**УО «Полоцкий государственный университет»**

**Кафедра Геодезии и ГИС**

**Лабораторная работа №2**

**Аппроксимация линии**

**Выполнил: ст.гр. 16-ГЕО**

**Мысливец М.С.**

**Проверил: Дегтярев А.М.**

**Новополоцк 2020г.**

Вариант: 6

1. Получить исходные данные (x,y).



[147.028]  
[169.612]  
[192.014]  
[214.806]  
[237.363]  
[259.914]  
[282.637]  
[305.291]  
[328.057]  
[350.607]  
[372.965]



[213.402]  
[222.936]  
[232.432]  
[242.136]  
[251.695]  
[261.278]  
[270.975]  
[280.597]  
[290.27]  
[299.83]  
[309.28]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в натуральных величинах, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Имеем модель вида:



Которая решается следующим образом:

Составляем матрицу X:



[147.028 1. ]  
[169.612 1. ]  
[192.014 1. ]  
[214.806 1. ]  
[237.363 1. ]  
[259.914 1. ]  
[282.637 1. ]  
[305.291 1. ]  
[328.057 1. ]  
[350.607 1. ]  
[372.965 1. ]

Затем из матрицы X получаем матрицу N:



[800028.761698 2860.294 ]  
[2860.294 11. ]

Имея матрицы X и y получаем матрицу с:



[771433.561331]  
[2874.831]

Обратив матрицу N получим матрицу Q:



[ 1.77696041e-05 -4.62057201e-03]  
[-0.00462057 1.29238131]

Получим матрицу k имея значения Q и c:



[0.42470535]  
[150.91352939]

В итоге получаем поправки v:



[-0.04489178]  
[0.01265395]  
[0.03090329]  
[0.00678773]  
[0.02786641]  
[0.02239685]  
[-0.02402338]  
[-0.02474829]  
[-0.02890619]  
[-0.01180045]  
[0.03376186]



[0.00775892]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в центрированных величинах, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

При решении в центрированных величинах составляют матрицу плана А = [x y] и из неё обычным способом получают ковариационную матрицу S

=

[257.73361325 0. ]  
[0. 0.08107569]

Тогда коэффициенты модели будут



[0.42470535]



[150.91352939]

Получаем поправки v:



[-0.04489178]  
[0.01265395]  
[0.03090329]  
[0.00678773]  
[0.02786641]  
[0.02239685]  
[-0.02402338]  
[-0.02474829]  
[-0.02890619]  
[-0.01180045]  
[0.03376186]



[0.00775892]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в натуральных величинах, используя фиксацию в точке, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Также для сглаживания линии прямой на плоскости можно использовать метод наименьших квадратов с фиксацией линии, при котором имеем модель вида:



Данная модель будет решаться следующим образом:





В качестве точки через которую должна проходить линия возьмем координаты 5 точки.

То есть  [237.363]  
 и  [251.695]

Составляем матрицу:

=

[0.04132483]  
[-0.01164292]  
[-0.02844117]  
[-0.00624555]  
[-0.025648]  
[-0.02061469]  
[0.02211077]  
[0.02277696]  
[0.02660297]  
[0.01085733]  
[-0.03108054]

Получаем матрицу:

 =

[8.00028762e+05 2.86029400e+03 2.37363000e+02]  
[2.860294e+03 1.100000e+01 1.000000e+00]  
[237.363 1. 0. ]

Имея значения  и  составляем матрицу :



[771433.561331]  
[2874.831]  
[251.695]

Затем получаем матрицу :



[0.42481754]  
[150.85903457]  
[0.2785628]

Вычленяем из матрицы  матрицу :



[0.42481754]  
[150.85903457]

В итоге находим поправки :

=

[-0.08289235]  
[-0.02281306]  
[-0.00205056]  
[-0.02360922]  
[4.54747351e-13]  
[-0.00293969]  
[-0.04681076]  
[-0.04499423]  
[-0.04659815]  
[-0.02696265]  
[0.02110788]



[0.01552146]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в натуральных величинах, используя заданную ориентировку, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

При этом имеем модель вида:





Которая решается следующим образом:

Находим коэффициент :



[0.42473397]

Далее вычисляем значения коэффициента :



[150.90608905]

В итоге зная значения коэффициентов  и находим поправки :



[-0.04812509]  
[0.01006684]  
[0.02895719]  
[0.00549379]  
[0.02721791]  
[0.02239363]  
[-0.02337642]  
[-0.02345311]  
[-0.02695959]  
[-0.00920861]  
[0.03699345]



[0.00780499]

При таких решениях корректировка производится только одной координаты (в данном случае у), подразумевая, таким образом, что ошибочна только координата у, что не верно по сути задачи. Решение при учете погрешностей в обоих координатах, и таким образом корректировки поправками и координаты х и координаты у, носит название ортогональной регрессии.

1. Выполнить приближение данных линией по МНК ортогональной регрессией Деминга, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Измерены пары (*xi*, *yi*) точек, теоретические значения которых . Предполагается, что точки лежат на прямой линии и что

.

Необходимо найти прямую наилучшего сглаживания, вида

,

И такой, чтобы

.

Минимизируя функционал *Ф* получим решение



[0.4247054]



[150.91351649]

Далее записываем модель 

В итоге зная значения коэффициентов  и находим поправки :



[-0.04488448]  
[0.01266236]  
[0.03091282]  
[0.00679838]  
[0.02787818]  
[0.02240974]  
[-0.02400936]  
[-0.02473314]  
[-0.02888992]  
[-0.01178306]  
[0.03378036]



[0.00775892]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК ортогональной регрессией Гандера, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Имеем модель вида:

 => норм. вид => 

Которая решается следующим образом:

Составляем матрицу А:



[ 1. 147.028 213.402]  
[ 1. 169.612 222.936]  
[ 1. 192.014 232.432]  
[ 1. 214.806 242.136]  
[ 1. 237.363 251.695]  
[ 1. 259.914 261.278]  
[ 1. 282.637 270.975]  
[ 1. 305.291 280.597]  
[ 1. 328.057 290.27 ]  
[ 1. 350.607 299.83 ]  
[ 1. 372.965 309.28 ]

На основе описанного выше метода решения ортогональной регрессии получаем значения ,  и .



[-138.90510157]  
[-0.39091096]  
[0.9204285]

Находим значения :



[0.04132483]  
[-0.01164292]  
[-0.02844117]  
[-0.00624555]  
[-0.025648]  
[-0.02061469]  
[0.02211077]  
[0.02277696]  
[0.02660297]  
[0.01085733]  
[-0.03108054]



[0.00657327]

Зная значения  вычисляем матрицы  и :



[-0.01615433]  
[0.00455135]  
[0.01111796]  
[0.00244146]  
[0.01002608]  
[0.00805851]  
[-0.00864334]  
[-0.00890376]  
[-0.01039939]  
[-0.00424425]  
[0.01214972]



[0.03803655]  
[-0.01071648]  
[-0.02617806]  
[-0.00574859]  
[-0.02360715]  
[-0.01897435]  
[0.02035139]  
[0.02096456]  
[0.02448614]  
[0.0099934]  
[-0.02860741]

Находим значения коэффициентов  и :



[0.4247054]



[150.91351649]

Далее находим значения:



[213.35710262]  
[222.94864946]  
[232.46289992]  
[242.14278549]  
[251.72286528]  
[261.30039685]  
[270.95097774]  
[280.57225396]  
[290.24109719]  
[299.81820404]  
[309.31376746]

1. Сделать выводы по результатам вычислений.

Так как при ортогональной регрессии мы вводим поправки как в так и в, а в обычном методе наименьших квадратов только в , суммы квадратов поправок будут меньше чем при традиционном способе уравнивания методом наименьших квадратов. В других способах (традиционных) суммы квадратов поправок будут больше.