**УО «Полоцкий государственный университет»**

**Кафедра Геодезии и ГИС**

**Лабораторная работа №2**

**Аппроксимация линии**

**Выполнил: ст.гр. 16-ГЕО**

**Бабыдов В.А.**

**Проверил: Дегтярев А.М.**

**Новополоцк 2020г.**

Вариант: 2

1. Получить исходные данные (x,y).



[51.595]  
[66.844]  
[81.95]  
[97.3]  
[112.513]  
[127.709]  
[143.002]  
[158.268]  
[173.611]  
[188.817]  
[203.907]



[163.692]  
[182.886]  
[201.959]  
[221.402]  
[240.605]  
[259.827]  
[279.231]  
[298.536]  
[317.94]  
[337.14]  
[356.152]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в натуральных величинах, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Имеем модель вида:



Которая решается следующим образом:

Составляем матрицу X:



[51.595 1. ]  
[66.844 1. ]  
[81.95 1. ]  
[97.3 1. ]  
[112.513 1. ]  
[127.709 1. ]  
[143.002 1. ]  
[158.268 1. ]  
[173.611 1. ]  
[188.817 1. ]  
[203.907 1. ]

Затем из матрицы X получаем матрицу N:



[205151.055998 1405.516 ]  
[1405.516 11. ]

Имея матрицы X и y получаем матрицу с:



[397673.729576]  
[2859.37]

Обратив матрицу N получим матрицу Q:



[ 3.91199589e-05 -4.99852074e-03]  
[-0.00499852 0.72959099]

Получим матрицу k имея значения Q и c:



[1.2643597]  
[98.3902006]

В итоге получаем поправки v:



[-0.06716049]  
[0.01906064]  
[0.04547832]  
[0.01039978]  
[0.04210395]  
[0.03331401]  
[-0.03483304]  
[-0.0381178]  
[-0.04304687]  
[-0.01719321]  
[0.04999472]



[0.01724726]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в центрированных величинах, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

При решении в центрированных величинах составляют матрицу плана А = [x y] и из неё обычным способом получают ковариационную матрицу S

=

[257.73358417 0. ]  
[0. 0.08146852]

Тогда коэффициенты модели будут



[1.2643597]



[98.3902006]

Получаем поправки v:



[-0.06716049]  
[0.01906064]  
[0.04547832]  
[0.01039978]  
[0.04210395]  
[0.03331401]  
[-0.03483304]  
[-0.0381178]  
[-0.04304687]  
[-0.01719321]  
[0.04999472]



[0.01724726]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в натуральных величинах, используя фиксацию в точке, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Также для сглаживания линии прямой на плоскости можно использовать метод наименьших квадратов с фиксацией линии, при котором имеем модель вида:



Данная модель будет решаться следующим образом:





В качестве точки через которую должна проходить линия возьмем координаты 5 точки.

То есть  [112.513]  
 и  [240.605]

Составляем матрицу:

=

[0.04167785]  
[-0.01181167]  
[-0.02820269]  
[-0.00644519]  
[-0.02611565]  
[-0.020666]  
[0.02160523]  
[0.02363979]  
[0.02669436]  
[0.01065321]  
[-0.03102922]

Получаем матрицу:

 =

[2.05151056e+05 1.40551600e+03 1.12513000e+02]  
[1.405516e+03 1.100000e+01 1.000000e+00]  
[112.513 1. 0. ]

Имея значения  и  составляем матрицу :



[397673.729576]  
[2859.37]  
[240.605]

Затем получаем матрицу :



[1.26461102]  
[98.31982025]  
[0.42095416]

Вычленяем из матрицы  матрицу :



[1.26461102]  
[98.31982025]

В итоге находим поправки :

=

[-0.12457415]  
[-0.03452069]  
[-0.00430662]  
[-0.03552745]  
[-5.96855898e-13]  
[-0.00497093]  
[-0.0692746]  
[-0.06872276]  
[-0.06979587]  
[-0.04012069]  
[0.03085961]



[0.03497109]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК в натуральных величинах, используя заданную ориентировку, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

При этом имеем модель вида:





Которая решается следующим образом:

Находим коэффициент :



[1.2644227]

Далее вычисляем значения коэффициента :



[98.3821515]

В итоге зная значения коэффициентов  и находим поправки :



[-0.07195937]  
[0.01522236]  
[0.04259164]  
[0.00848006]  
[0.04114258]  
[0.0333099]  
[-0.03387377]  
[-0.03619685]  
[-0.04015939]  
[-0.01334784]  
[0.05479068]



[0.0173487]

При таких решениях корректировка производится только одной координаты (в данном случае у), подразумевая, таким образом, что ошибочна только координата у, что не верно по сути задачи. Решение при учете погрешностей в обоих координатах, и таким образом корректировки поправками и координаты х и координаты у, носит название ортогональной регрессии.

1. Выполнить приближение данных линией по МНК ортогональной регрессией Деминга, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Измерены пары (*xi*, *yi*) точек, теоретические значения которых . Предполагается, что точки лежат на прямой линии и что

.

Необходимо найти прямую наилучшего сглаживания, вида

,

И такой, чтобы

.

Минимизируя функционал *Ф* получим решение



[1.26436003]



[98.39015865]

Далее записываем модель 

В итоге зная значения коэффициентов  и находим поправки :



[-0.06714355]  
[0.01908258]  
[0.04550523]  
[0.01043172]  
[0.04214089]  
[0.03335593]  
[-0.0347861]  
[-0.03806585]  
[-0.04298988]  
[-0.01713123]  
[0.05006166]



[0.01724728]

1. Выполнить приближение данных линией по МНК ортогональной регрессией Гандера, получив элементы корректировки *v* и оценку качества в виде [*v*2].

Имеем модель вида:

 => норм. вид => 

Которая решается следующим образом:

Составляем матрицу А:



[ 1. 51.595 163.692]  
[ 1. 66.844 182.886]  
[ 1. 81.95 201.959]  
[ 1. 97.3 221.402]  
[ 1. 112.513 240.605]  
[ 1. 127.709 259.827]  
[ 1. 143.002 279.231]  
[ 1. 158.268 298.536]  
[ 1. 173.611 317.94 ]  
[ 1. 188.817 337.14 ]  
[ 1. 203.907 356.152]

На основе описанного выше метода решения ортогональной регрессии получаем значения ,  и .



[-61.03534702]  
[-0.78433305]  
[0.62033996]

Находим значения :



[0.04167785]  
[-0.01181167]  
[-0.02820269]  
[-0.00644519]  
[-0.02611565]  
[-0.020666]  
[0.02160523]  
[0.02363979]  
[0.02669436]  
[0.01065321]  
[-0.03102922]



[0.00663712]

Зная значения  вычисляем матрицы  и :



[-0.03268931]  
[0.00926428]  
[0.0221203]  
[0.00505518]  
[0.02048337]  
[0.01620902]  
[-0.01694569]  
[-0.01854147]  
[-0.02093727]  
[-0.00835566]  
[0.02433725]



[0.02585443]  
[-0.00732725]  
[-0.01749526]  
[-0.00399821]  
[-0.01620058]  
[-0.01281994]  
[0.01340259]  
[0.0146647]  
[0.01655958]  
[0.00660861]  
[-0.01924867]

Находим значения коэффициентов  и :



[1.26436003]



[98.39015865]

Далее находим значения:



[163.62481451]  
[182.90504064]  
[202.00446328]  
[221.41238977]  
[240.64709894]  
[259.86031399]  
[279.19617196]  
[298.49789221]  
[317.89696818]  
[337.12282683]  
[356.20201971]

1. Сделать выводы по результатам вычислений.

Исходя из полученных данных можем сделать вывод, что когда мы производим вычисления на основе ортогональной регрессии то суммы квадратов поправок будут меньше чем при традиционной способе уравнивания методом наименьших квадратов. Это связано с тем, что при ортогональной регрессии мы вводим поправки как в так и в, а в обычном методе наименьших квадратов только в . То есть при ортогональной регрессии мы рассматриваем икак равноправные координаты точек, а в обычном же методе наименьших квадратов мы оставляем неизменными.