

Формальные языки домашнее задание 6

Задача 1.

Пусть дана КС грамматика $G = (\Sigma, N, P, S)$ в нормальной форме Хомского и ДКА A .

Пусть q_0 – начальное состояние A

Пусть T – множество терминальных вершин A

Пусть $v \rightarrow u$: обозначает вершина u достижима из v по рёбрам A .

Пусть $v \rightarrow_c u$: обозначает есть переход по символу c из v в u .

Алгоритм построения пересечения:

Для каждой пары вида $(N \rightarrow AB, i \rightarrow j \rightarrow k)$ добавим в новую грамматику правило вида: $(i, N, k) \rightarrow (i, A, j)(j, B, k)$.

Для каждой пары вида $(i \rightarrow_c j, N \rightarrow c)$ добавим в новую грамматику правило вида $((i, N, j) \rightarrow (i, , j)) (i, c, j)$ – новый терминальный символ, соотв (совсем формально можно добавить правило вида $(i, , j) \rightarrow c$).

Для каждой пары вида $(q_0 \rightarrow t, S \rightarrow N)$, где $t \in T$, добавим в новую грамматику правило вида $S \rightarrow (q_0, N, t)$.

Если было правило $S \rightarrow \epsilon$ и $q_0 \in T$ добавим в новую грамматику правило $(S \rightarrow \epsilon)$

Обозначим новую грамматику H

(на слове ϵ теперь они точно совпадают)

- $L(H) \subseteq L(G) \cap L(A)$:

$\epsilon \neq w_1 \cdots w_n = w \in L(H)$, тогда оно выводиться из какого-то нетерминала вида (q_0, S, t) , тогда по построению есть последовательность $(v_0, w_1, v_1)(v_1, w_1, v_2) \rightarrow (v_{n-1}, w_n, v_n)$ (крона дерева вывода), где $v_0 = q_0, t = v_n$.

$p = [q_0 = v_0 \xrightarrow{w_1} v_1 \xrightarrow{w_1} \cdots \xrightarrow{w_n} v_n = t]$ – путь в A , показывает $w \in L(A)$.

Пусть $(i, N, j) \Rightarrow_H^* (v_{i-1}, w_i, v_i) \cdots (v_j, w_j, v_j)$, тогда $N \Rightarrow_G^* w_{i \dots j}$ (показывается индукцией по длине подотрезка, аналогично док-ву СУК).

$S \Rightarrow_G^* w$

$w \in L(H) \Rightarrow w \in L(G), w \in L(A) \Rightarrow w \in L(G) \cap L(A)$

- $L(G) \cap L(A) \subseteq L(H)$

Пусть $\epsilon \neq w_1 \cdots w_n = w \in L(G) \cap L(A)$.

т.к. $w \in A$ есть путь $p = [q_0 = v_0 \xrightarrow{w_1} v_1 \xrightarrow{w_1} \cdots \xrightarrow{w_n} v_n = t], T \in T$.

Пусть $N \Rightarrow_G^* w_{i \dots j}$, тогда $(i, N, j) \Rightarrow_H^* (v_{i-1}, w_i, v_i) \cdots (v_j, w_j, v_j)$. (показывается индукцией по длине подотрезка, аналогично док-ву СУК)

$S \Rightarrow_H^* (q_0, N, t) \Rightarrow_H^* w$

$w \in L(G), w \in L(A) \Rightarrow w \in L(H)$

- $L(G) \cap L(A) \subseteq L(H) \subseteq L(G) \cap L(A)$

$L(G) \cap L(A) = L(H)$