

# Bio Ingénierie

## ENISE Génie Sensoriel - S9

Maxime BEL

November 9, 2024

### Contents

<b>1</b>	<b>Étude des Contraintes</b>	<b>2</b>
1.1	Un paramètre important : le rayon . . . . .	2
1.2	Un paramètre important : la force . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Biopsie</b>	<b>10</b>
<b>3</b>	<b>Pression de contact</b>	<b>10</b>

# 1 Étude des Contraintes

## 1.1 Un paramètre important : le rayon

### Abstract

Le but est d'analyser le contact entre une sphère ( $E = 210\text{GPa}$ ) de différents rayon (10mm, 5mm, 2mm, 0.5mm) à une force donnée (50N) contre une surface polymère plane ( $E = 10\text{MPa}$ ) et dans un autre cas, contre une surface sphérique, une sphère de même rayon ( $E = 210\text{GPa}$ ).

Cette analyse sert à comprendre de quelle manière les matériaux se déforment et comment les contraintes intérieures et extérieures se répartissent au niveau de la zone de contact ainsi qu'en profondeur.

### Matériels & Méthodes

Nous utiliserons des systèmes de coordonnées polaires car nous étudions une sphère. On notera les contraintes radiales  $\sigma_r$ , les contraintes angulaires  $\sigma_\theta$  et les contraintes axiales  $\sigma_z$ .

Nous étudierons 2 à 2 les contacts sphère-sphère et sphère-polymère pour chaque types de contraintes.

Nous utiliserons les formules adéquates :

On met en relation les 2 modules de Young notés  $E_1$  et  $E_2$  pour les 2 coefficients de poisson notés  $\nu_1$  et  $\nu_2$ .(1)

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1)$$

Le rayon équivalent est utilisée de la même manière pour mettre en relation les 2 surfaces de contact. Lorsque c'est un contact sphère-plan, alors le rayon du plan est infini et le rayon pris en compte est celui de la sphère. Lorsque c'est un contact sphère-sphère, alors, nous utilisons la formule ci-dessus.(2)

$$R^* = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2)$$

Le rayon de contact noté  $a$  est le rayon de la surface créé lorsque les 2 surfaces se rencontrent.(3)

$$a = \left( \frac{3FR^*}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

La pression maximale exercée au centre du cercle de contact notée  $p_0$ .(4)

$$p_0 = \frac{3F}{2\pi a^2} \quad (4)$$

Nous afficherons sur la même courbe du graphique les contraintes radiales intérieures et extérieures car elles sont complémentaires, nous pourrons les visualiser séparément en se repérant grâce à l'abscisse représentant le rayon de contact.(5)(6)

$$\frac{\sigma_{r\_int}}{p_0} = \left( \frac{1-2\nu}{3} \cdot \frac{a^2}{r^2} \left( 1 - \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right) - \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\sigma_{r\_ext}}{p_0} = \frac{(1-2\nu) \cdot a^2}{3r^2} \quad (6)$$

De la même manière pour les contraintes angulaires intérieures et extérieures.(7)(8)

$$\frac{\sigma_{\theta\_int}}{p_0} = \left( -\frac{1-2\nu}{3} \cdot \frac{a^2}{r^2} \left( 1 - \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right) - 2\nu \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\sigma_{\theta\_ext}}{p_0} = -\frac{(1-2\nu) \cdot a^2}{3r^2} \quad (8)$$

Finalement, la contrainte axiale. (9)

$$\frac{\sigma_z}{p_0} = -\sqrt{1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2} \quad (9)$$

## Résultats

Étudions alors les contraintes radiales sur un contact sphère-sphère et sphère-polymère(plan).

On peut remarquer une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, ce qui est assez intuitif avec un contact sphère supposée parfaitement ronde. De plus, on remarque que pour une force donnée, le rayon est un facteur qui agit sur la contrainte : plus le rayon est grand et plus les contraintes intérieures et extérieures en valeur absolue augmentent.Fig(1)

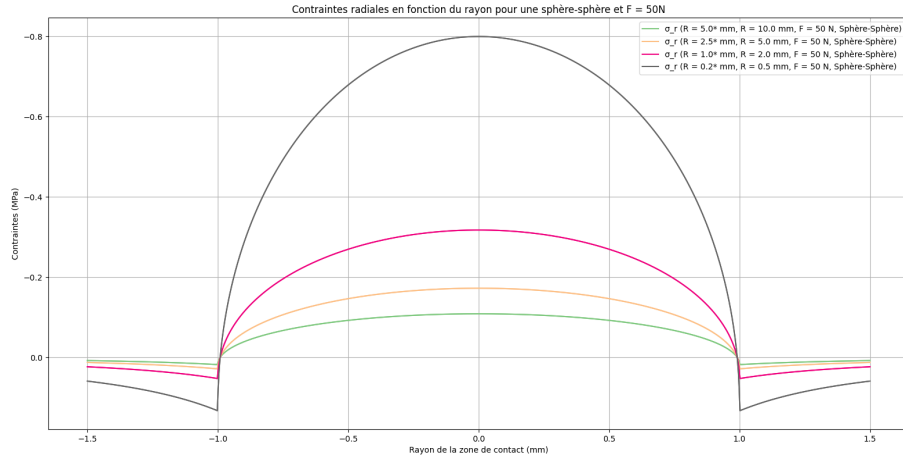


Figure 1: Contraintes radiales en fonction du rayon pour une sphère-sphère et  $F = 50\text{N}$

On remarque sur Fig(2) que le module d'Young et donc le coefficient de poisson de la surface en contact avec la sphère agit sur les contraintes radiales.

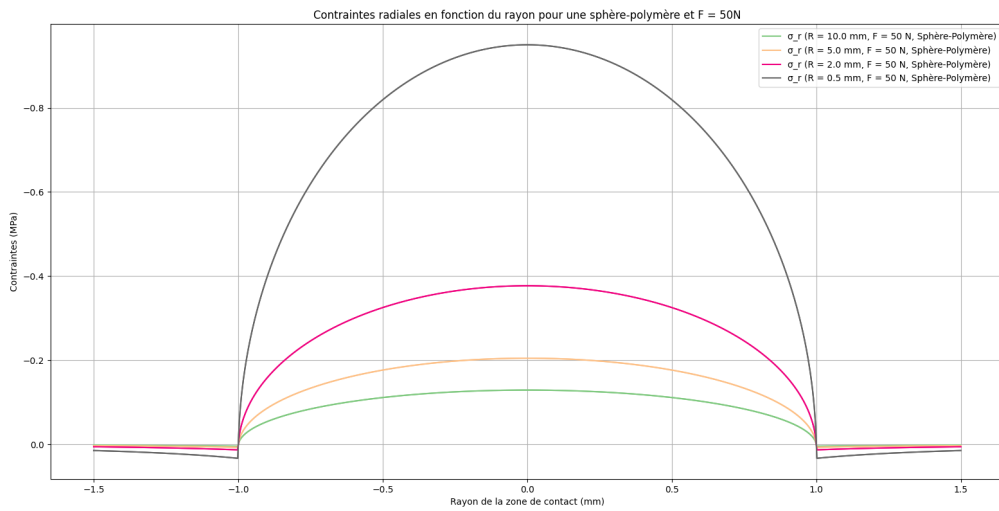


Figure 2: Contraintes radiales en fonction du rayon pour une sphère-polymère et  $F = 50\text{N}$

De la même manière, on peut regarder la contrainte axiale qui elle aussi est une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et qui augmente lorsque le rayon augmente également. Fig(3)

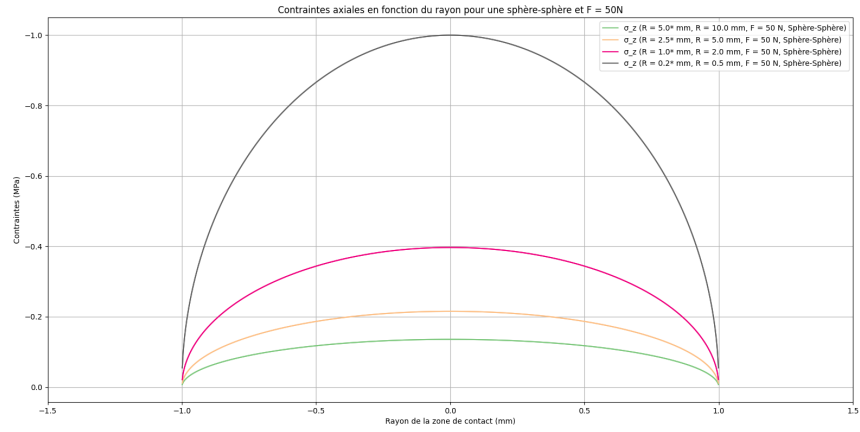


Figure 3: Contraintes axiales en fonction du rayon pour une sphère-sphère et  $F = 50N$

Or, la surface de contact à la sphère n'agit pas sur la contrainte axiale comme nous le montre la Fig(4)

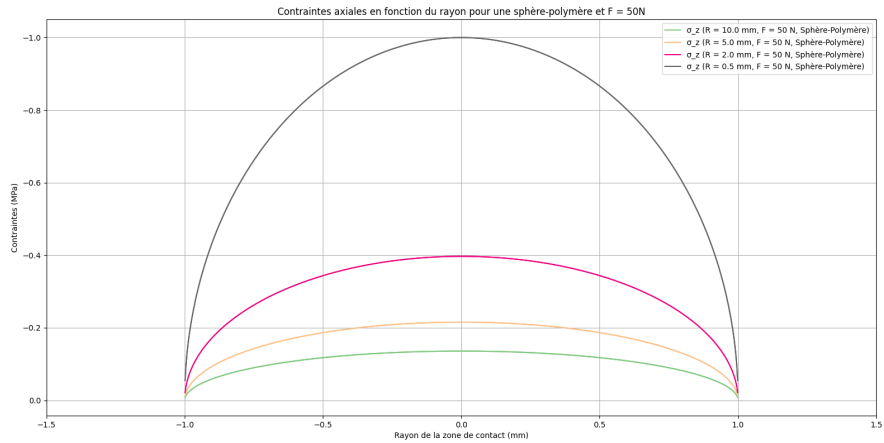


Figure 4: Contraintes axiales en fonction du rayon pour une sphère-polymère et  $F = 50N$

On remarque toujours la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées. De plus, les contraintes intérieures angulaires et radiales présentent des similitudes, la principale différence étant que la contrainte intérieure angulaire, la plus éloignée du centre du cercle de contact, est négative, tandis que la contrainte intérieure radiale à la même distance est positive. Ainsi, à mesure que l'on s'éloigne du centre du cercle de contact, les contraintes diminuent, indépendamment de la direction. Fig(5)

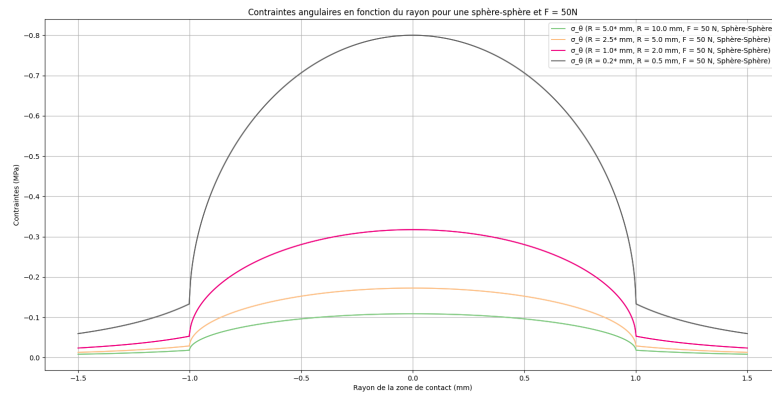


Figure 5: Contraintes angulaires en fonction du rayon pour une sphère-polymère et F = 50N

On remarque que la même logique précédemment s'applique sur tout type de contact. Fig(6)

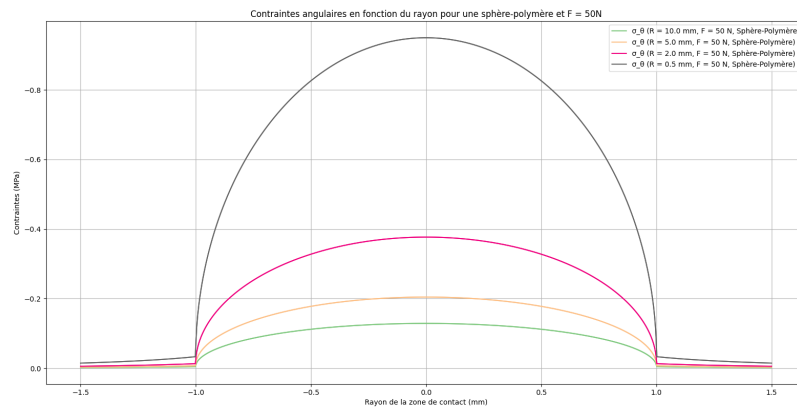


Figure 6: Contraintes angulaires en fonction du rayon pour une sphère-polymère et F = 50N

## 1.2 Un paramètre important : la force

Par analogie, nous présenterons les mêmes graphiques mais cette fois-ci en fixant le rayon et en changeant la force exercée (50N et 100N).

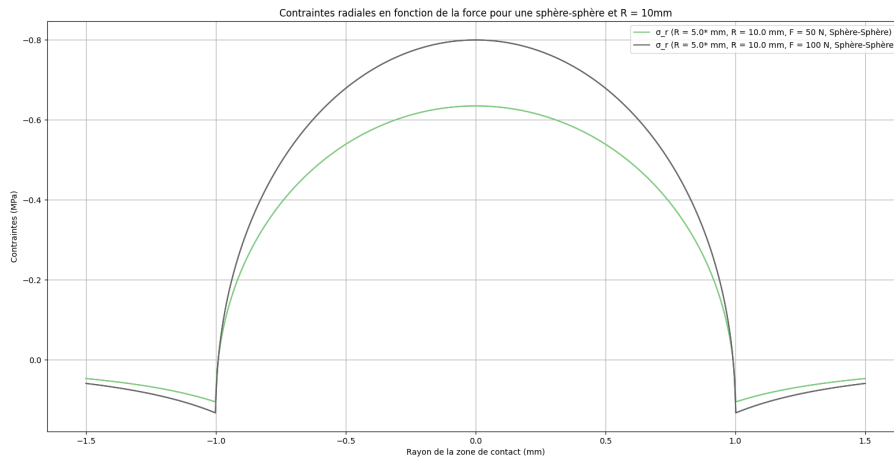


Figure 7: Contraintes radiales en fonction de la force pour une sphère-sphère et  $R = 10\text{mm}$

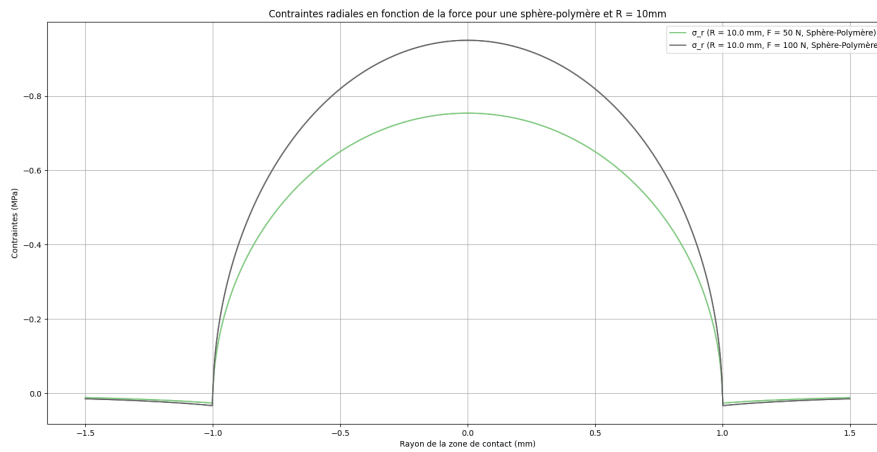


Figure 8: Contraintes radiales en fonction de la force pour une sphère-polymère et  $R = 10\text{mm}$

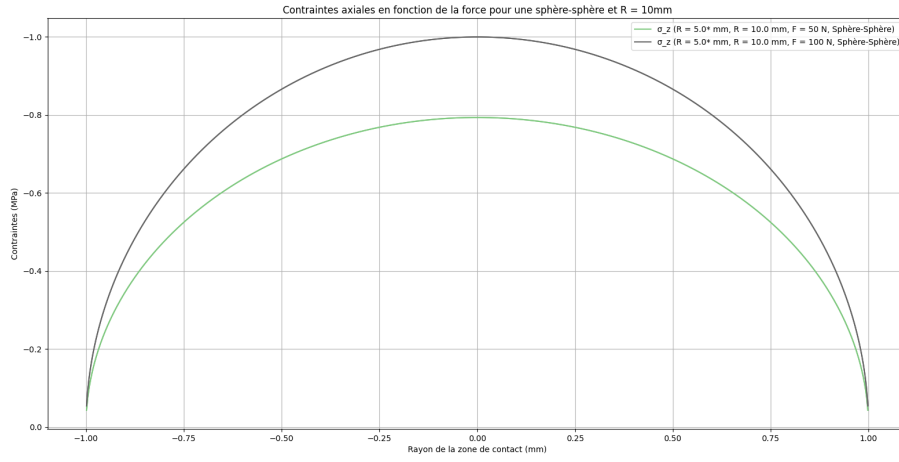


Figure 9: Contraintes axiales en fonction de la force pour une sphère-sphère et  $R = 10\text{mm}$

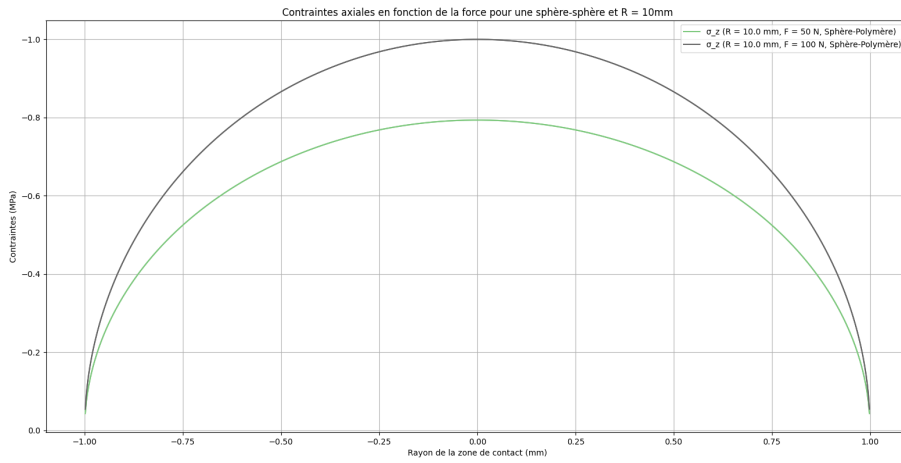


Figure 10: Contraintes axiales en fonction de la force pour une sphère-polymère et  $R = 10\text{mm}$



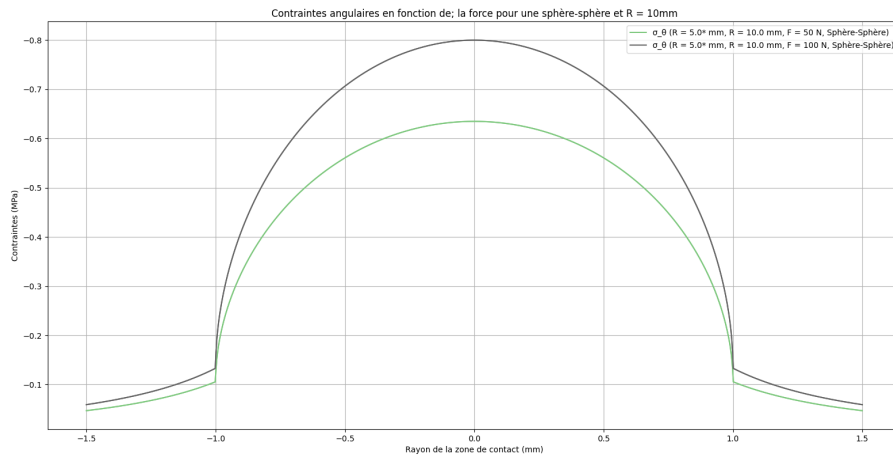


Figure 11: Contraintes angulaires en fonction de la force pour une sphère-sphère et  $R = 10\text{mm}$

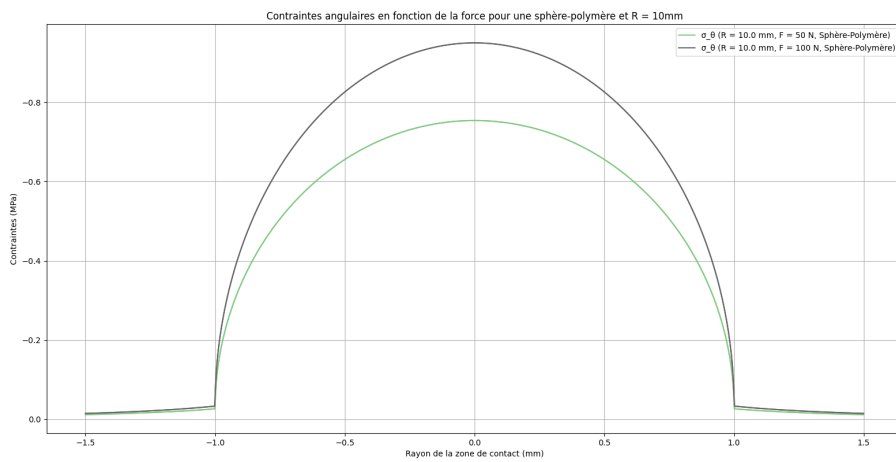


Figure 12: Contraintes angulaires en fonction de la force pour une sphère-polymère et  $R = 10\text{mm}$

**2 Biopsie**

**3 Pression de contact**