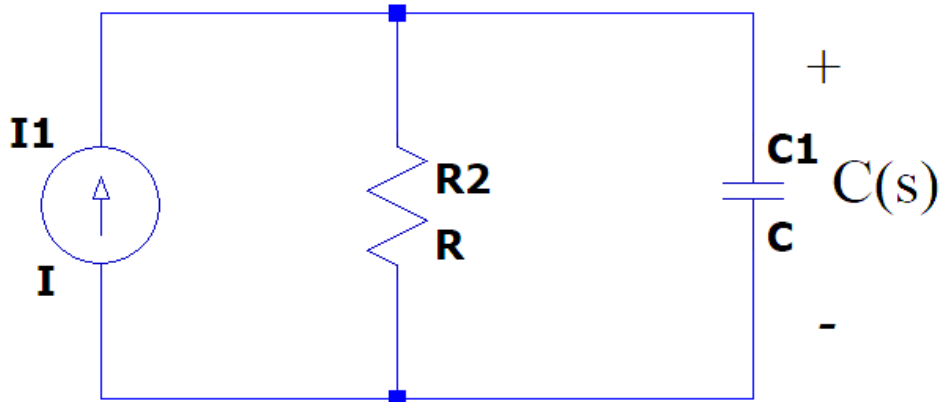


Figura 4-1: Circuito elétrico equivalente ao sistema térmico.

As equações 4-1 e 4-2 estão escritas de formas semelhantes, assim podemos definir um equivalente elétrico para o sistema térmico. Deste modo obtemos que a Resistência R_2 do circuito é igual à R_t do sistema térmico, assim como o valor da Capacitância C é igual ao valor da capacitância térmica C_t . Como já foi definido os valores de C_t e R_t na etapa da modelagem, pode-se concluir que $R_2 = 2000\Omega$ e $C = 0,5F$. Substituindo os valores na simulação e aplicando um degrau de 1mA resulta no gráfico da Figura 4-2, onde $V(n004)$ é a tensão no capacitor. Comparando este gráfico e o gráfico da Figura 1-4 realizada na modelagem, pode-se perceber que os sistemas são equivalentes em suas respostas transitórias.

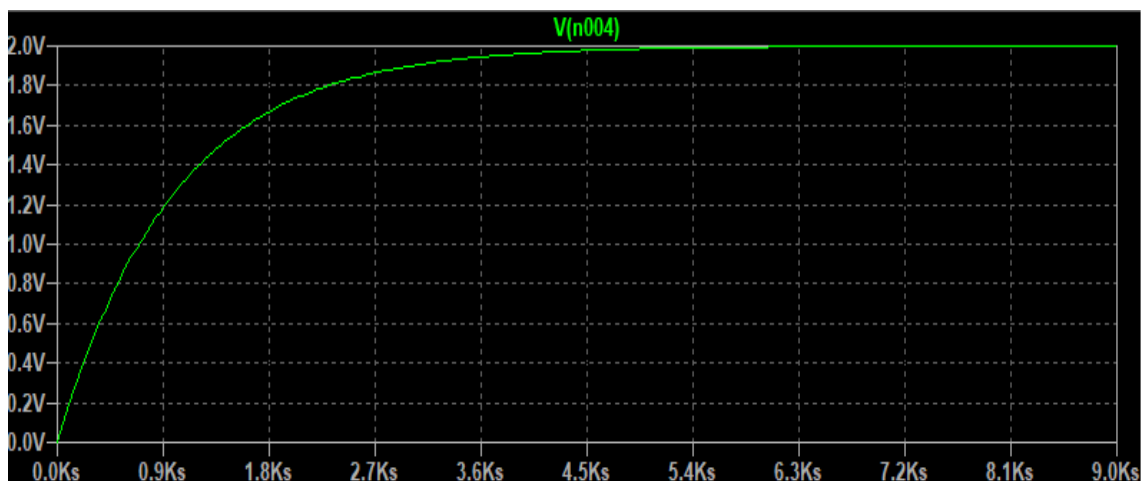


Figura 4-2: Gráfico da tensão no capacitor do circuito na figura 4-1.

3 – Simulação da Planta em Python

Com toda a planta projetada, agora basta projetar o circuito e realizar a simulação deste.

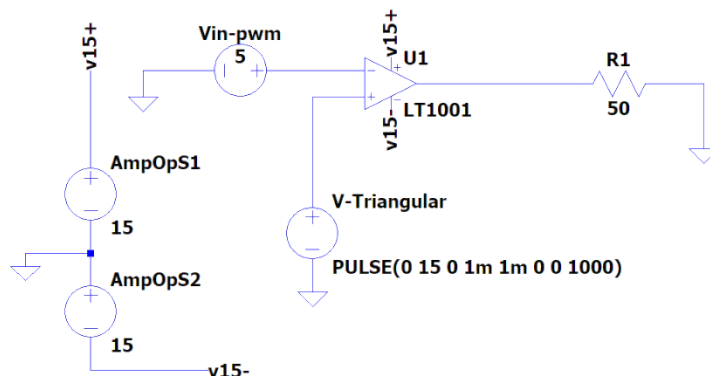


Figura 5-1: Circuito PWM simulado em LTSpice.

Para isto, adiciona-se uma chave controlada por tensão a saída. O circuito resultante se encontra representado na figura 5-2. Como nossa fonte será fornecida direto da Rede, a tensão desta fonte será de 127V. Para obter uma tensão média de 30V, devemos ajustar o nosso PWM para uma razão cíclica de aproximadamente $\frac{1}{4}$, logo nosso sinal Vin-pwm será de 11.25V. Com o inversor na porta de saída do comparador, esta tensão será de 3.75V. O gráfico da tensão na resistência R3 se encontra representado na Figura 5-3.

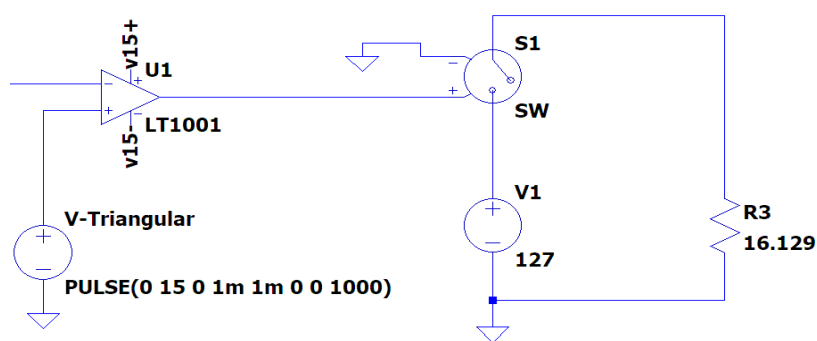


Figura 5-2: Circuito simulado em LTSpice do atuador com a fonte.

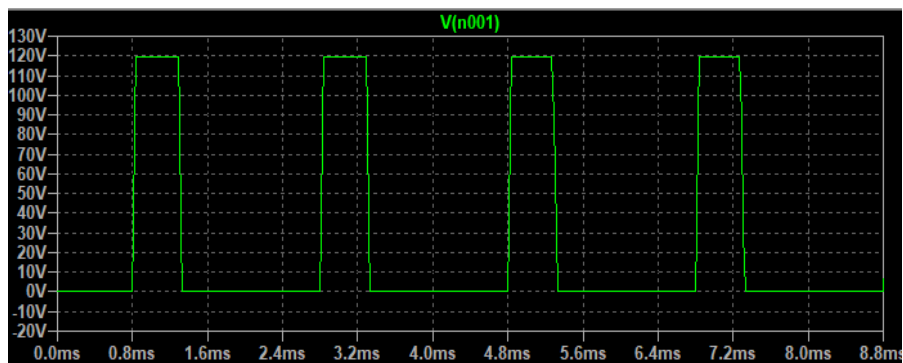


Figura 5-3: Gráfico da tensão no resistor de 16.129Ω

Agora deve-se adicionar os valores dos ganhos, tanto do Ksensor quanto o fator de conversão de Kph. Para isto, será adicionado fontes controladas por tensão à nossa simulação. Com isto, temos o circuito representado na Figura 5-4.

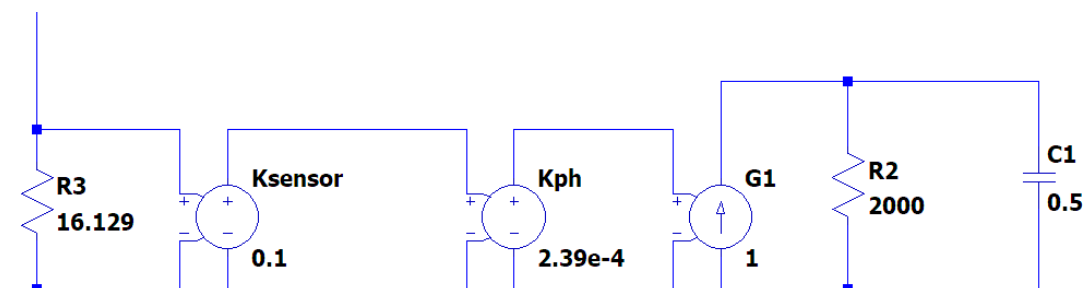


Figura 5-4: Circuito da planta simulado em LTSpice.

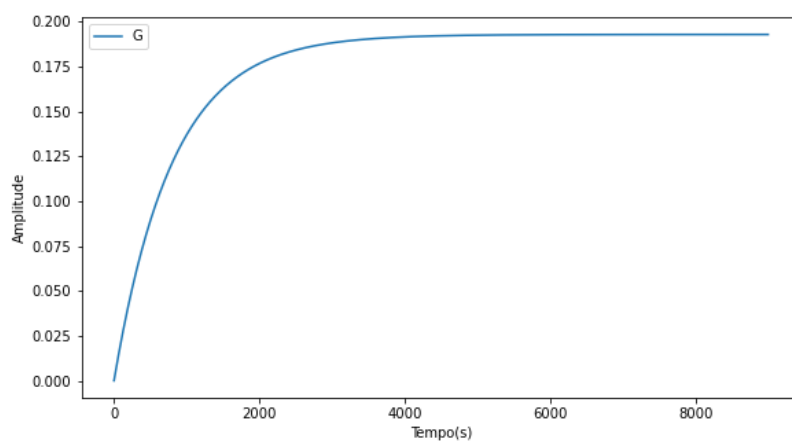


Figura 5-5: Gráfico do sistema $G_{planta}(s)$ em malha fechada realizado em python para entrada degrau unitário.

Na figura 5-5 temos um gráfico da resposta transitória para uma entrada degrau unitário. Nota-se que o sistema ainda possui erro, além de uma demora muito grande para chegar à estabilidade. Com isso, para acelerar a resposta transitória e zerar o erro, deve-se projetar um compensador PID para este projeto.

4 – Projeto do Compensador PID

No tópico anterior, foi definido que se deseja alterar a resposta transitória e zerar o erro que o sistema apresenta. Um compensador PID deve satisfazer estas especificações. Na figura 6-1 está representado o compensador PID que irá ser projetado.

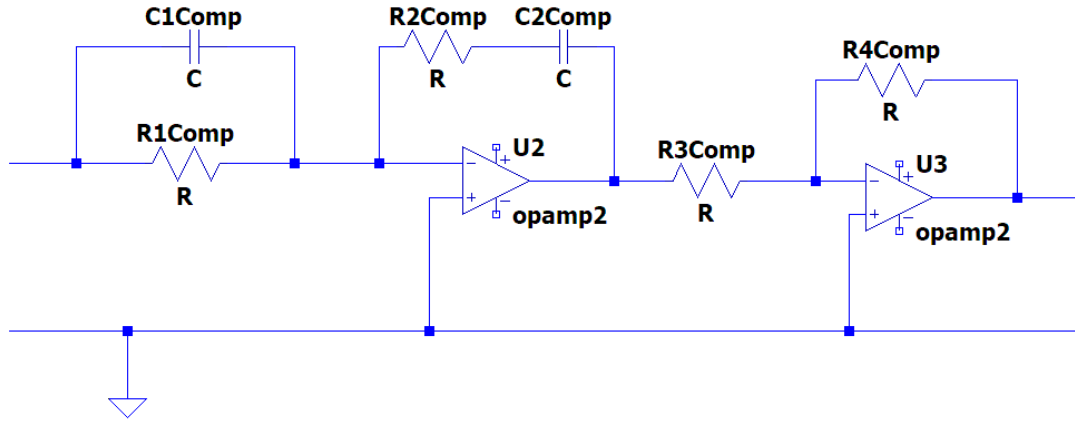


Figura 6-1: Circuito do Compensador PID projetado em LTSpice.

A função de transferência do circuito acima está representada na equação 6-1.

$$G_c(s) = K_c(T_d s + 1) \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = K_c T_d \left(s + \frac{1}{T_d} \right) \left(\frac{s + \frac{1}{T_i}}{s} \right)$$

Equação 6-1: Função de Transferência do compensador PID.

Também podemos abordar o projeto do Compensador PID como um Projeto de PD com ganho K_p e um PI com ganho unitário. Para este projeto o tempo de acomodação T_s será tratado como sendo 50 segundos e sobressinal M_p de 0.05. Assim das equações 6-2 e 6-3 podemos encontrar os polos dominantes após compensar o sistema.

$$M_p = e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

Equação 6-2: Equação do Sobressinal.

$$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

Equação 6-3: Equação do Tempo de Acomodação.

Encontrando o amortecimento como sendo 0.674 e com isso, encontra-se o valor de ω_n sendo 0.119rad. Na figura 6-2 temos as equações para encontrar os polos dominantes após compensar o sistema.

$$s_1 = -\sigma + j\omega_d \quad \sigma = \zeta\omega_n \quad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Figura 6-2: Equações para encontrar polos do sistema.

Logo concluímos que os polos após compensar devem ser:

$$s_{1,2} = -0.08 \pm 0.088 * j$$

Deve-se verificar se os polos fazem parte do lugar de raízes do sistema, assim, bastaria inserir um controlador Proporcional para satisfazer os requisitos do projeto. Ao verificar, temos que o ângulo deste é de -131.92° , por tanto, como não é múltiplo de 180, estes polos não fazem parte do lugar das raízes. Então, concluímos que o ângulo ϕ à ser inserido será de:

$$\phi = -180^\circ - (-131.92^\circ) = 48.08^\circ$$

Por trigonometria, pode-se encontrar o valor de X na Figura 6-3, utilizando a tangente do ângulo ϕ encontrado no passo anterior.

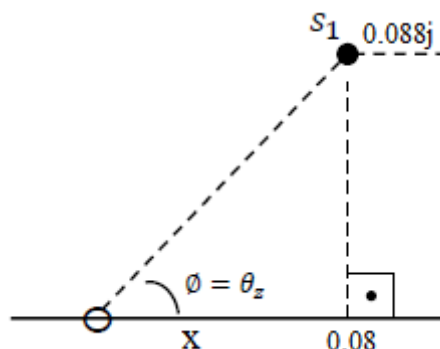


Figura 6-3: Representação do polo s_1 em plano Real x Imaginário.

Assim, temos que o zero inserido pela parte do compensador PD será em -12.74. Com isto, pode-se encontrar o valor T_d descrito na equação 6-1, onde:

$$s + 12.74 = s + \frac{1}{T_d} \Rightarrow T_d = 0.078$$

Encontrando o valor de K_c pelo módulo, obtém-se que K_c é 526.3. Para projetar o PI, deve-se levar em conta que o ganho dele deve ser próximo à 1 e seu ângulo inserido não deve ser maior que 5° . Escolhe-se um zero próximo a origem para o PI, neste caso será de -0.02. Assim ao fazer o módulo da parcela PI temos que seu ganho é de 0.896 e ângulo de -7.99° , por tanto, deve-se escolher outro valor que não altere significativamente a parcela PD do compensador. Para zero em -0.005, os valores do

ângulo e ganho são -1.89° e 0.97, respectivamente, e estes valores satisfazem nossas condições para o PI, e temos que T_i é 200. Assim, o compensador PID terá a seguinte forma:

$$G_c(s) = 526.3 * 0.078 * (s + 12.74) * \left(\frac{s + 0.005}{s}\right)$$

Na figura 6-4, está representado o gráfico do sistema após inserir o compensador. Analisando o gráfico, temos que o sistema chega na estabilidade em aproximadamente 40 segundos, ou seja, está mais rápido do que o especificado. Além disso, na Figura 6-5 pode-se perceber que o sistema teve sobressinal um pouco menor que o esperado e lentamente o erro se ajusta à zero.

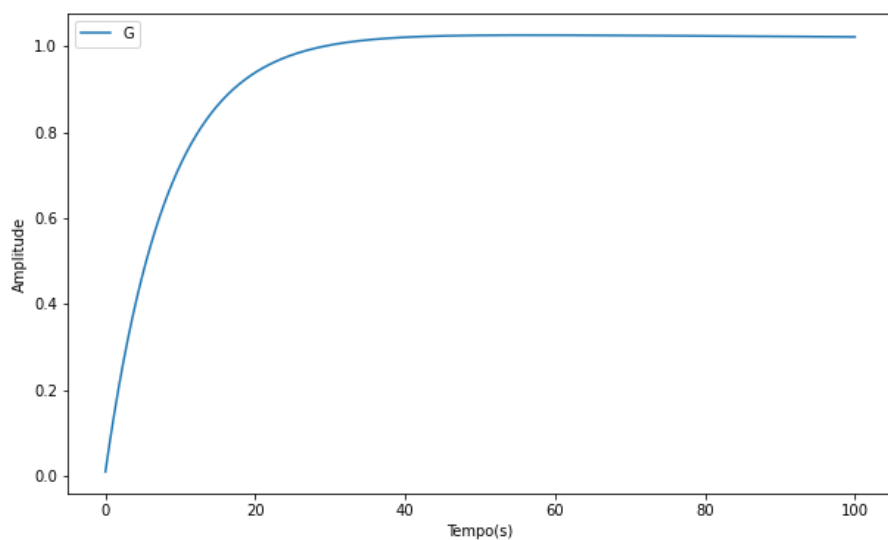


Figura 6-4: Gráfico realizado em Python do sistema compensado.

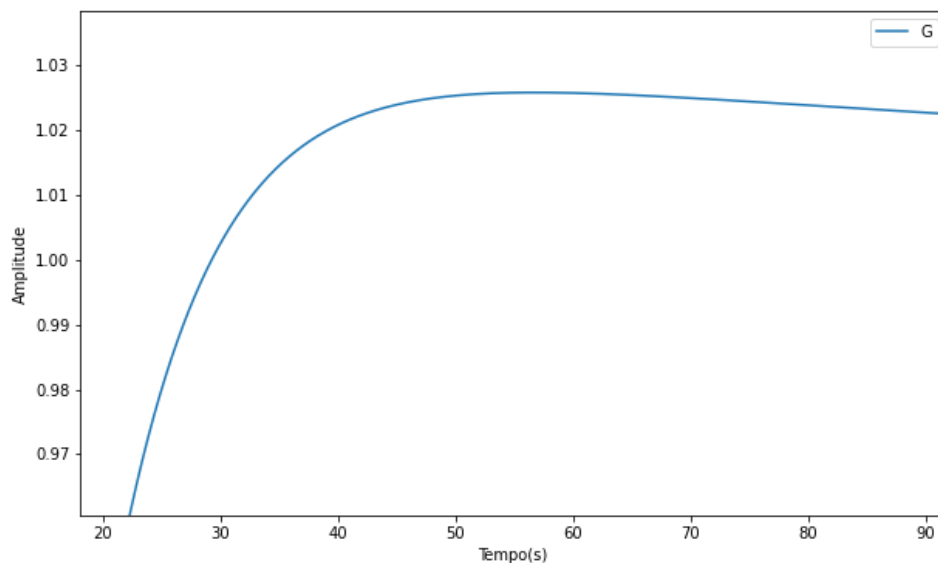


Figura 6-5: Gráfico do sistema compensado ampliado na região de sobressinal.

Para projetar o circuito e inseri-lo na simulação, devemos resolver as equações apresentadas na figura 6-6, porém, como o sistema de equações possui 6 variáveis, deve-se supor valores para 3 variáveis. Para isto, vamos supor que os valores C1, C2 e R3 são 100μF, 10mF e 50kΩ respectivamente.

$$K_c = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3}$$

$$T_d = R_1 C_1$$

$$T_i = R_2 C_2$$

Figura 6-6: Equações para implementar o circuito PID.

Resolvendo o sistema de equações, os valores de R1, R2 e R4 são 780Ω, 20kΩ, 1.03MΩ respectivamente. Para nosso sensor, supondo que tem-se um LM35, sabe-se do *datasheet* dele que para cada um grau, a tensão aumenta em 10mV, logo, se desejamos aquecer a água a 32°C, então nossa tensão de referencia é de 320mV. Assim, deve-se projetar um comparador com o nosso erro na saída da planta para o PID. Este comparador está representado na figura 6-7, enquanto na figura 6-8 temos o circuito PID.

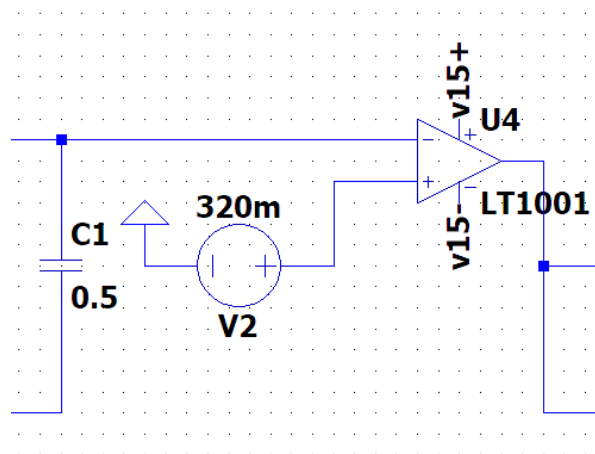


Figura 6-8: Circuito comparador com a tensão de referencia.

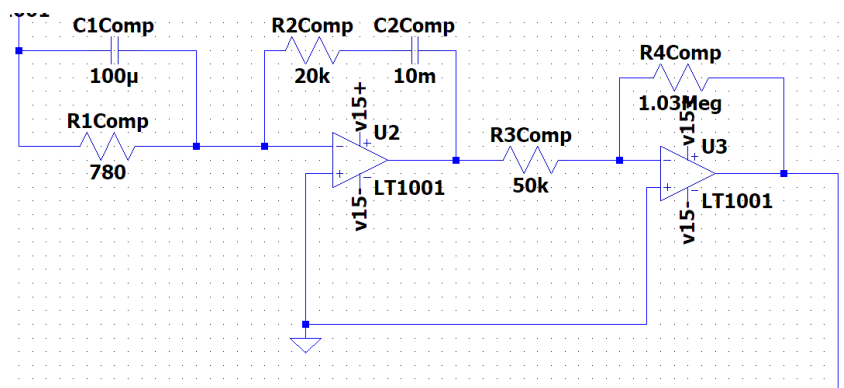


Figura 6-9: Circuito PID implementado no LTSpice.

A saída do PID será conectada diretamente ao comparador do PWM projetado anteriormente, assim a planta será alimentada até atingir a tensão de referência. Com isto, analisando a tensão no capacitor C1 da planta pode-se obter o resultado do sistema compensado.

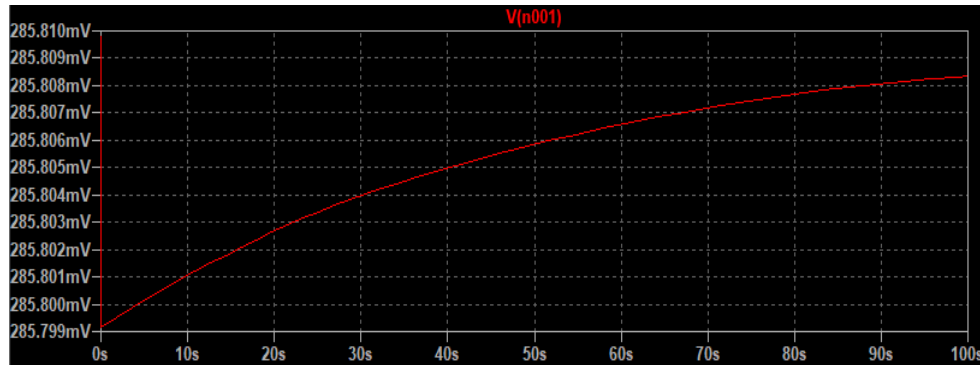


Figura 6-10: Gráfico da tensão na saída do sistema compensado.