

Bio Ingénierie

ENISE Génie Sensoriel - S9

Maxime BEL

November 14, 2024

Contents

1	Étude des Contraintes	2
1.1	Un paramètre important : le rayon	2
1.2	Un paramètre important : la force	7
2	Biopsie	10
3	Pression de contact	12
4	Rosette de déformation	15

1 Étude des Contraintes

1.1 Un paramètre important : le rayon

Abstract

Le but est d'analyser le contact entre une sphère ($E = 210\text{GPa}$) de différents rayon (10mm, 5mm, 2mm, 0.5mm) à une force donnée (50N) contre une surface polymère plane ($E = 10\text{MPa}$) et dans un autre cas, contre une surface sphérique, une sphère de même rayon ($E = 210\text{GPa}$).

Cette analyse sert à comprendre de quelle manière les matériaux se déforment et comment les contraintes intérieures et extérieures se répartissent au niveau de la zone de contact ainsi qu'en profondeur.

Matériels & Méthodes

Nous utiliserons des systèmes de coordonnées polaires car nous étudions une sphère. On notera les contraintes radiales σ_r , les contraintes angulaires σ_θ et les contraintes axiales σ_z .

Nous étudierons 2 à 2 les contacts sphère-sphère et sphère-polymère pour chaque types de contraintes.

Nous utiliserons les formules adéquates :

On met en relation les 2 modules de Young notés E_1 et E_2 pour les 2 coefficients de poisson notés ν_1 et ν_2 .(1)

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1)$$

Le rayon équivalent est utilisée de la même manière pour mettre en relation les 2 surfaces de contact. Lorsque c'est un contact sphère-plan, alors le rayon du plan est infini et le rayon pris en compte est celui de la sphère. Lorsque c'est un contact sphère-sphère, alors, nous utilisons la formule ci-dessus.(2)

$$R^* = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2)$$

Le rayon de contact noté a est le rayon de la surface créé lorsque les 2 surfaces se rencontrent.(3)

$$a = \left(\frac{3FR^*}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

La pression maximale exercée au centre du cercle de contact notée p_0 .(4)

$$p_0 = \frac{3F}{2\pi a^2} \quad (4)$$

Nous afficherons sur la même courbe du graphique les contraintes radiales intérieures et extérieures car elles sont complémentaires, nous pourrons les visualiser séparément en se repérant grâce à l'abscisse représentant le rayon de contact.(5)(6)

$$\frac{\sigma_{r_int}}{p_0} = \left(\frac{1-2\nu}{3} \cdot \frac{a^2}{r^2} \left(1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right) - \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\sigma_{r_ext}}{p_0} = \frac{(1-2\nu) \cdot a^2}{3r^2} \quad (6)$$

De la même manière pour les contraintes angulaires intérieures et extérieures.(7)(8)

$$\frac{\sigma_{\theta_int}}{p_0} = \left(-\frac{1-2\nu}{3} \cdot \frac{a^2}{r^2} \left(1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right) - 2\nu \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\sigma_{\theta_ext}}{p_0} = -\frac{(1-2\nu) \cdot a^2}{3r^2} \quad (8)$$

Finalement, la contrainte axiale. (9)

$$\frac{\sigma_z}{p_0} = -\sqrt{1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2} \quad (9)$$

Résultats

Étudions alors les contraintes radiales sur un contact sphère-sphère et sphère-polymère(plan).

On peut remarquer une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, ce qui est assez intuitif avec un contact sphère supposée parfaitement ronde. De plus, on remarque que pour une force donnée, le rayon est un facteur qui agit sur la contrainte : plus le rayon est grand et plus les contraintes intérieures et extérieures en valeur absolue diminuent.Fig(1)

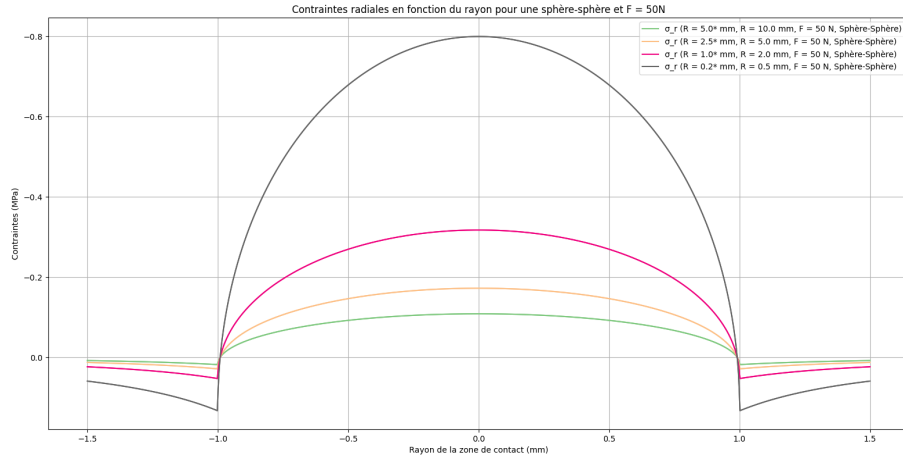


Figure 1: Contraintes radiales en fonction du rayon de contact pour 4 rayons pour un contact sphère-sphère et $F = 50\text{N}$

On remarque sur Fig(2) que le module d'Young et donc le coefficient de poisson de la surface en contact avec la sphère agit sur les contraintes radiales.

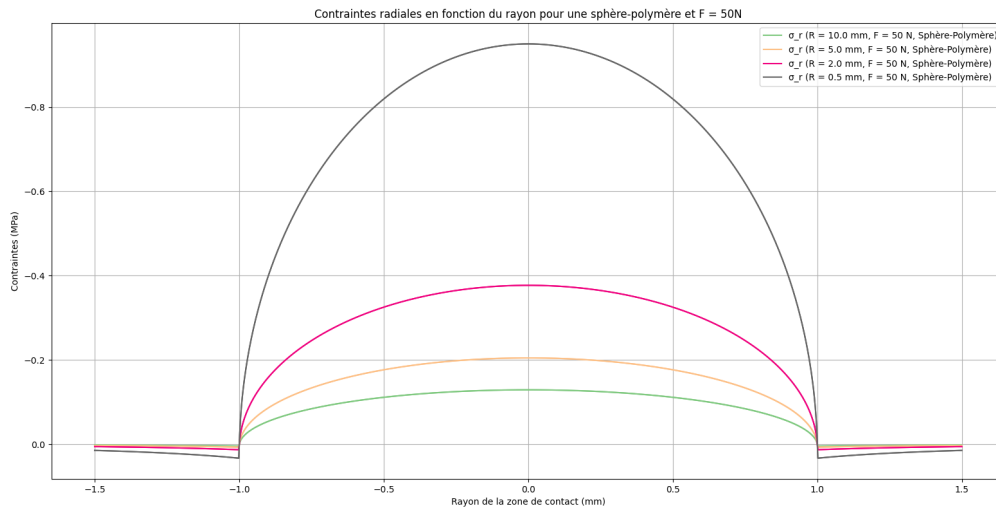


Figure 2: Contraintes radiales en fonction du rayon de contact pour 4 rayons pour un contact sphère-polymère et $F = 50\text{N}$

De la même manière, on peut regarder la contrainte axiale qui elle aussi est une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et qui diminue lorsque le rayon augmente également. Fig(3)

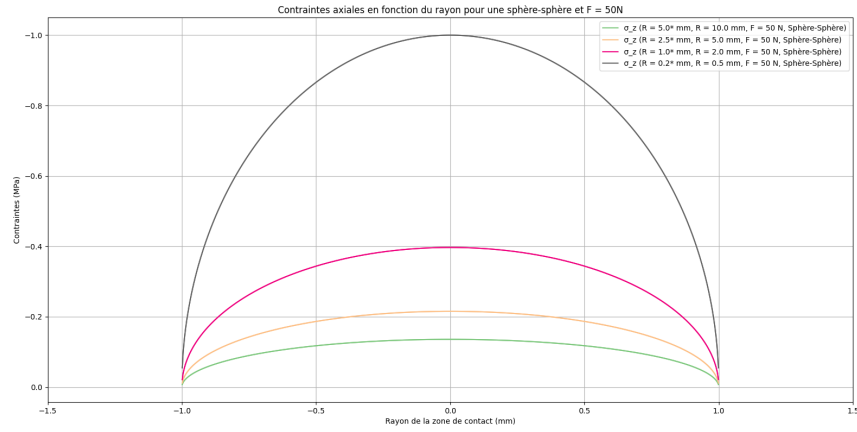


Figure 3: Contraintes axiales en fonction du rayon de contact pour 4 rayons pour un contact sphère-sphère et $F = 50\text{N}$

Or, la surface de contact à la sphère n'agit pas sur la contrainte axiale comme nous le montre la Fig(4)

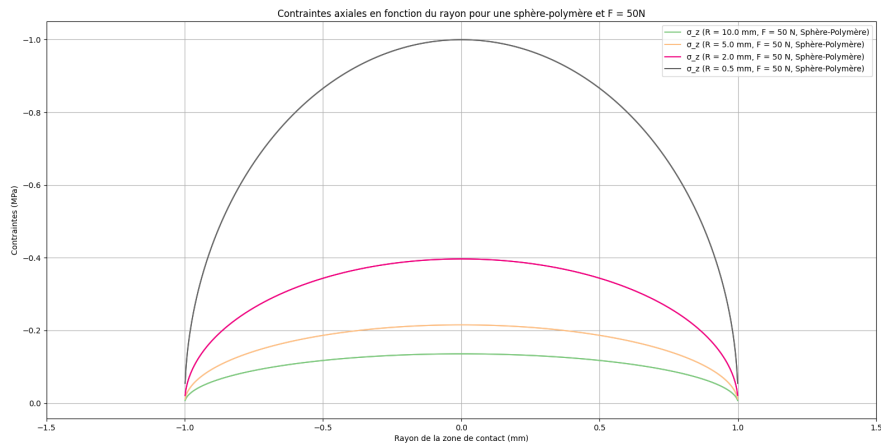


Figure 4: Contraintes axiales en fonction du rayon de contact pour 4 rayons pour un contact sphère-polymère et $F = 50\text{N}$

On remarque toujours la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées. De plus, les contraintes intérieures angulaires et radiales présentent des similitudes, la principale différence étant que la contrainte intérieure angulaire, la plus éloignée du centre du cercle de contact, est négative, tandis que la contrainte intérieure radiale à la même distance est positive. Ainsi, à mesure que l'on s'éloigne du centre du cercle de contact, les contraintes diminuent, indépendamment de la direction. Fig(5)

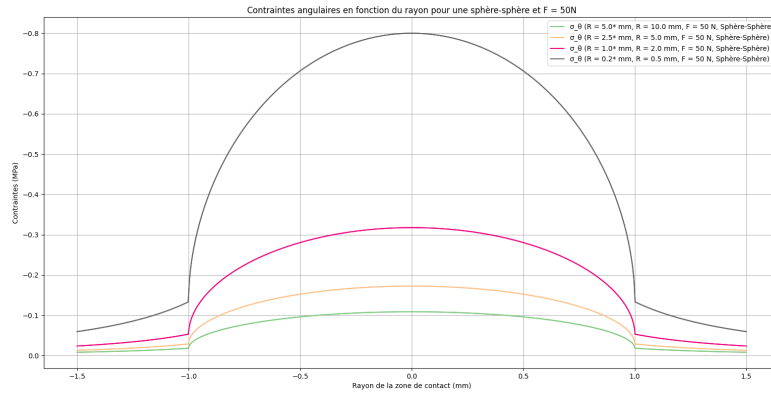


Figure 5: Contraintes angulaires en fonction du rayon de contact pour 4 rayons pour un contact sphère-sphère et $F = 50N$

On remarque que la même logique précédemment s'applique sur tout type de contact. Fig(6)

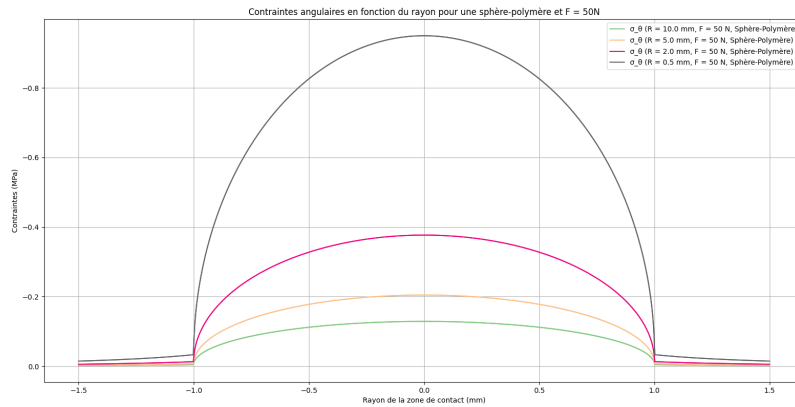


Figure 6: Contraintes angulaires en fonction du rayon de contact pour 4 rayons pour un contact sphère-polymère et $F = 50N$

1.2 Un paramètre important : la force

Par analogie, nous présenterons les mêmes graphiques mais cette fois-ci en fixant le rayon et en changeant la force exercée (50N et 100N).

On remarque une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Lorsque la force exercée augmente, alors les contraintes intérieures et extérieures en valeur absolue augmentent également. Fig(7)

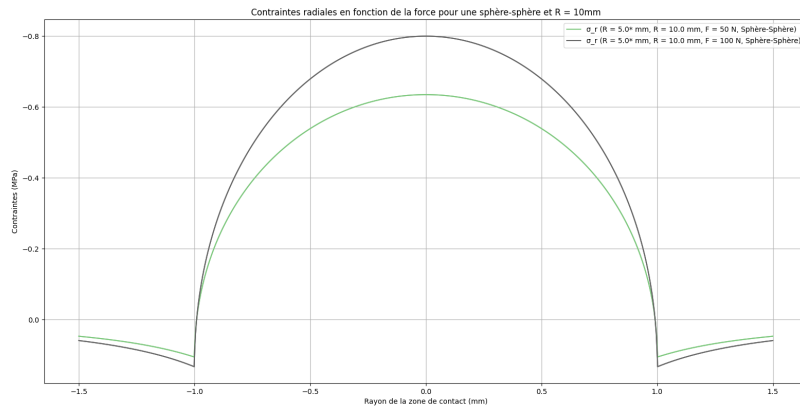


Figure 7: Contraintes radiales en fonction du rayon de contact pour 2 forces pour un contact sphère-sphère et $R = 10\text{mm}$

On remarque aussi que le module de Young et le coefficient de poisson joue un rôle. Fig(8)

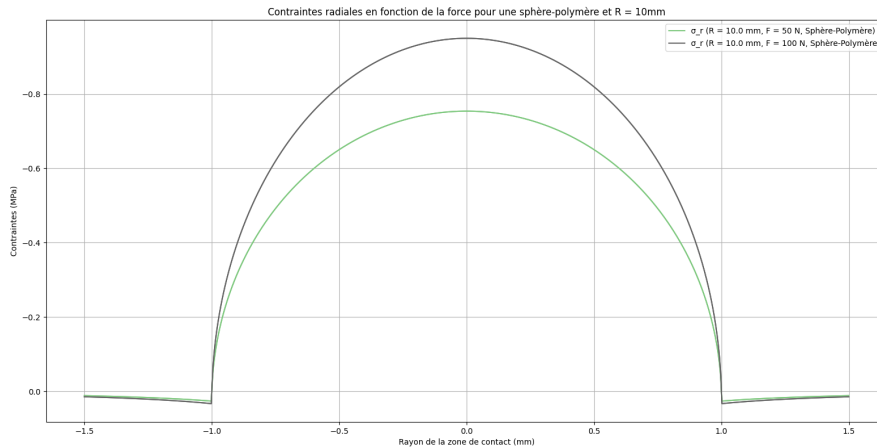


Figure 8: Contraintes radiales en fonction du rayon de contact pour 2 forces pour un contact sphère-polymère et $R = 10\text{mm}$

De la même manière, les courbes sont symétriques selon l'axe des ordonnées et si la force augmente alors la contrainte axiale augmente également. Fig(9)

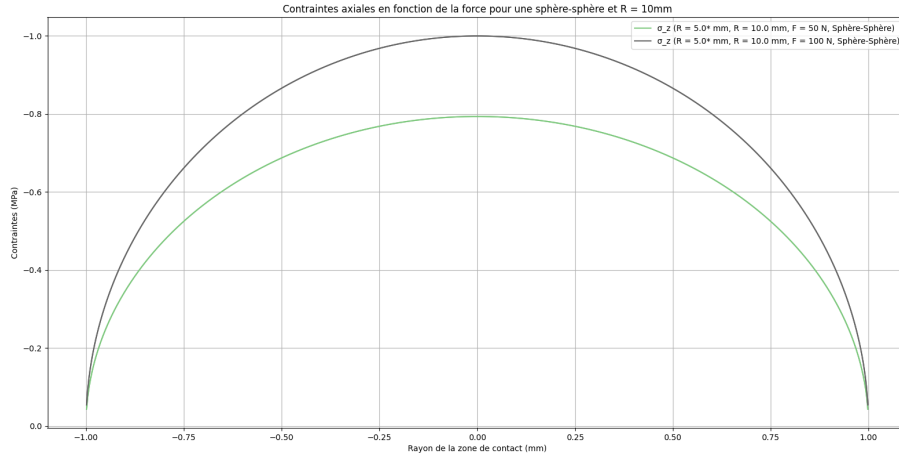


Figure 9: Contraintes axiales en fonction de la force pour une sphère-sphère et $R = 10\text{mm}$

Le module d'Young et ainsi le coefficient de poisson n'agissent pas sur la contrainte axiale. Donc, le surface de contact n'a pas d'influence. Fig(10)

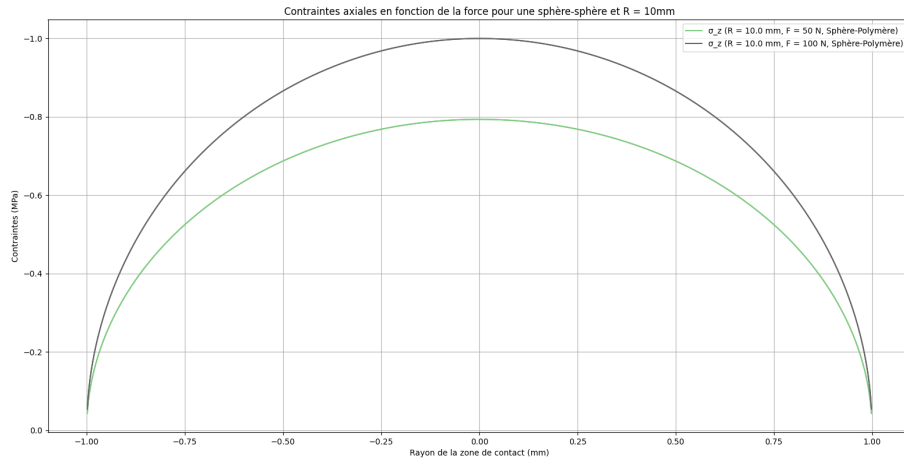


Figure 10: Contraintes axiales en fonction de la force pour une sphère-polymère et $R = 10\text{mm}$

Par analogie avec les graphiques sur les différents rayons, on remarque que par valeur absolue des contraintes intérieures les plus loins du centre du cercle de contact, ce sont les mêmes entre la contrainte radiale et angulaire. Cela change ainsi les contraintes extérieures qui tendent à être nulles plus on s'éloigne du centre du cercle de contact. Fig(11)

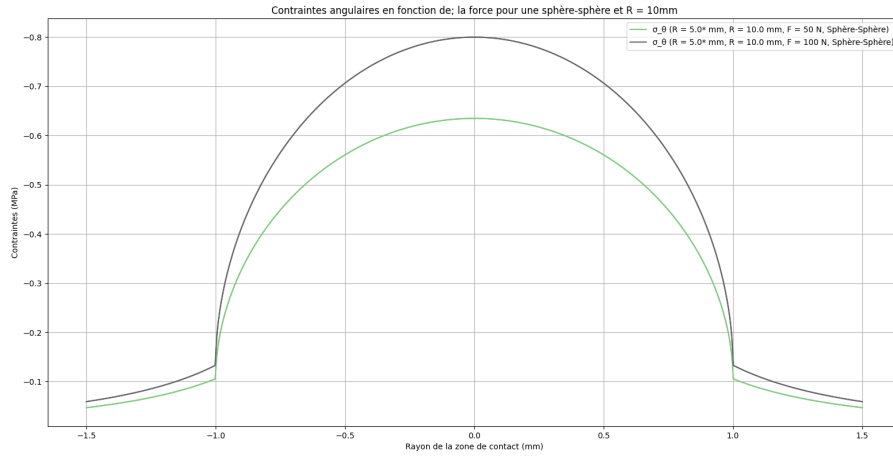


Figure 11: Contraintes angulaires en fonction de la force pour une sphère-sphère et R = 10mm

De la même manière, on remarque que la surface de contact influe sur les contraintes angulaires. Fig(12)

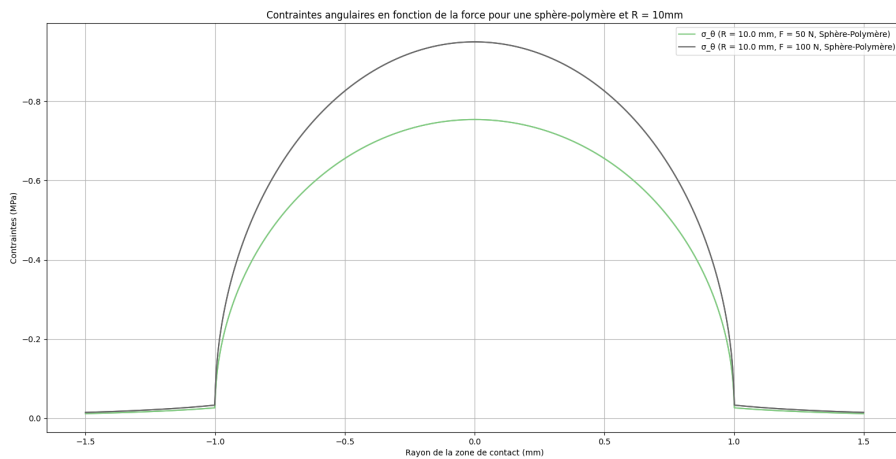


Figure 12: Contraintes angulaires en fonction de la force pour une sphère-polymère et R = 10mm

2 Biopsie

Abstract

Cette étude vise à analyser la déformation mécanique d'une biopsie sous un essai de traction, combinée à une imagerie. L'objectif est de déterminer le coefficient de Poisson du matériau biologique étudié, ainsi que les directions et déformations principales de l'échantillon. Une modélisation des déformations planes est effectuée pour évaluer comment le matériau réagit sous différentes extensions (10% et 15%).

Matériel & Méthodes

L'analyse est faite sur un échantillon de biopsie sur un essai de traction. On réalise des mesures à 10% et à 15%. De plus, la distorsion γ est calculée avec un modèle de déformations planes dans le but de calculer les directions principales. On regarde les indices de tension à 0%, 10% et à 15% pour observer les variations des paramètres IX, IY et IC.

Nous avons comme formule :

La déformation ε selon l'angle φ :

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\varphi) + \varepsilon_{xy} \sin(2\varphi) \quad (10)$$

L'expression de la distorsion γ :

$$\frac{\gamma_\varphi}{2} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin(2\varphi) + \varepsilon_{xy} \cos(2\varphi) \quad (11)$$

Également à l'aide de résultats des déformations en x en y et en xy à 10% et 15% :

	10%	15%
ε_x	0.146	0.080
ε_y	0.042	0.024
ε_{xy}	1.48	0.024

Table 1: Tableau des déformations planes en x en y et en xy pour 10% et 15% d'extension.

Résultats

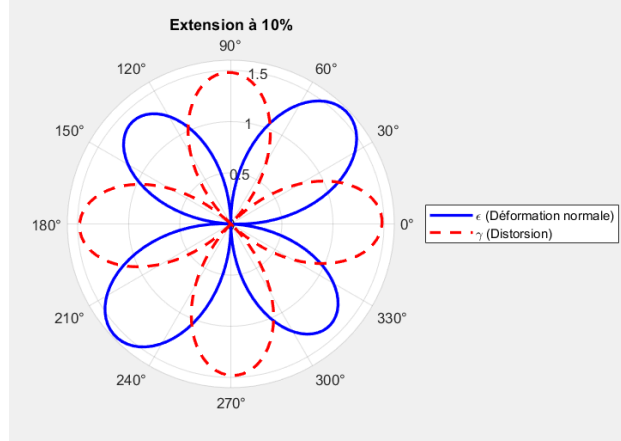


Figure 13: Variation de ε_n à 10%, γ à 10% en fonction de φ_1

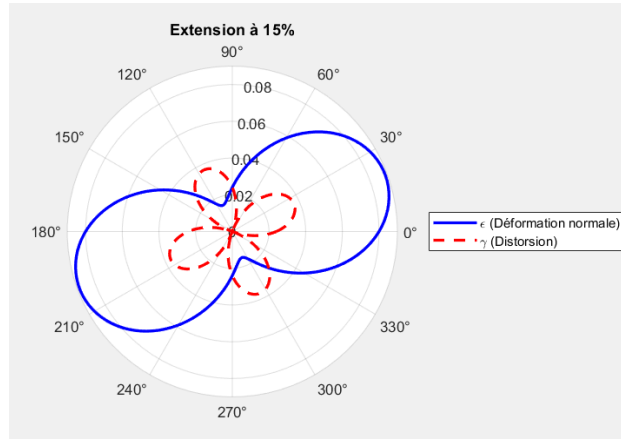


Figure 14: Variation de ε_n à 15%, γ à 15% en fonction de φ_1

Pour l'extension à 10%, les amplitudes des déformations principales sont plus importantes. Cela peut suggérer que le matériau est plus sensible aux changements directionnels sous une contrainte plus élevée, ce qui pourrait affecter ses performances en usage réel. Fig(13)

Dans le cas de l'extension à 15%, la déformation dans la direction principale présente des variations d'amplitude plus faibles, ce qui peut indiquer une meilleure homogénéité du matériau sous une contrainte modérée. Fig(14)

3 Pression de contact

Abstract

Cette étude essaye de déduire les effets du rayon de courbure et de la force appliquée sur la pression de contact dans le modèle de Hertz pour deux types de contacts : sphère-sphère (aciers) et sphère-polymère (surface plane). Quatre sphères de rayons différents (10 mm, 5 mm, 2 mm, et 0,5 mm) ont été soumises à des forces de 50 N et 100 N pour évaluer les variations du rayon de contact et de la pression maximale au centre de la zone de contact. Les deux matériaux utilisés ont des modules d'élasticité très différents : 210 GPa pour l'acier et 10 MPa pour le polymère, avec des coefficients de Poisson respectifs de 0,3 et 0,45.

Matériels & Méthodes

Les calculs de pression au centre du contact ont été réalisés en appliquant les équations de Hertz pour des forces de 50 N et 100 N sur des sphères d'acier (module d'élasticité $E = 210\text{GPa}$) et de polymère (module d'élasticité $E = 10\text{MPa}$). Les rayons de contact a ont été déterminés pour chaque combinaison de force et de rayon de sphère en utilisant les formules (1) (2) (3) et (4)

Résultats

On remarque que la pression diminue à mesure que le rayon de contact augmente, cela s'explique parce que plus le rayon de contact augmente alors plus la surface augmente également. Lorsque que l'on se rappelle de la formule de la pression, si la surface augmente alors la pression diminue car c'est inversement proportionnel.

On peut également remarquer que plus le rayon de la sphère est petit alors la pression à une valeur haute en 0. Fig(15)

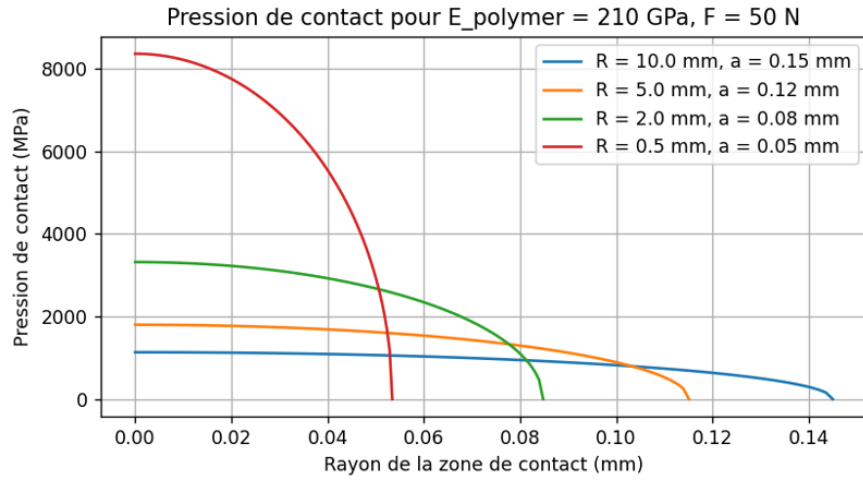


Figure 15: Mesure de la pression en fonction du rayon de contact pour différents rayons à $F = 50\text{N}$ et en contact sphère-sphère

On remarque la force augmente le rayon de contact a et ainsi augmente la pression calculée lors du contact sphère-sphère. Fig(16)

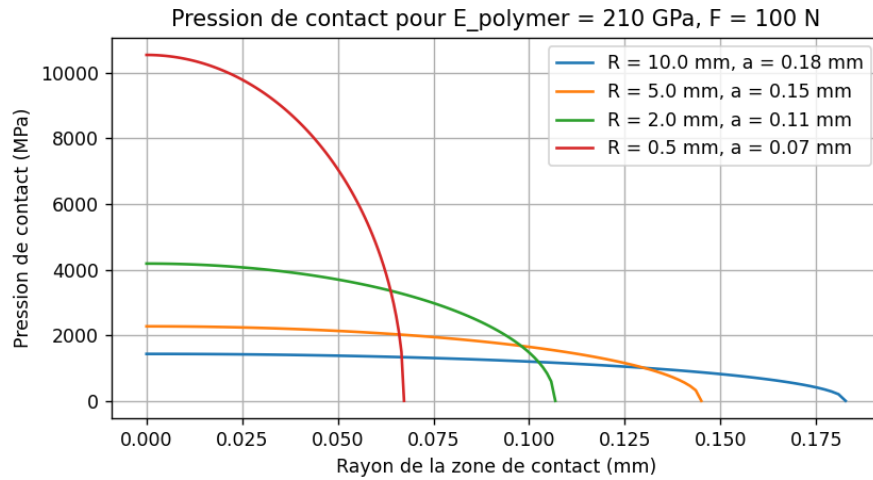


Figure 16: Mesure de la pression en fonction du rayon de contact pour différents rayons à $F = 100\text{N}$ et en contact sphère-sphère

Lorsque c'est un contact sphère-polymère (plan), nous pouvons alors en tirant les mêmes conclusions que sur le premier graphique avec $F = 50\text{N}$ avec le fait que le rayon de contact a augmente. Fig(17)

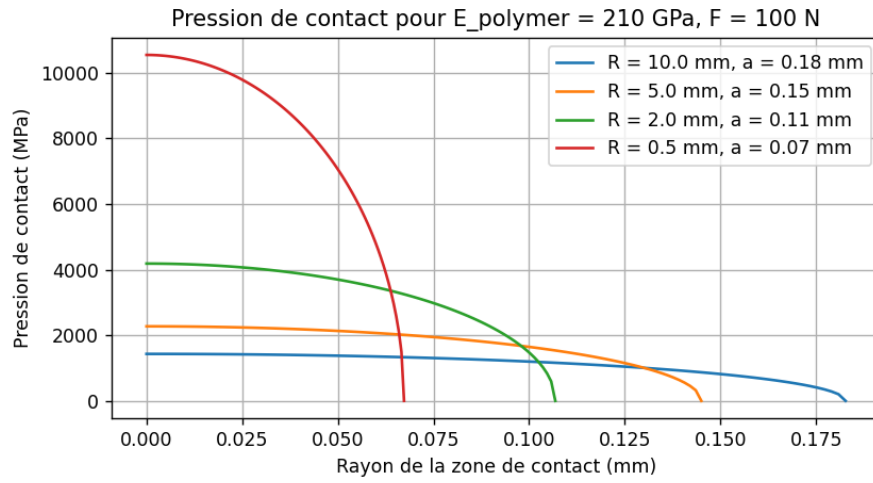


Figure 17: Mesure de la pression en fonction du rayon de contact pour différents rayons à $F = 50\text{N}$ et en contact sphère-polymère (plan)

De la même manière sur sur la figure 15, on remarque que le rayon de contact a augmente pour un même contact mais en augmentant le force exercée. Fig(18)

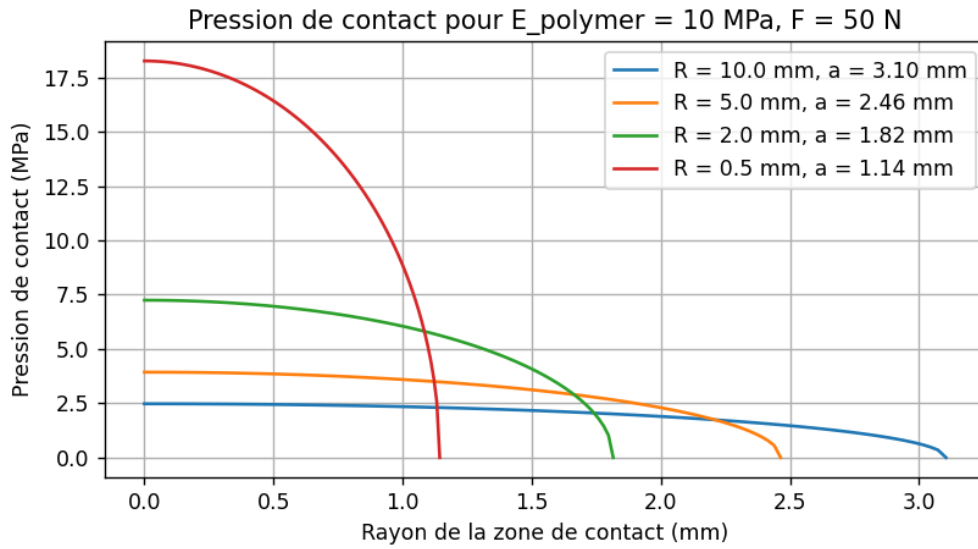


Figure 18: Mesure de la pression en fonction du rayon de contact pour différents rayons à $F = 100\text{N}$ et en contact sphère-polymère (plan)

4 Rosette de déformation

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\varphi) - \varepsilon_{xy} \sin(2\varphi) \quad (12)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_x \quad (13)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\varphi) + \varepsilon_{xy} \sin(2\varphi) \quad (14)$$

Or,

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_3 = \varepsilon_x * (2 \cos(2\varphi)^2 + \varepsilon_y * (2 \sin(2\varphi)^2)) \quad (15)$$

Donc,

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2 * 2 \cos(2\varphi)^2}{2 \sin(2\varphi)^2} \quad (16)$$

Ainsi,

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = -2\varepsilon_{xy} * \sin(2\varphi) \quad (17)$$

Sachant ε_1 , ε_2 et ε_3 connus. On a : $\varepsilon_x = 200\text{e-}6$, $\varepsilon_y = 250\text{e-}6$
et $\varepsilon_{xy} = 150\text{e-}6 = \gamma xy/2$

De plus, les déformations principales :

$$\varepsilon_X = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + 0.5 \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + 4\varepsilon_{xy}^2} \quad (18)$$

$$\varepsilon_Y = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - 0.5 \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + 4\varepsilon_{xy}^2} \quad (19)$$