

Algunas aplicaciones de cálculo en IA

Valeria Rulloni

Modelos (predictivos):

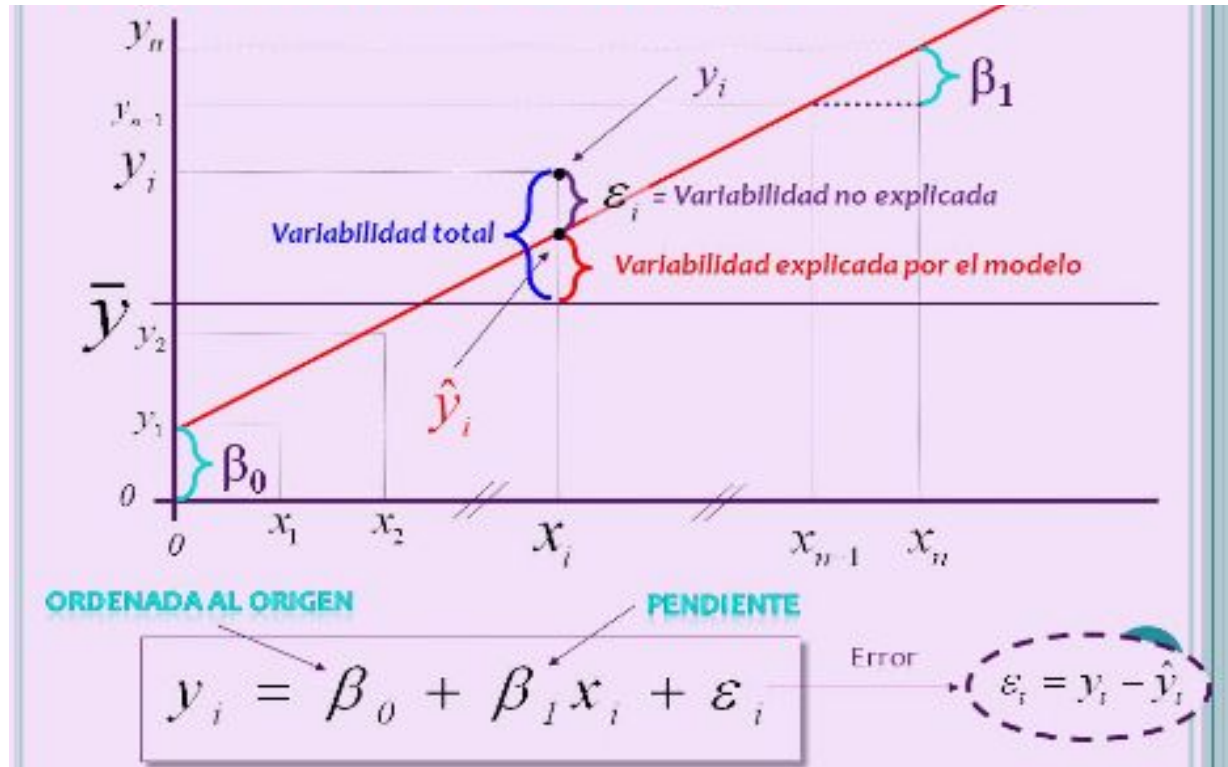
Modelos lineales:

$y=f(x)=\beta_1x+\beta_0$, x una variable, β_1 y β_0 parámetros

Ajuste de modelos

Los modelos se ajustan a los datos
minimizando una función de pérdida (loss)

Modelo lineal



Minimizar la función de costo: Mínimos Cuadrados

Se minimiza **la suma de los cuadrados de las diferencias entre cada observado y_i y su estimado $\beta_0 + \beta_1 x_i$** .

función de costo,

La suma de cuadrados del error (o de forma equivalente, suma de cuadrados residuales) denotada por SCE, es

$$\text{SCE} = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]^2$$

Esto es equivalente a minimizar el ECM. En general se busca minimizar una función de costo, cualquiera sea el tipo de regresión.

Modelos predictivos:

Modelos lineales o más complejos:

$$y = w_1 x_1 + w_2 x_2 + b, \text{ varias variables}$$

$$y = \underline{w} \cdot \underline{x} + b, w_i \text{ parámetros}$$

Ajuste (o aprendizaje) del modelo:

minimizar la función C (costo o loss)

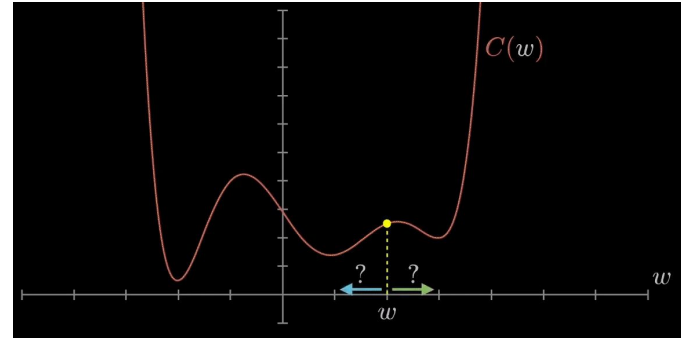
- Que punto se encuentra el mínimo de una función?
Por el método del gradiente descendente.

- El gradiente de C : $\nabla C(w) = (\frac{\partial C(w)}{\partial w_0}, \frac{\partial C(w)}{\partial w_1}, \dots, \frac{\partial C(w)}{\partial w_n})$

- El descenso del gradiente es un algoritmo iterativo,:

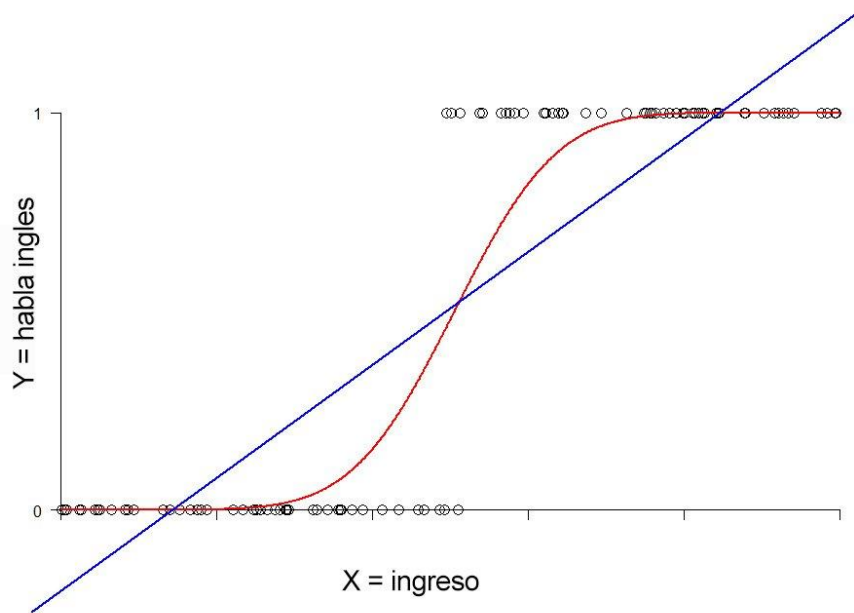
$$w^{(t+1)} = w^{(t)} - \eta \nabla C(w^{(t)})$$

- Se resta buscando el mínimo pues el gradiente apunta en la dirección en que C crece.



$$\vec{W} = \begin{bmatrix} 2.25 \\ -1.57 \\ 1.98 \\ \vdots \\ -1.16 \\ 3.82 \\ 1.21 \end{bmatrix} \quad -\nabla C(\vec{W}) = \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.45 \\ -0.51 \\ \vdots \\ 0.40 \\ -0.32 \\ 0.82 \end{bmatrix}$$

Regresión Logística: dos clases



si el conj. de llegada son dos valores : 0 y 1.

$$Y_i = \text{logit}(\beta_0 + \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{x}_i^t) + \varepsilon_i$$

Donde $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, \dots, x_{im}]$ y $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \dots, \beta_m]$

a **logit** : o sigmoide (función de enlace o de activación)

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$