Баженов   Лекция 5   Мат Стат
  Квантили распред-ий

Предполагаем что распр-е абс-но
непрерывно и
F(x) — ф-я распр-е
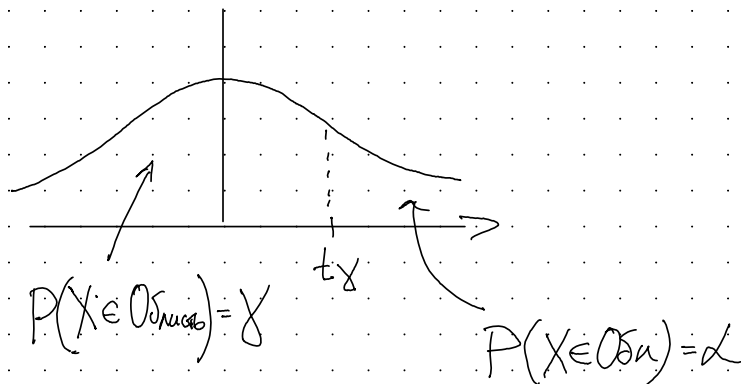
Опр: Число t_γ — называется
квантилем распр-е уровне γ
если ф-я распр-е в этой точке

$$F(t_\gamma) = \gamma$$

NOTE
  Медиана — кв. уровне $\frac{1}{2}$

Геом. смысл.

$$P(X \in Обл_{ас}) = \gamma \qquad t_\gamma \qquad P(X \in Обл) = \alpha$$

Note:
в ряде источников под квантилем
обозначается иначе.

Опр. Б: Число t_α уровня знач-ти
α, если $P(X \geqslant t_\alpha) = \alpha$ или
$F(t_\alpha) = 1 - \alpha$

т.е. соотв-ет вероятности α попад-я
с.в. в правостороннюю область

Note будем использовать оба опр-я, но
во втором будем добавлять и уровень знач-ти
и символ α

Квантили основных распр-ий
в excel

Доверительные интервалы

Опр: Интервал со случайными концами
$(\theta^-, \theta^+) = (\theta^-(\vec{X}, \varepsilon), \theta^+(\vec{X}, \varepsilon))$ наз-ся
доб-м интервалом для параметра θ
уровня доверия $1 - \varepsilon$, если для любого
$\theta \in \Theta$

$$P(\theta^- < \theta < \theta^+) \geq \underset{\downarrow}{1 - \varepsilon}$$

Note:

Правильно читать : интервал (θ^-, θ^+) накрывает
параметр θ

Note :

Обычно пытаемся получить доб-ый инт-а
относительно точной (несмещённой)
оценки (не всегда это возможно)

Note:

Стандартные уровни надежности:
$0,9$; $0,95$; $0,99$; $0,999$

Факты которые будем использовать
- Свойства распр-ий связ-х с норм-м распр-ем (предыдущая лекция)
- Если с.в. ξ имеет симметричное распр-е отн-но точки $X=0$ то

$$P(|\xi|<t) = 1 - 2(1-F(t)) =$$
$$= 1 - 2 + 2F(t) = 2F(t) - 1$$

Доверительные интервалы для параметров нор-го распр-е.

I $X = (X_1, \ldots X_n)$ — выборка объёма n из $N(a, \sigma^2)$

1) Доверительный интервал для парам-ра a при известном знач-ии парам-ра σ^2

По пункту 1 осн. теор (пред-ая лекция)
$$\sqrt{n}\,\frac{\overline{X}-a}{\sigma} \sim N(0,1)$$
$$P\left(-t_\gamma < \sqrt{n}\,\frac{\overline{X}-a}{\sigma} < t_\gamma\right) = 2\Phi(t_\gamma) = \gamma \quad \text{где}$$