

Задание 3. Вариант 3.

Задано обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{x} + x^3 \cos(2\dot{x}) + \sin(2x) + \dot{x} = u,$$

где $x \in \mathbb{R}$, $u \in \mathbb{R}$. На возможные значения управляющего параметра u наложено ограничение: $u \in [-\alpha, \alpha]$. Задан начальный момент времени $t_0 = 0$ и начальная позиция $x(t_0) = \dot{x}(t_0) = 0$. Необходимо построить множество достижимости $X(t, t_0, x(t_0), \dot{x}(t_0))$ (множество пар $(x(t), \dot{x}(t))$) в классе программных управлений в заданный момент времени $t \geq t_0$.

- 1) Необходимо написать в среде MatLab функцию `reachset(alpha,t)`, которая по заданным параметрам $\alpha > 0$, $t \geq t_0$ рассчитывает приближенно множество достижимости $X(t, t_0, x(t_0), \dot{x}(t_0))$. На выходе функции — два массива X , Y с упорядоченными координатами точек многоугольника, образующего границу искомого множества. Точки в этих массивах должны быть упорядочены так, чтобы результаты работы функции без дополнительной обработки можно было подавать на вход функциям визуализации (например, `plot`). Предусмотреть такой режим работы функции, при котором она возвращает также координаты линий переключения оптимального управления (с возможностью их визуализации).
- 2) Необходимо реализовать функцию `reachsetdyn(alpha,t1,t2,N,filename)`, которая, используя функцию `reachset(alpha,t)`, строит множества достижимости для моментов времени $\tau_i = t_1 + \frac{(t_2-t_1)i}{N}$, $i = 0, 1, \dots, N$. Здесь $t_2 \geq t_1 \geq t_0$, N — натуральное число. Для каждого момента времени τ_i функция должна отобразить многоугольник, аппроксимирующий границу множества достижимости. Результат работы функции должен быть сохранен в виде видео-файла `filename.avi`. Необходимо также предусмотреть вариант работы функции (при отсутствии параметра `filename`) без сохранения в файл, с выводом непосредственно на экран. Как частный случай, функция должна иметь возможность строить границу множества достижимости в один фиксированный момент времени (при $t_2 = t_1$).
- 3) В соответствующем заданию отчете необходимо привести все теоретические выкладки, сделанные в ходе построения множества достижимости, описать схему алгоритма построения множества достижимости программой, привести примеры построенных множеств достижимости (с иллюстрациями), исследовать зависимость множеств достижимости от величины параметра α . Все вспомогательные утверждения (за исключением принципа максимума Понтрягина), указанные в отчете, должны быть доказаны.