Студент: Винниченко Максим
Группа: 302

---

# Формальные языки домашнее задание 6

***Задача 1.***

*Пусть дана КС грамматика $G = (\Sigma, N, P, S)$ в нормальной форме Хомского и конечный автомат $A$.*

*Пусть q0 – начальное состояние $A$*

*Пусть $T$ – множество терминальных вершин $A$*

*Пусть $v \longrightarrow u$: обозначает веришна $u$ достижима из $v$ по рёбрам $A$.*

*Пусть $v \longrightarrow_c u$: обозначает есть переход по символу $c$ из $v$ в в $u$.*

*Алгоритм построения пересечения:*

*Для каждой пары вида $(N \to AB, i \longrightarrow j \longrightarrow k)$ добавим в новую грамматику правило вида: $(i, N, k) \to (i, A, j)(j, B, k)$.*

*Для каждой пары вида $(i \longrightarrow_c j, N \to c)$ добавим в новую грамматику правило вида $((i, N, j) \to (i, , j))$ $(i, c, j)$ – новый терминальный символ, соотв (совсем формально можно добавить правило вида $(i, , j) \to c$).*

*Для каждой пары вида $(q0 \longrightarrow t, S \to N)$, где $t \in T$, добавим в новую грамматику правило вида $S \to (q0, N, t)$.*

*Если было правило $S \to \epsilon$ и $q0 \in T$ добавим в новую грамматику правило $(S \to \epsilon)$*

*Обозначим новую грамматику $H$*

*(на слове $\epsilon$ теперь они точно совпадают)*

- $L(H) \subseteq L(G) \cap L(A)$:

  $\epsilon \neq w_1 \cdots w_n = w \in L(H)$, *тогда оно выводиться из какого-то нетереминала вида* $(q0, S, t)$, *тогда по построению есть последовательность* $(v_0, w_1, v_1)(v_1, w_1, v_2) \to (v_{n-1}, w_n, v_n)$ *(крона древа вывода), где* $v_0 = q0$, $t = v_n$.

  $p = [q0 = v_0 \longrightarrow_{w_1} v_1 \longrightarrow_{w_1} \cdots \longrightarrow_{w_n} v_n = t]$ – *путь в* $A$, *показывает* $w \in L(A)$. *Теперь посмотрим только на правила из* $H$ *вида* $(v_i, *, v_j)$, *а также оставим правило* $S \to (q0, S, t)$, *где* $v_j, v_j \in p$, *получим грамматику* $H'$. *посмотрим на дерево вывода* $w$ *в* $H'$. *Заменим правила* $(*, \bar{N}, *)$ *на* $\bar{N}$, *где* $\bar{N} \in \Sigma \cup N$. *получили, что* $w \in G$.

  $w \in L(H) \Rightarrow w \in L(G)$, $w \in L(A) \Rightarrow w \in L(G) \cap L(A)$
- $L(G) \cap L(A) \subseteq L(H)$

  *Пусть* $\epsilon \neq w_1 \cdots w_n = w = L(G) \cap L(A)$.

  *т.к.* $w \in A$ *есть путь* $p = [q0 = v_0 \longrightarrow_{w_1} v_1 \longrightarrow_{w_1} \cdots \longrightarrow_{w_n} v_n = t], T \in T$.

  *Пусть* $N \Rightarrow^*_G w_{i \cdots j}$, *тогда* $(i, N, j) \Rightarrow^*_H (v_{i-1}, w_i, v_i) \cdots (v_j, w_j, v_j)$. *(показывается индукцией по длинне подотрезка, аналогично док-ву CYK)*

  $S \Rightarrow^*_H (q0, N, t) \Rightarrow^*_H w$

  $w \in L(G)$, $w \in L(A) \Rightarrow w \in L(H)$
- $L(G) \cap L(A) \subseteq L(H) \subseteq L(G) \cap L(A)$

  $L(G) \cap L(A) = L(H)$