Баженов МатСтат Лекция 6

Опр Гипотезой H наз. предпол-е по распр-ю наблюд-й случайной величины

Опр Г. наз. простой если она одн-но опр-т распр-е

$H: \; F = F_1$, где F_1 распр. изв-го типа с изв-ми параметрами

Изучаем простую схему из 2х гипотез

H_0 - (null) основная гипотеза

$H_1 = \neg H_0$ - альтернативная (конкур-я) г. сост-я в том, что осн. г. неверна

Иногда расм-я более сложные схемы из набора нескольких гип-з

Осн-я гипотеза H_0 прин-ся или откл-ся при помощи статистики критерия $K(X_1, \dots, X_n) \to \mathbb{R} = \bar{S} \cup S$

$\begin{cases} H_0 & \text{если } K(x_1 \dots x_n) \in \bar{S} \\ H_1 & \text{если } K \in S \end{cases}$

Область S называется критической областью критерия
Точка на границе двух областей наз-ся критической

Опр. Ошибка 1го рода состоит в том что осн-я г. H_0 отв-ся хотя она верна
Ошибка 2го рода сост-т в том, что альт-я г. H_1 откл-ся хотя она верна

Опр Вер-ть α ошибки $1^{го}$ рода наз-ся уровнем значимости К.

Вер-ть β ошибки $2^{го}$ рода

Опр Мощностью критерия называется вер-ть $\gamma = 1 - \beta$ (вер-ть не допущения ошибки второго рода)

Замечание нет симметрии между H_0 и H_1 и вероятности α и β не связаны

Пример

H_0 – деталь стандарт.

H_1 – деталь бракованная

Ясно что критерий будет тем меньше чем меньше будет меньше вероятность ошибок α и β

При увеличении объёма выборки эти вероятности уменьшаются.

При фиксир-ой объёме выборки уменьшение одной вер-ти влечёт увеличение другой

Способы сравн-я критериев

Пусть имеются K_1 и K_2

α_1 α_2 β_1 β_2 объём выборки фиксированный n

1) Минимаксный подход

K_1 не хуже чем K_2 если

$$\max(\alpha_1, \beta_1) \leq \max(\alpha_2, \beta_2)$$

г) Байесовский

Пусть известны потери h_1 и h_2 от ошибок $1^{го}$ и $2^{го}$ рода

Тогда средние ожидаемые потери

$U = \alpha h_1 + \beta h_2$ из всех критериев выбираем тот, где с.о.п. меньше

3) Выбор наиболее мощного критерия

Обозначение $K_\varepsilon = \{ K_i \mid \alpha \le \varepsilon \}$

Опр критерий $K \in K_\varepsilon$ называют наиболее мощным критерием ур-я ε если вер-ть о. $2^{го}$ если

$\beta \le \beta \quad \forall K_i \in K_\varepsilon$

Как выбирать критерии?

<u>Построение критериев согласия</u>

Опр говорят что критерий K является кр-ем асимптотического уровня ε если вер-ть ошибки

$1^{\text{ю}}$ роди $\alpha \xrightarrow[n\to\infty]{} \varepsilon$

Опр.

Критерий K для проверки H_0 ротив $H_1 = \overline{H_0}$ наз-ся состоятельным если вер-ть ошибки $2^{\text{го}}$ р.

$\beta \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$

Опр критерием согласия уровня ε наз-ся состоят-й критерий ассимптотического уровня ε

В качестве

Introduction

A stat. hypothesis is an assertion or conjecture concerning one or more populations

To prove hyp-s with absolute conf. then we should examine population

Hypotheses testing conserns how to accept/reject H based on statistic of Random sample

X - test statistic
critical value

Def
Stat hypothesis is clim or assertion either about the value of a single parameter(population characteristic or characteristic of a prob. distr.), about the value of several parameters or about the form of an entire prob. distr.

Def
null h. H_0 claim that is initial assumption to be true (the "prior belief" claim)
alternative h. H_1 claim contradicting H_0

If H_0 specify a single value θ then h. is called simple ($H_0 : \theta = \theta_0$) otherwise composite ($H_0 : \theta \le \theta_0$)

Def: test statistic is function of theoretical sample whose value determines the result of the test. The function itself is generally denote $T = T(\mathbf{X})$ where $\mathbf{X}$ is the theor. sample

Def The test of all test stat. values for which H_0 will be rejected is said to be critical region denoted by C

Def: Test of significance is the control rule which leads to rejection of H_0 if the test stat. value falls in crit. region C: $T(\mathbf{X}) \in C \to$ reject H_0

		Decision	
		Retain null	Reject null
Truth in the population	H_0	correct	Type I error α
	H_1	Type II error β	correct

Def The largest probability of commiting Type I error is called the level of significance and is denoted by α:

$$\alpha = \begin{cases} P(T(X) \in C \mid H_0 \text{ correct}) & \text{if } H_0 \text{ is simple} \\ \sup_{\theta \in H_0} P(T(X) \in C \mid H_0 \text{ correct}) & \text{if } H_0 \text{ is composite} \end{cases}$$

usual levels of signif.

$\alpha = 0{,}05$, $\alpha = 0{,}01$, $\alpha = 0{,}001$

p-value method

Def p-value is the prob. that chance along would produce a test statistic as extreme as the observed test statistic

if $H_1: \theta > \theta_0$ then

$$p = P(T(\ ) > t \mid H_0 \text{ is true})$$

p-value is the prob. of committing Type I error