

Description du modèle et du problème

On reprend le contexte du problème d'ordonnancement de n tâches sur une machine, discuté dans le premier exercice de la série 7. Rappelons que dans ce problème on connaît, pour chaque tâche $i = 1, \dots, n$,

- ▷ sa date de disponibilité (date de début au plus tôt, *release date*) r_i ,
- ▷ sa date d'échéance (date de fin au plus tard, *due date*) d_i ,
- ▷ son temps d'exécution (durée de réalisation, *processing time*) p_i ,

et que la machine ne peut exécuter qu'une seule tâche à la fois dont l'exécution ne peut être interrompue (pas de préemption). Comme dans la série 7, on supposera, sans perte de généralité, que la plus petite date de disponibilité est égale à 0 et que les données sont cohérentes et vérifient, en particulier, $r_i \geq 0$ et $p_i \geq 0$ pour chaque tâche $i = 1, \dots, n$.

On considère les deux modifications suivantes du modèle exposé ci-dessus.

- 1) On ne dispose plus d'une seule machine pour la réalisation des tâches mais de $m \geq 1$ machines identiques pouvant travailler en parallèle.
- 2) Comme il n'est pas toujours possible de respecter toutes les dates d'échéance, on ne recherche plus un ordonnancement minimisant la plus grande date de fin d'exécution mais un ordonnancement minimisant le retard moyen (*mean tardiness*)

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$$

où le retard (*tardiness*) T_i de la tâche i est défini par

$$T_i = \max(0, x_i + p_i - d_i), \quad i = 1, \dots, n.$$

Partie 1 : Modélisation mathématique

Dans un premier temps, vous devez modéliser la recherche d'un ordonnancement optimal sous forme d'un programme linéaire mixte. Vous soignerez la précision de vos définitions ainsi que les explications des différents éléments de votre modélisation et rendrez votre travail, par groupes de deux et sous forme d'un fichier au format PDF et avec un corps de police de 11 ou 12 points, au plus tard le jeudi 19 janvier 2023.

Partie 2 : Programmation en GMPL

Dans un second temps, vous traduirez votre modèle mathématique en GMPL. Vous séparerez clairement le modèle des données, soignerez le choix de vos noms de variables et commenterez abondamment et efficacement votre code. Vous traiterez la solution optimale dans votre programme afin d'afficher l'ordonnancement obtenu. Vous rendrez votre programme (fichier `.mod`), par groupes de deux, au plus tard le dimanche 22 janvier 2023.