

Mini OpenGL en C++

Objectifs

- ◆ Ecrire un Renderer en quelques centaines de lignes de C++
- ◆ Purement software, mais en n'oubliant pas qu'en pratique il tournerait sur la carte graphique
- ◆ Pas à pas ...
- ◆ Idéalement jusqu'à arriver à l'image ci-contre



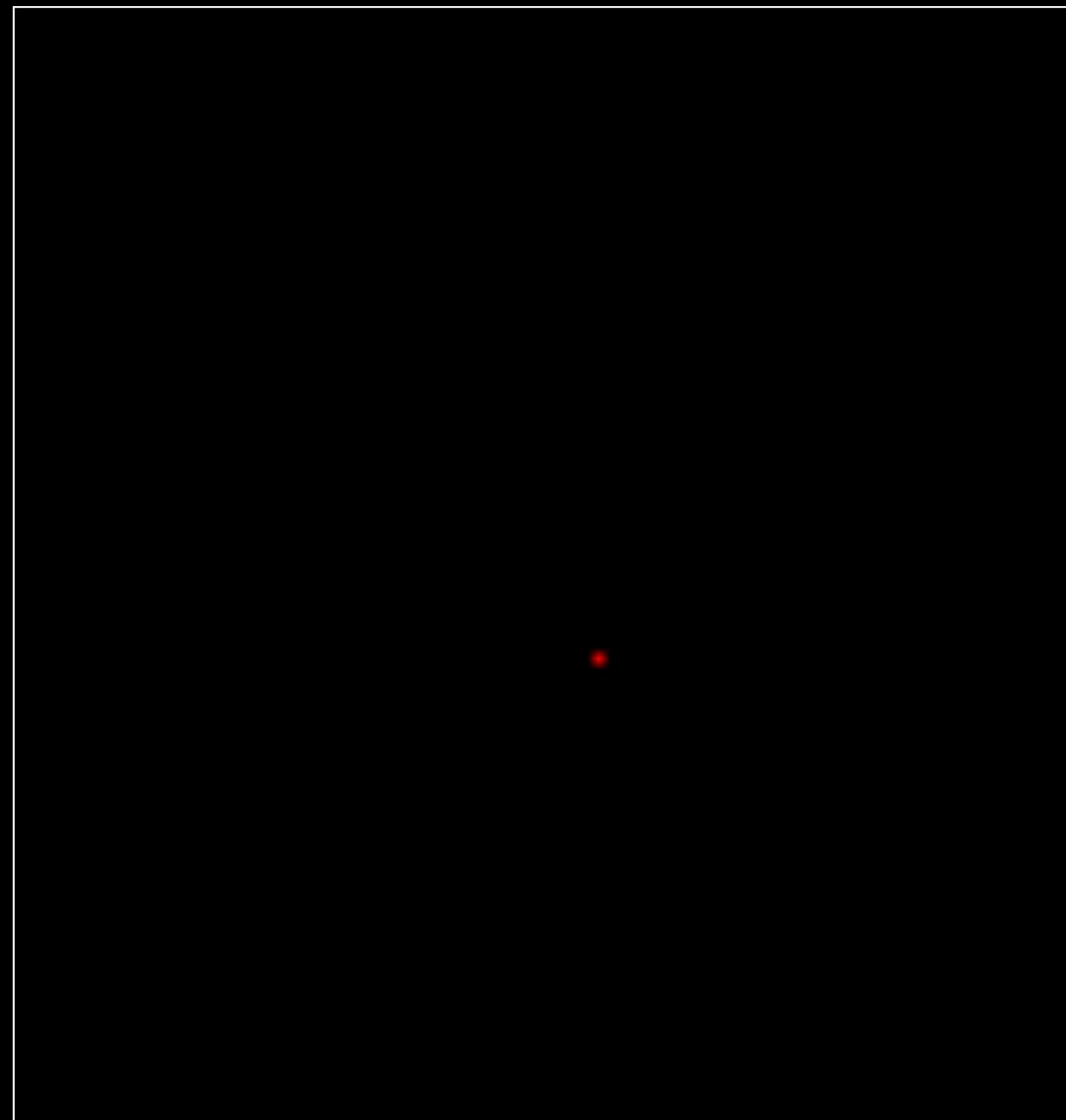
Format d'affichage

- ◆ Images au format TGA
- ◆ Simple
- ◆ Pixels au formats BW, RGB ou RGBA
- ◆ Je vous fourni une classe TGAIImage minimalist.
- ◆ Constructeur définit la taille
- ◆ La méthode set permet d'écrire dans un pixel

```
class TGAIImage {  
protected:  
    unsigned char* data;  
    int width;  
    int height;  
    int bytespp;  
  
    bool load_rle_data(std::ifstream &in);  
    bool unload_rle_data(std::ofstream &out);  
public:  
    enum Format {  
        GRAYSCALE=1, RGB=3, RGBA=4  
    };  
  
    TGAIImage();  
    TGAIImage(int w, int h, int bpp);  
    TGAIImage(const TGAIImage &img);  
    bool read_tga_file(const char *filename);  
    bool write_tga_file(const char *filename, bool rle=true);  
    bool flip_horizontally();  
    bool flip_vertically();  
    bool scale(int w, int h);  
    TGAColor get(int x, int y);  
    bool set(int x, int y, TGAColor c);  
    ~TGAIImage();  
    TGAIImage & operator =(const TGAIImage &img);  
    int get_width();  
    int get_height();  
    int get_bytespp();  
    unsigned char *buffer();  
    void clear();  
};
```

Exemple

- ◆ Crée une image 100x100 noire
- ◆ Colorie le pixel 52,41 en rouge
- ◆ Sous le résultat dans output.tga



```
#include "tgaimage.h"

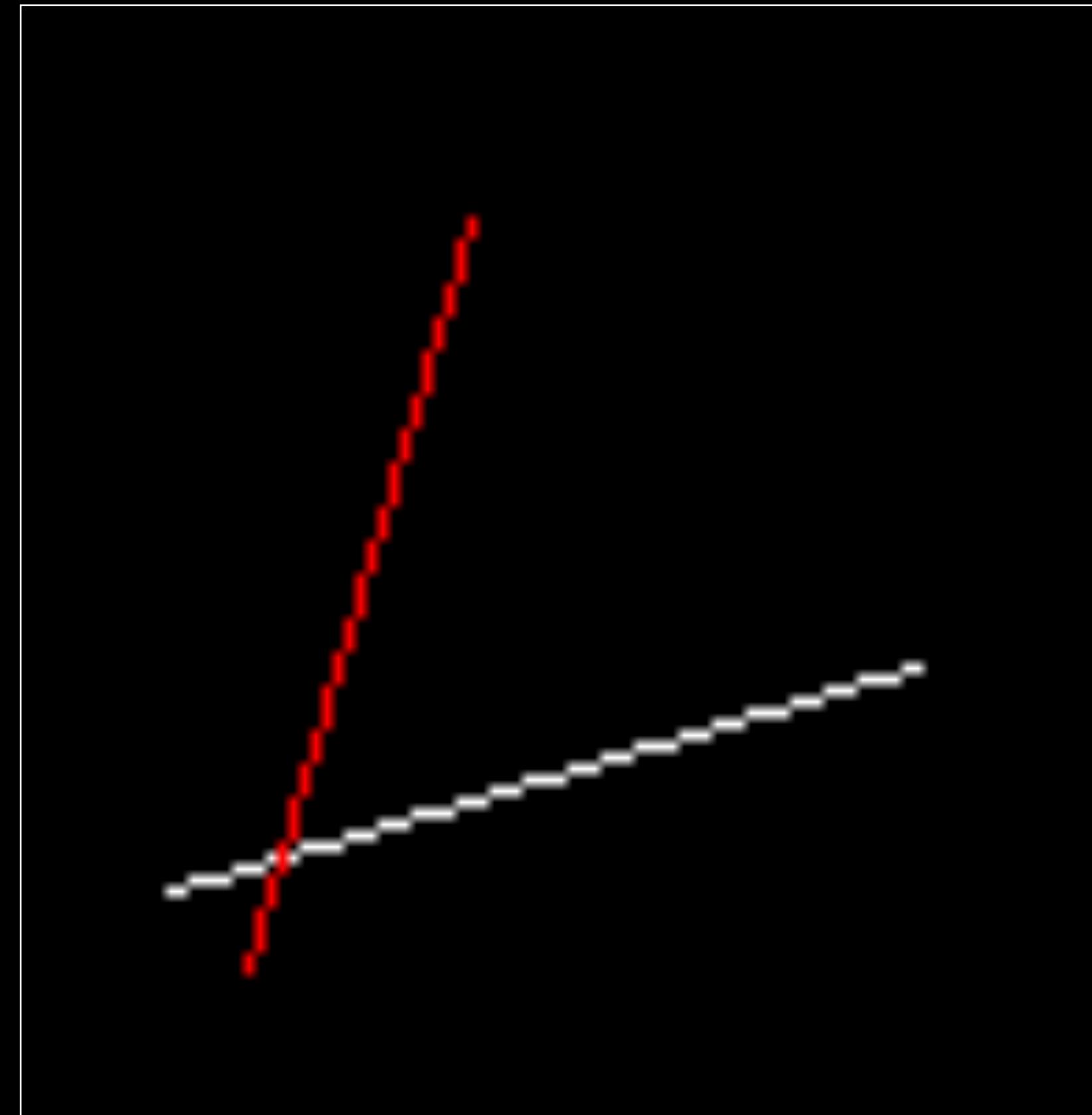
const TGAColor white = TGAColor(255, 255, 255, 255);
const TGAColor red   = TGAColor(255, 0,    0,    255);

int main(int argc, char** argv) {

    TGAImage image(100, 100, TGAImage::RGB);
    image.set(52, 41, red);
    image.flip_vertically();
    image.write_tga_file("output.tga");
    return 0;
}
```

A vous de jouer...

- ♦ A vous d'écrire la fonction line pour que ce programme produise l'image ci-dessous...



```
#include "tgaimage.h"

const TGAColor white = TGAColor(255, 255, 255, 255);
const TGAColor red   = TGAColor(255, 0, 0, 255);

void line(int x0, int y0, int x1, int y1,
          TGAImage &image, TGAColor color);

int main(int argc, char** argv) {
    TGAImage image(100, 100, TGAImage::RGB);
    line(13, 20, 80, 40, image, white);
    line(20, 13, 40, 80, image, red);
    image.flip_vertically();
    image.write_tga_file("output.tga");
    return 0;
}
```

1er essai...

```
void line(int x0, int y0, int x1, int y1,           ◆ Fonctionne ... apparemment
          TGAIImage &image, TGAColor color)

{
    for (float t=0.; t<1.; t+=.01) {
        int x = x0 + (x1-x0)*t;                         t+=.01
        int y = y0 + (y1-y0)*t;
        image.set(x, y, color);                          ◆ Méchant nombre magique ...
    }
}
```

- ◆ Fonctionne ... apparemment
- ◆ Méchant nombre magique ...
- ◆ Pas efficace si le pas est trop petit
- ◆ Pas correct si le pas est trop grand

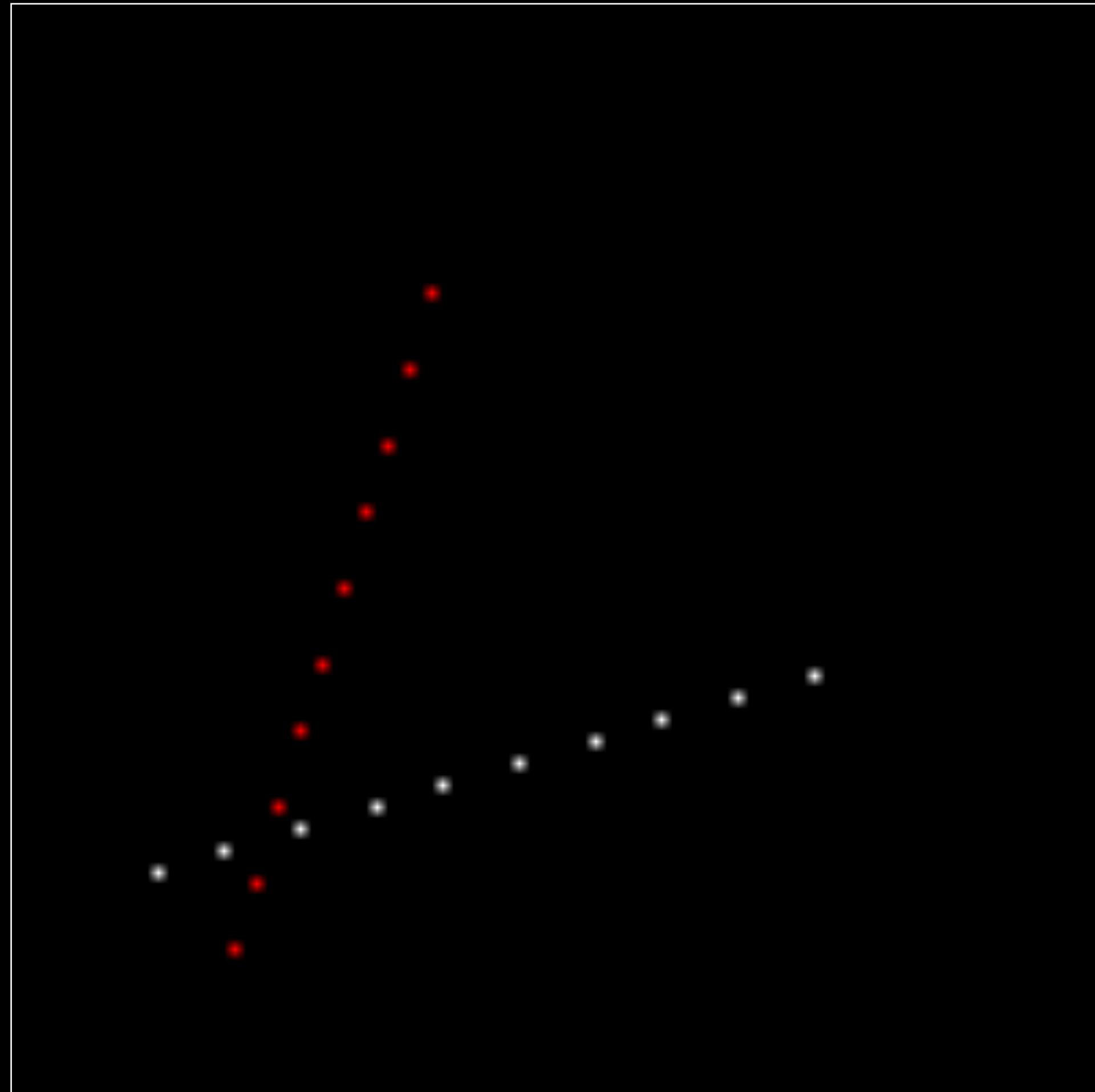
```
t+=.1

void line(int x0, int y0, int x1, int y1,
          TGAIImage &image, TGAColor color)

{
    for (float t=0.; t<1.; t+=.1) {

        int x = x0 + (x1-x0)*t;
        int y = y0 + (y1-y0)*t;
        image.set(x, y, color);
    }
}
```

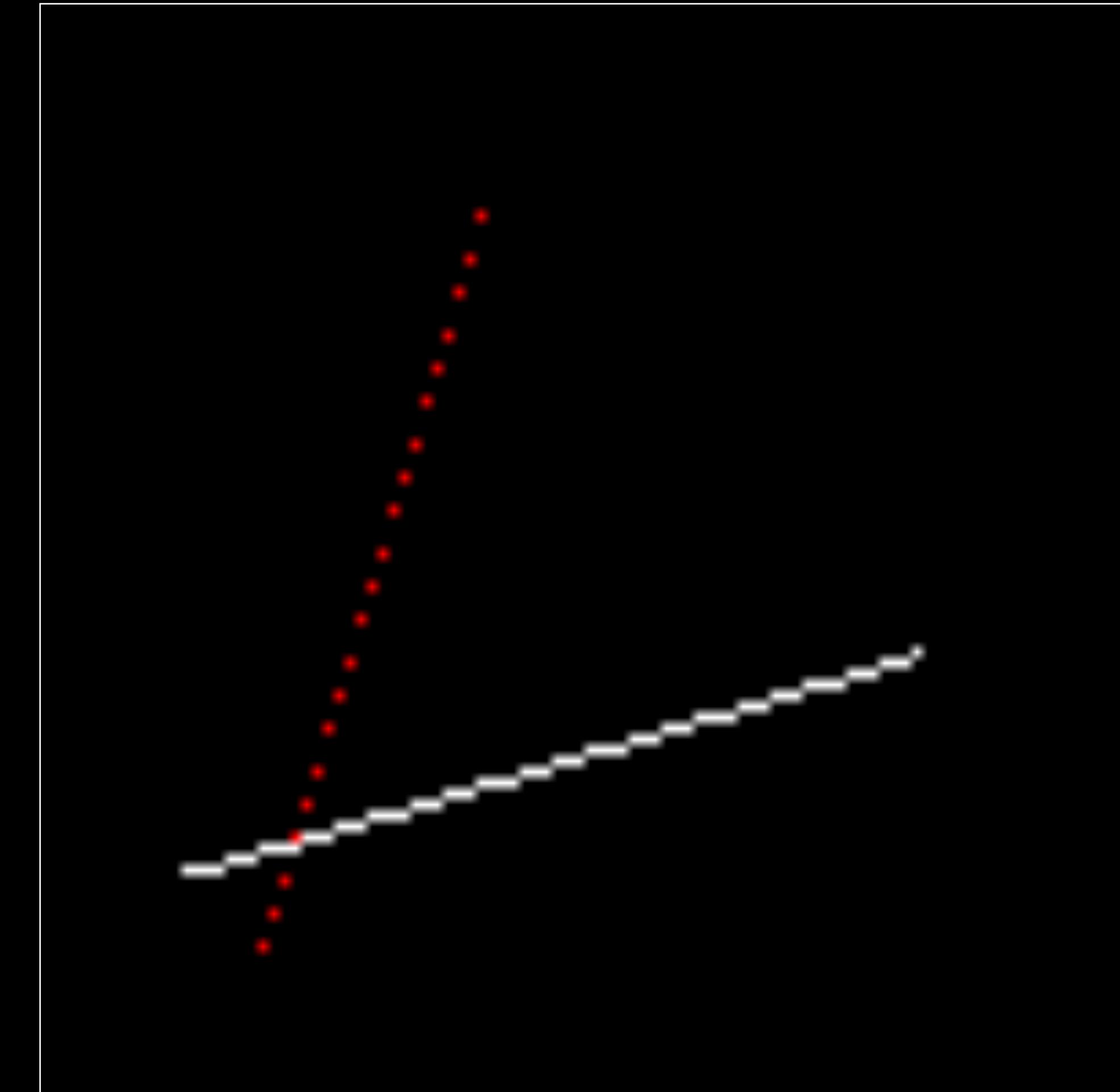
$t += .1$



Calculons la valeur du pas

```
void line(int x0, int y0, int x1, int y1,  
          TGAImage &image, TGAColor color)  
{  
    for (int x=x0; x<=x1; x++) {  
        float t = (x-x0)/(float)(x1-x0);  
        int y = y0*(1.-t) + y1*t;  
        image.set(x, y, color);  
    }  
}
```

- ◆ Est-ce correct ?



Corrigeons...

- ◆ Pour les lignes penchées à plus de 45 degrés, transposons x et y
- ◆ Pour les lignes allant de droite à gauche, inversons leur sens
- ◆ C'est mieux ... mais pourquoi faire autant de calculs en virgule flottante ? Et toujours diviser par $x_1 - x_0$?

```
void line(int x0, int y0, int x1, int y1,  
          TGAImage &image, TGAColor color)  
{  
    bool steep = false;  
    if (std::abs(x0-x1)<std::abs(y0-y1)) {  
        std::swap(x0, y0);  
        std::swap(x1, y1);  
        steep = true;  
    }  
    if (x0>x1) {  
        std::swap(x0, x1);  
        std::swap(y0, y1);  
    }  
    for (int x=x0; x<=x1; x++) {  
        float t = (x-x0)/(float)(x1-x0);  
        int y = y0*(1.-t) + y1*t;  
        if (steep) image.set(y, x, color);  
        else       image.set(x, y, color);  
    }  
}
```

- ◆ Sortons la division par $(x_1 - x_0)$ de la boucle

```
for (int x=x0; x<=x1; x++) {  
    float t = (x-x0)/(float)(x1-x0);  
    int y = y0*(1.-t) + y1*t;  
    if (steep) image.set(y, x, color);  
    else      image.set(x, y, color);  
}  
  
float dt = 1.f/(x1-x0);  
float t = 0;  
for (int x=x0; x<=x1; x++) {  
    t += dt;  
    int y = y0*(1.-t) + y1*t;  
    if (steep) image.set(y, x, color);  
    else      image.set(x, y, color);  
}
```

- ◆ Calculons y directement plutôt que de passer par la variable t

```
float dt = 1.f/(x1-x0);
float t = 0;
for (int x=x0; x<=x1; x++) {
    t += dt;
    int y = y0*(1.-t) + y1*t;
    if (steep) image.set(y, x, color);
    else      image.set(x, y, color);
}
float ystep = (y1-y0)/float(x1-x0);
float y = y0;
for (int x=x0; x<=x1; x++) {
    y += ystep;
    if (steep) image.set(int(y), x, color);
    else      image.set(x, int(y), color);
}
```

- ♦ Séparons les parties entières et décimales de $y = yi + sign(y1-y0) * yp$

```
float ystep = (y1-y0)/float(x1-x0);           float ystep = std::abs(y1-y0)/float(x1-x0);  
float y = y0;                                 int dysign = (y1 > y0) ? 1 : -1;  
for (int x=x0; x<=x1; x++) {                  int yi = y0;  
    y += ystep;                                float yp = 0; // y = yi + dysign * yp;  
    if (steep) image.set(int(y), x, color);      for (int x=x0; x<=x1; x++) {  
    else      image.set(x, int(y), color);        yp += ystep;  
}  
                                         if(yp > 0.5) {  
                                         yp -= 1;  
                                         yi += dysign;  
                                         }  
                                         if (steep) image.set(yi, x, color);  
                                         else      image.set(x, yi, color);  
                                         }
```

- ❖ Multiplions tout pas $2(x_1 - x_0)$ pour effectuer les calculs en nombres entiers

```
float ystep = std::abs(y1-y0)/float(x1-x0);           int dx = (x1-x0);
int dysign = (y1 > y0) ? 1 : -1;
int yi = y0;
float yp = 0; // y = yi + dysign * yp;
for (int x=x0; x<=x1; x++) {
    yp += ystep;
    if(yp > 0.5) {
        yp -= 1;
        yi += dysign;
    }
    if (steep) image.set(yi, x, color);
    else      image.set(x, yi, color);
}
```

```
int ystep = std::abs(2*(y1-y0));
int dysign = (y1>y0) ? +1:-1;
int yi = y0;
int yp = 0; // y = yi + dysign * float(yp)/(2*dx)
for (int x=x0; x<=x1; x++) {
    yp += ystep;
    if(yp > dx) {
        yp -= 2*dx;
        yi += dysign;
    }
    if (steep) image.set(yi, x, color);
    else      image.set(x, yi, color);
}
```

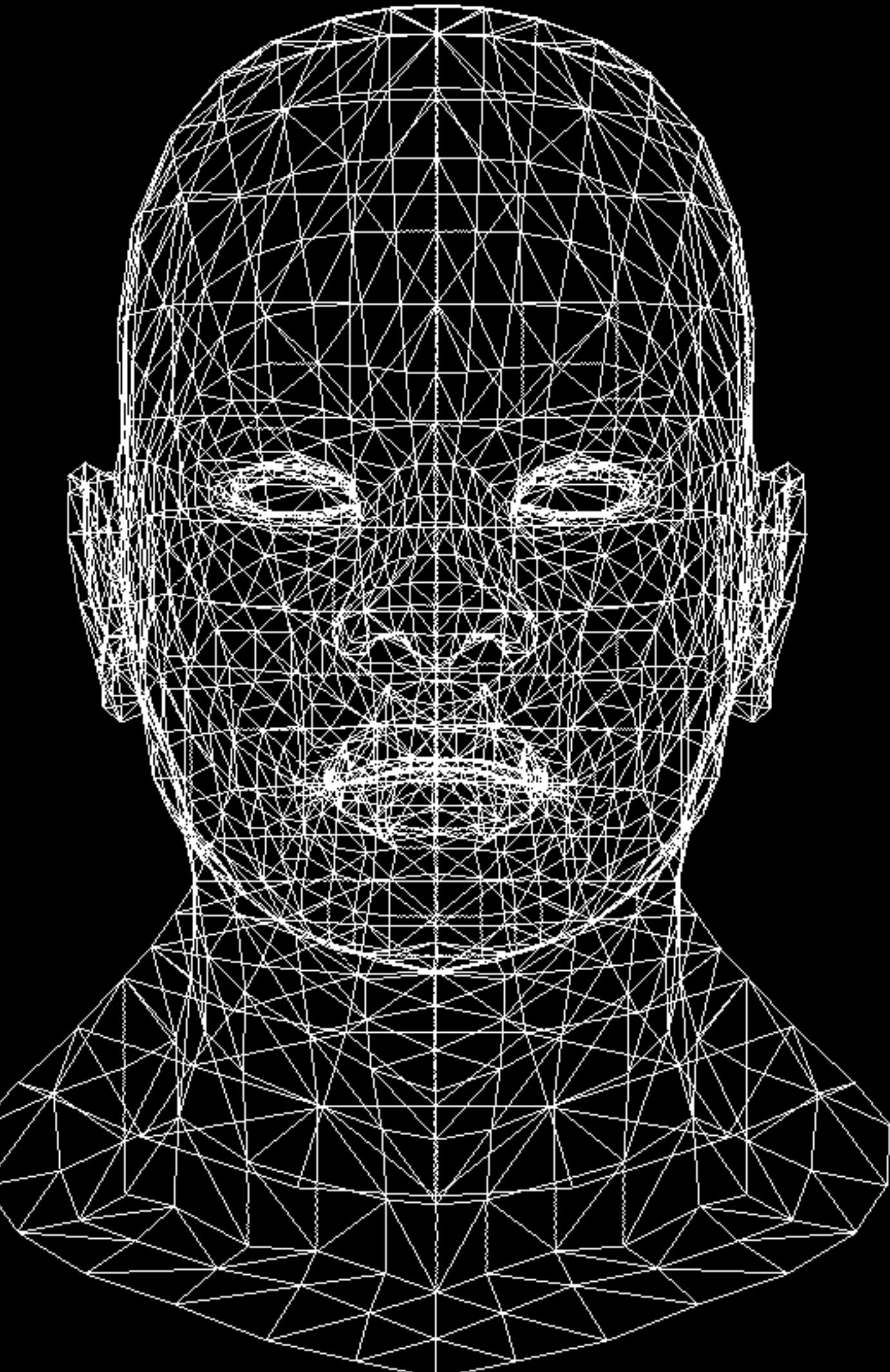
Algorithme de Bresenham

```
void line(int x0, int y0, int x1, int y1,
          TGAImage &image, TGAColor color)
{
    bool steep = false;
    if (std::abs(x0-x1)<std::abs(y0-y1)) {
        std::swap(x0, y0);
        std::swap(x1, y1);
        steep = true;
    }
    if (x0>x1) {
        std::swap(x0, x1);
        std::swap(y0, y1);
    }
    int dx = (x1-x0);
    int ystep = std::abs(2*(y1-y0));
    int dysign = (y1>y0) ? +1:-1;
    int yi = y0;
    int yp = -dx; // y = yi + dysign * float(yp+dx)/(2*dx)
    for (int x=x0; x<=x1; x++) {
        yp += ystep;
        if(yp > 0) {
            yp -= 2*dx;
            yi += dysign;
        }
        if (steep) image.set(yi, x, color);
        else       image.set(x, yi, color);
    }
}
```

Wireframe

Dessiner une ligne ...

- ◆ Le plus simple rendu 3D est le rendu filaire (wireframe rendering)
- ◆ Pour dessiner un triangle, on dessine 3 segments de ligne



african_head.obj

```
# List of geometric vertices, with (x, y, z [,w]) coordinates, w is
# optional and defaults to 1.0.
v 0.123 0.234 0.345 1.0
v ...
...
# List of texture coordinates, in (u, [,v ,w]) coordinates, these
# will vary between 0 and 1. v, w are optional and default to 0.
vt 0.500 1 [0]
vt ...
...
# List of vertex normals in (x,y,z) form; normals might not be unit
# vectors.
vn 0.707 0.000 0.707
vn ...
...
# Parameter space vertices in ( u [,v] [,w] ) form; free form
# geometry statement ( see below )
vp 0.310000 3.210000 2.100000
vp ...
...
# Polygonal face element (see below)
f 1 2 3
f 3/1 4/2 5/3
f 6/4/1 3/5/3 7/6/5
f 7//1 8//2 9//3
f ...
...
# Line element (see below)
l 5 8 1 2 4 9
```

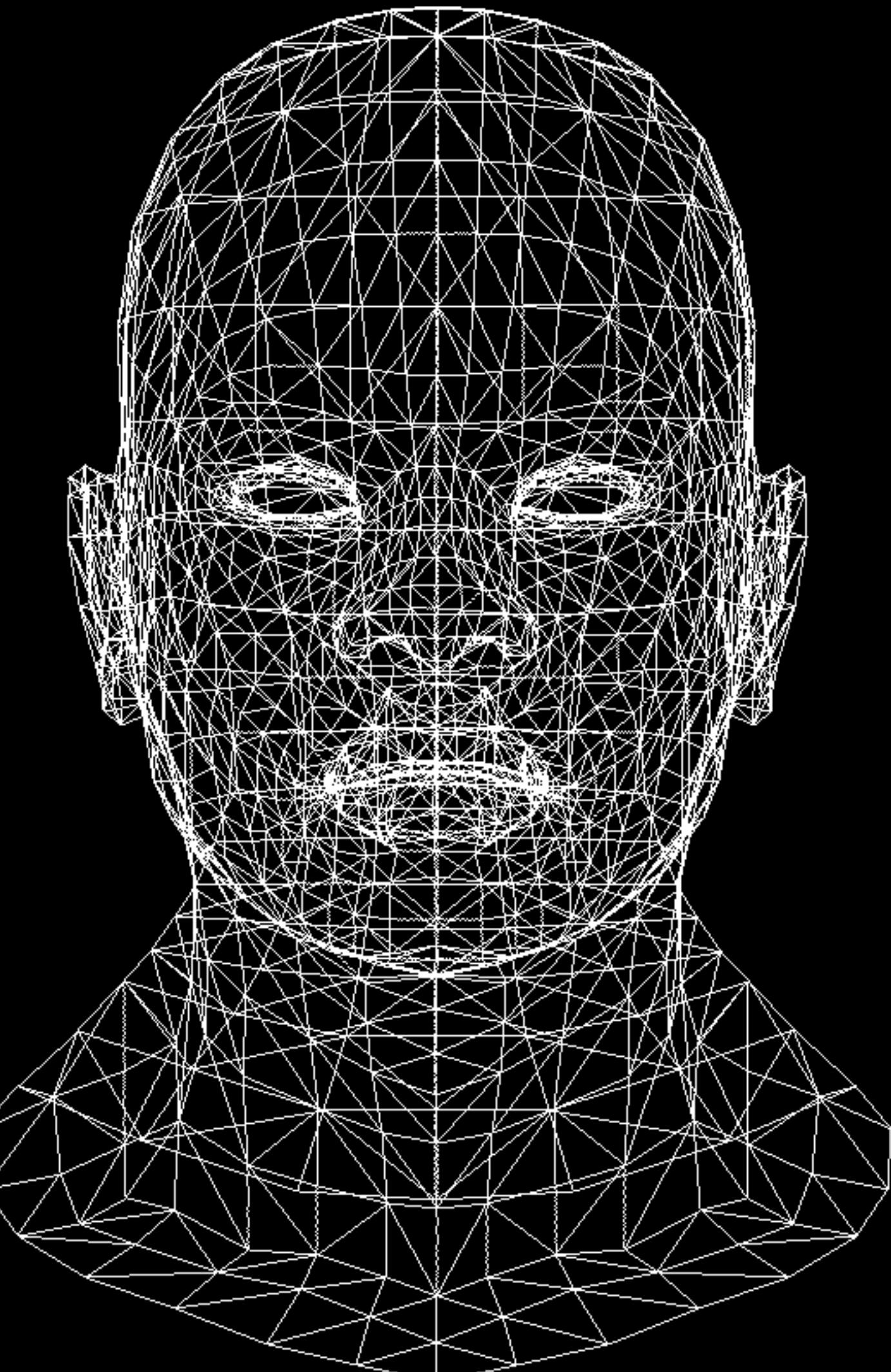
model.h

```
class Model {
private:
    std::vector<Vec3f> verts_;
    std::vector<std::vector<int>> faces_;
public:
    Model(const char *filename);
    ~Model();
    int nverts();
    int nfaces();
    Vec3f vert(int i);
    std::vector<int> face(int idx);
};
```

```
# List of geometric vertices, with (x, y, z [,w]) coordinates, w is
# optional and defaults to 1.0.
v 0.123 0.234 0.345 1.0
v ...
...
# List of texture coordinates, in (u, [,v ,w]) coordinates, these
# will vary between 0 and 1. v, w are optional and default to 0.
vt 0.500 1 [0]
vt ...
...
# List of vertex normals in (x,y,z) form; normals might not be unit
# vectors.
vn 0.707 0.000 0.707
vn ...
...
# Parameter space vertices in ( u [,v] [,w] ) form; free form
# geometry statement ( see below )
vp 0.310000 3.210000 2.100000
vp ...
...
# Polygonal face element (see below)
f 1 2 3
f 3/1 4/2 5/3
f 6/4/1 3/5/3 7/6/5
f 7//1 8//2 9//3
f ...
...
# Line element (see below)
l 5 8 1 2 4 9
```

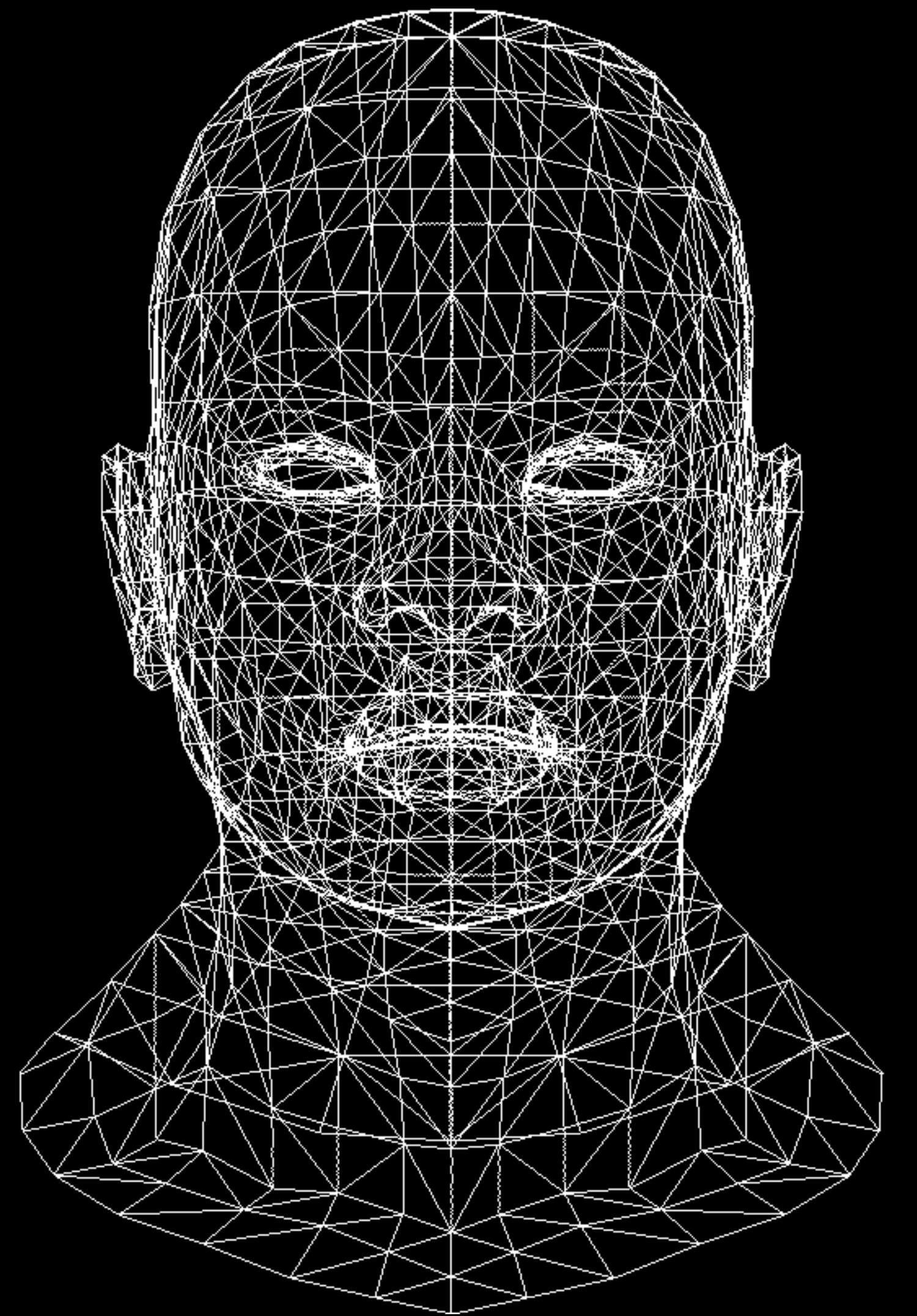
Votre but

- ◆ Boucler sur tous les triangles
- ◆ Boucler sur les 3 cotés
- ◆ Boucler sur les 2 extrémités du côté
- ◆ Convertir les coordonnées 3d entre -1 et 1 en coordonnées 2d dans l'image
- ◆ Dessiner la ligne

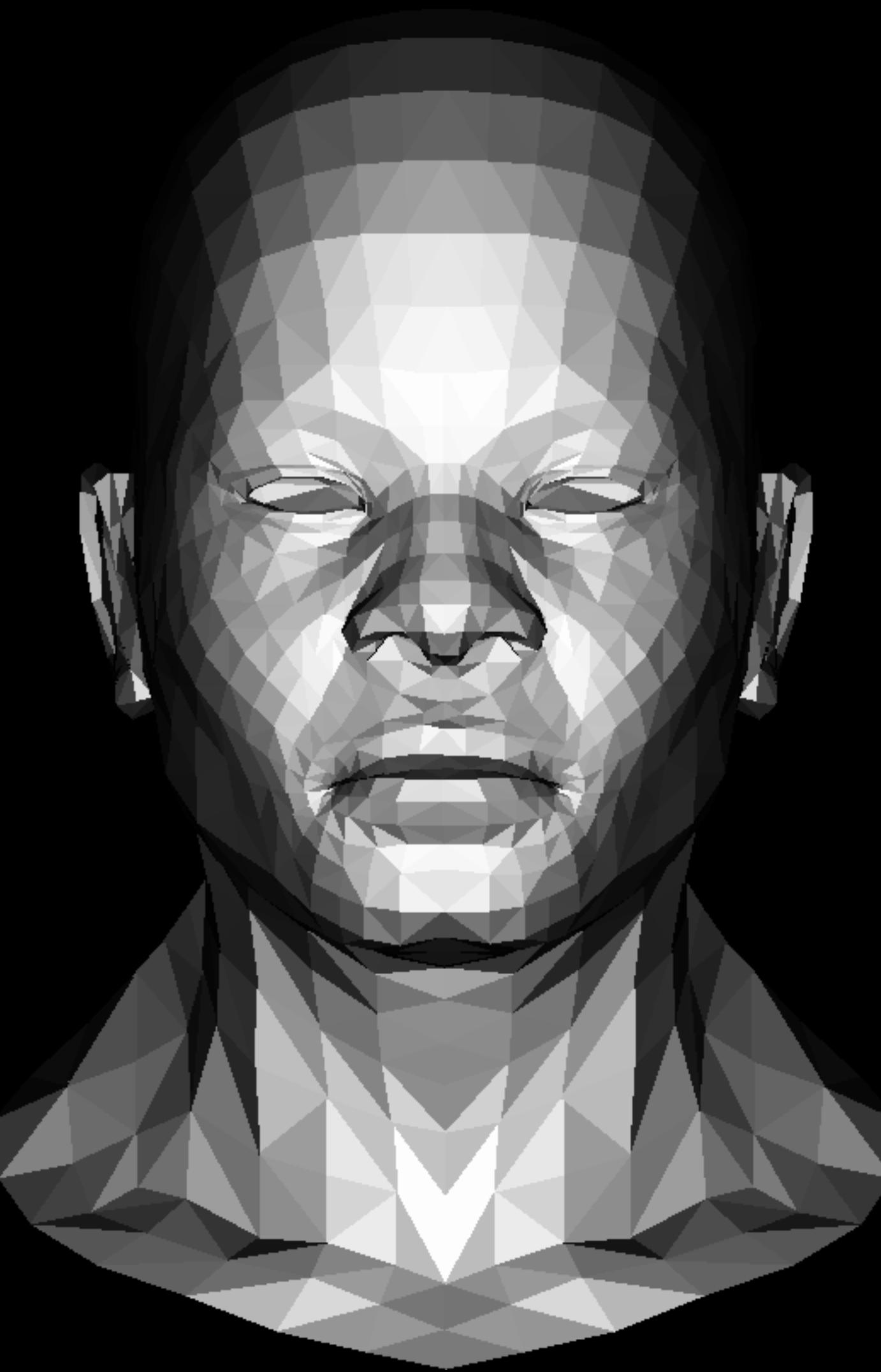


Dessiner un triangle...

Avant



Après



```
#include "tgaimage.h"
#include "geometry.h"

const TGAColor white = TGAColor(255, 255, 255, 255);
const TGAColor red   = TGAColor(255, 0, 0, 255);
const TGAColor green = TGAColor(0, 255, 0, 255);
const int width   = 200;
const int height  = 200;

void triangle(Vec2i* t,
              TGAIImage &image,
              TGAColor color) {
    line(t[0], t[1], image, color);
    line(t[1], t[2], image, color);
    line(t[2], t[0], image, color);
}
```

Code fourni

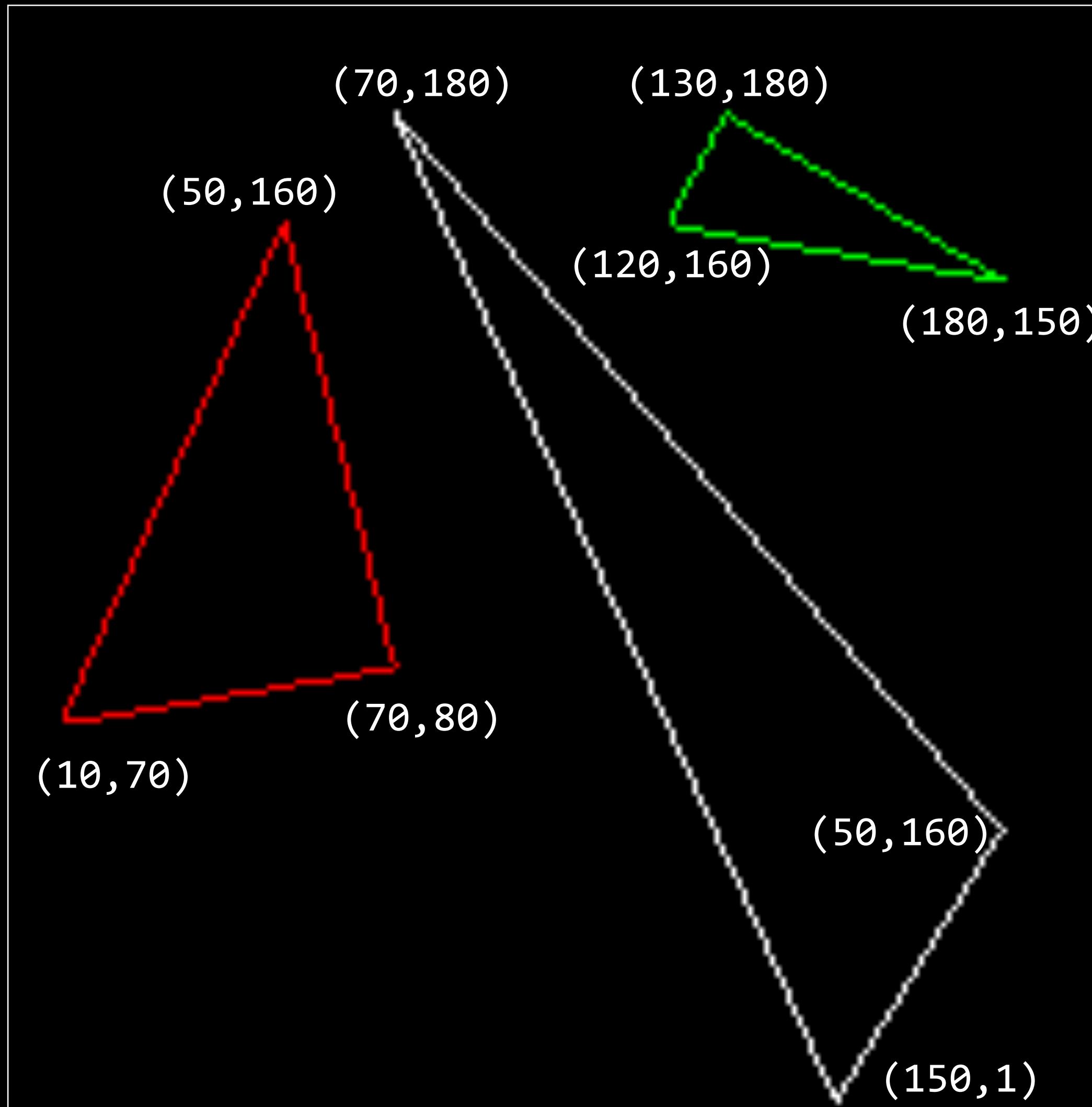
```
int main() {
    TGAIImage image(width, height, TGAIImage::RGB);

    Vec2i t0[3] = {Vec2i(10, 70),
                   Vec2i(50, 160),
                   Vec2i(70, 80)};
    Vec2i t1[3] = {Vec2i(180, 50),
                   Vec2i(150, 1),
                   Vec2i(70, 180)};
    Vec2i t2[3] = {Vec2i(180, 150),
                   Vec2i(120, 160),
                   Vec2i(130, 180)};

    triangle(t0, image, red);
    triangle(t1, image, white);
    triangle(t2, image, green);

    image.flip_vertically();
    image.write_tga_file("triangle.tga");
    return 0;
}
```

Le résultat fourni



```
int main() {
    TGAImage image(width, height, TGAImage::RGB);

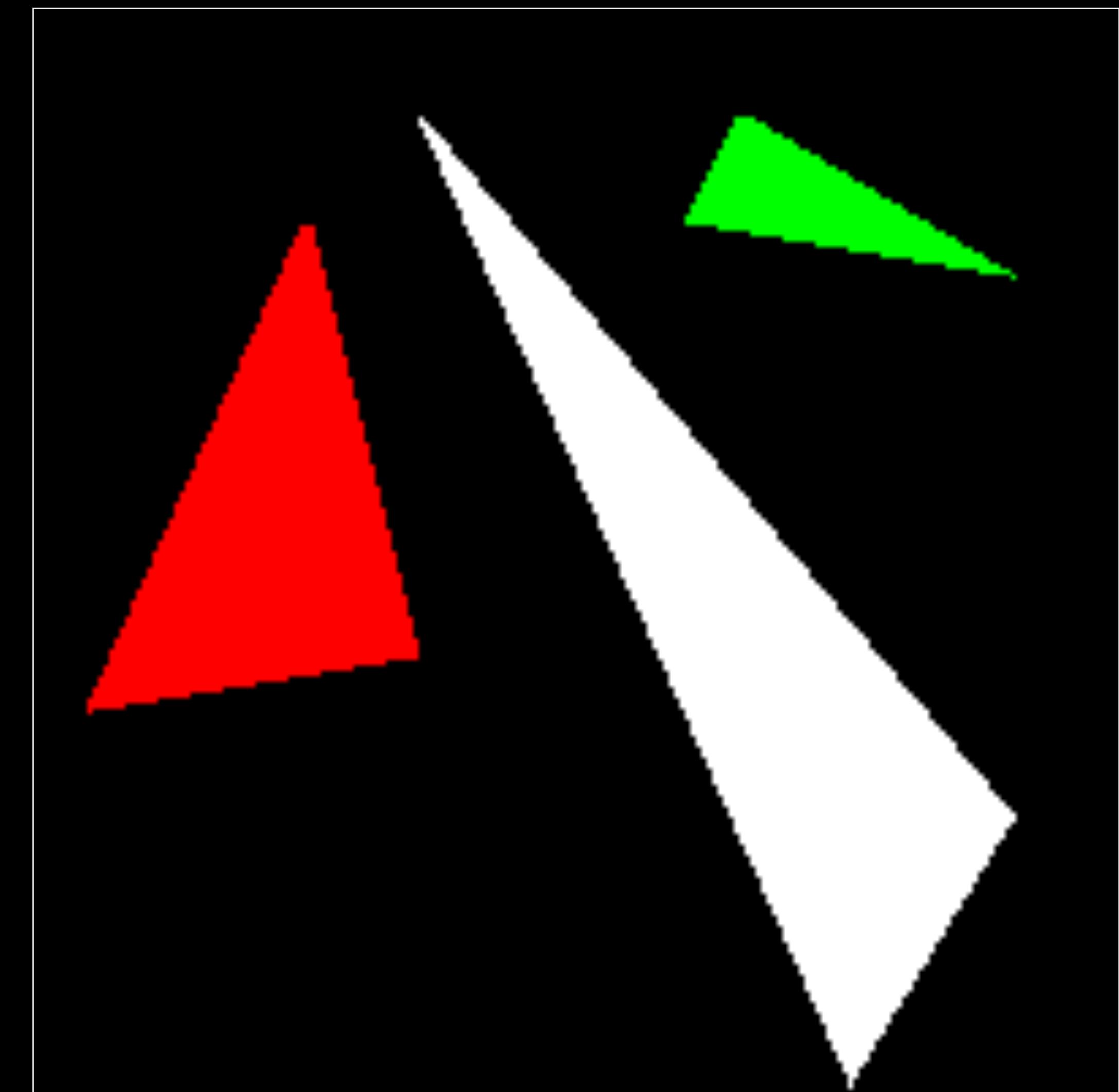
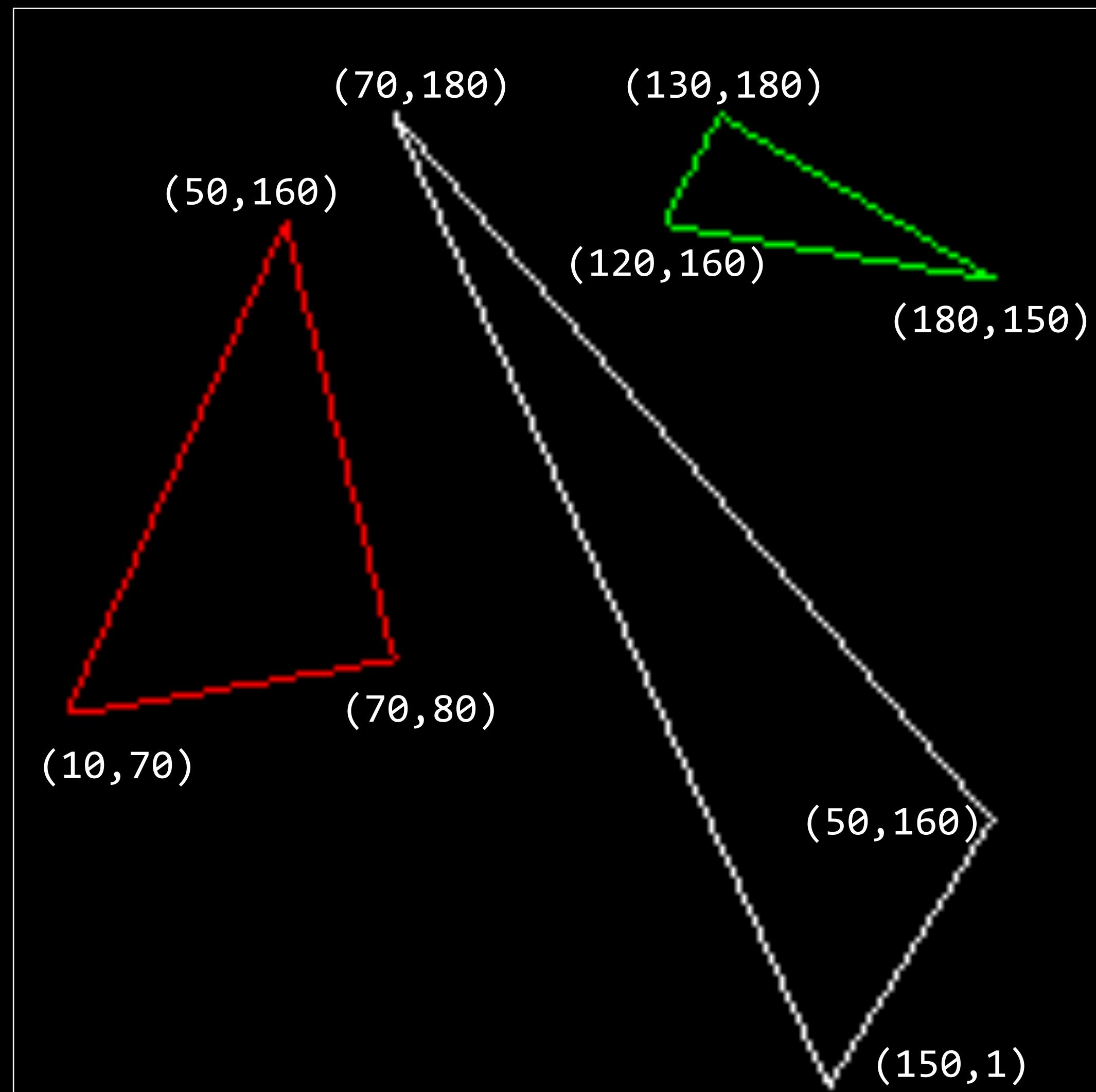
    Vec2i t0[3] = {Vec2i(10, 70),
                   Vec2i(50, 160),
                   Vec2i(70, 80)};
    Vec2i t1[3] = {Vec2i(180, 50),
                   Vec2i(150, 1),
                   Vec2i(70, 180)};
    Vec2i t2[3] = {Vec2i(180, 150),
                   Vec2i(120, 160),
                   Vec2i(130, 180)};

    triangle(t0[0], t0[1], t0[2], image, red);
    triangle(t1[0], t1[1], t1[2], image, white);
    triangle(t2[0], t2[1], t2[2], image, green);

    image.flip_vertically();
    image.write_tga_file("triangle.tga");
    return 0;
}
```

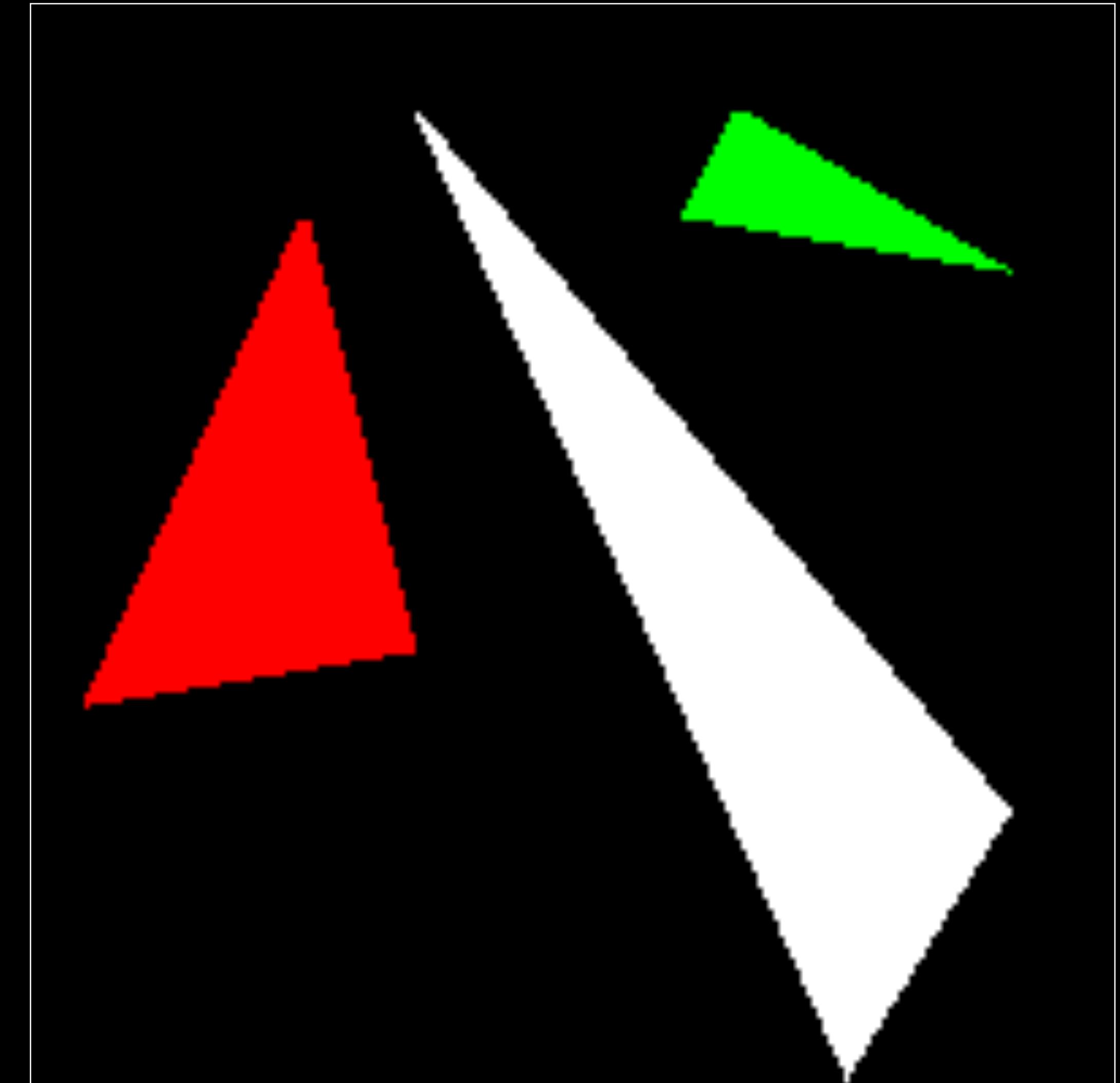
Le résultat espéré

heig-vd



La qualité espérée

- ◆ Simple
- ◆ Rapide
- ◆ Symétrique
- ◆ indépendant de l'ordre des sommets
- ◆ Sans trou entre triangles voisins
- ◆ qui partagent un côté, i.e. deux sommets

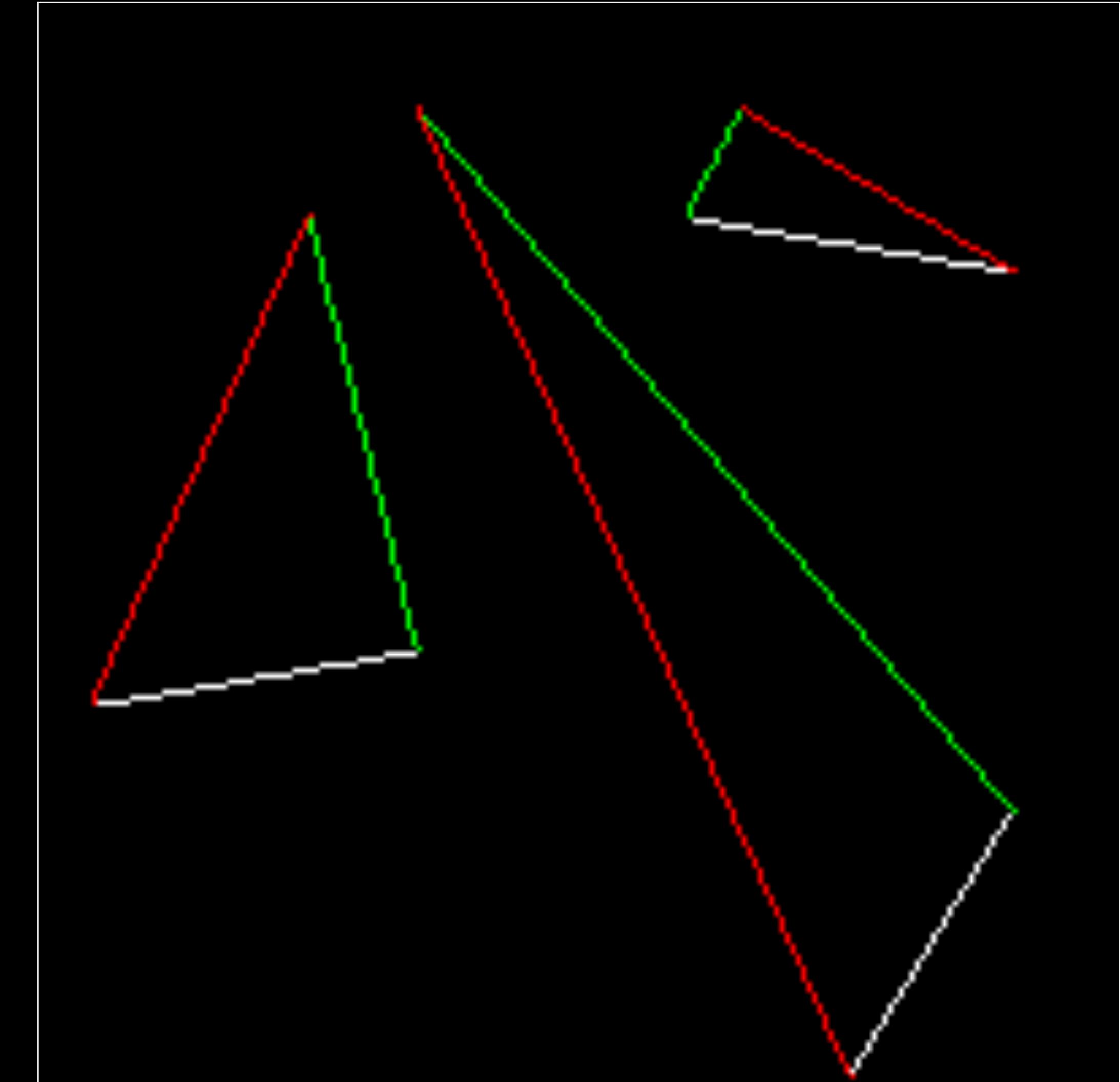


1ère approche: line sweeping

- ♦ Remplir le triangle avec des lignes horizontales
- ♦ Boucle sur y croissant du point le plus bas au point le plus haut
 - ♦ Trier les points dans cet ordre
- ♦ Rasteriser les côtés droits et gauche pour connaître les points de départ et d'arrivée des lignes horizontales
 - ♦ Droite et gauche ?

Trier les sommets selon l'axe y

```
void triangle(Vec2i*,  
             TGAImage &image,  
             TGAColor color)  
{  
    if(t[1].y < t[0].y) std::swap(t[0],t[1]);  
    if(t[2].y < t[0].y) std::swap(t[0],t[2]);  
    if(t[2].y < t[1].y) std::swap(t[1],t[2]);  
  
    line(t[0], t[1], image, white);  
    line(t[1], t[2], image, green);  
    line(t[2], t[0], image, red);  
}
```



Remplir l'angle t0-t1 / t0-t2

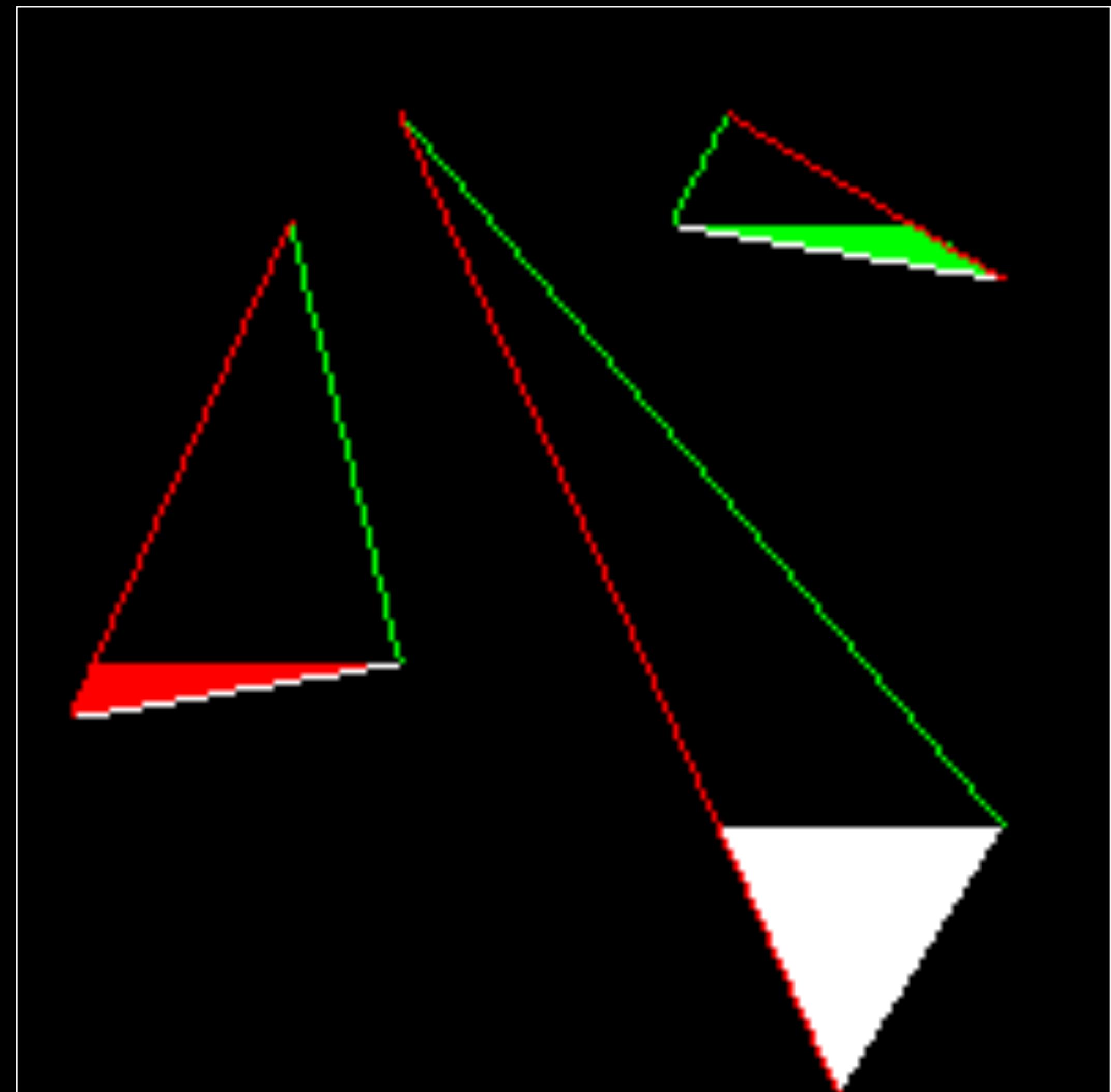
```
void triangle(Vec2i* t,
              TGAIImage &image,
              TGAColor color)
{
    if(t[1].y < t[0].y) std::swap(t[0],t[1]);
    if(t[2].y < t[0].y) std::swap(t[0],t[2]);
    if(t[2].y < t[1].y) std::swap(t[1],t[2]);

    for(int y = t[0].y; y < t1.y; ++y)
    {
        float t01 = ( y - t[0].y ) / float( t[1].y - t[0].y );
        int x01 = t[0].x + t01 * (t[1].x - t[0].x);

        float t02 = ( y - t[0].y ) / float( t[2].y - t[0].y );
        int x02 = t[0].x + t02 * (t[2].x - t[0].x);

        if(x02 < x01) std::swap(x01,x02);
        for(int x = x01; x <= x02; ++x)
            image.set(x,y,color);
    }

    line(t[0], t[1], image, white);
    line(t[1], t[2], image, green);
    line(t[2], t[0], image, red);
}
```



```
void solid_angle(Vec2i t0, Vec2i t1, Vec2i t2, Vec2i t3,
                 TGAIImage &image, TGAColor color) {
    if(t0.y == t1.y) ...

    for(int y = t0.y; y <= t1.y; ++y)
    {
        float t01 = ( y - t0.y ) / float( t1.y - t0.y );
        int x01 = t0.x + t01 * (t1.x - t0.x);

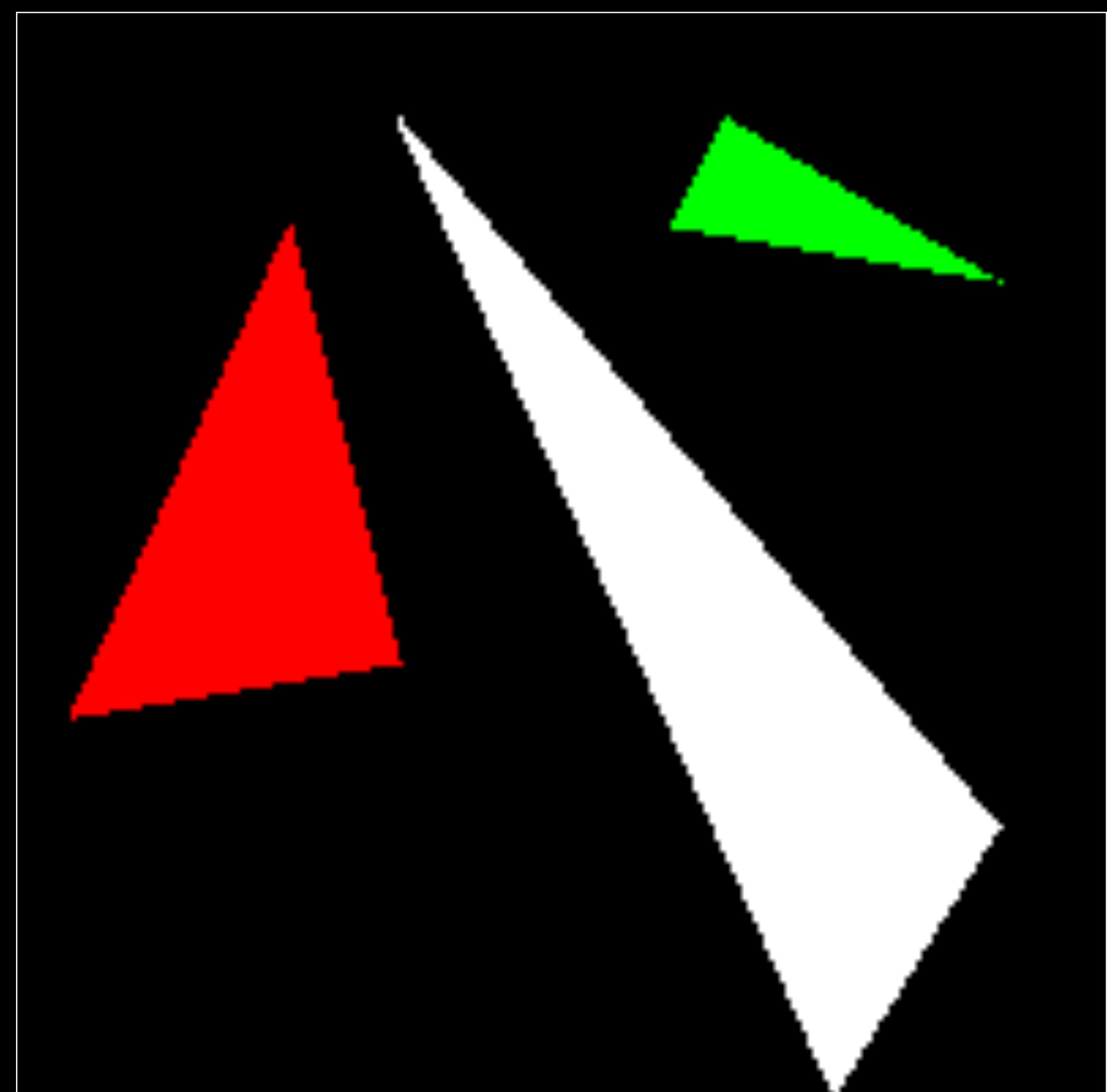
        float t23 = ( y - t2.y ) / float( t3.y - t2.y );
        int x23 = t2.x + t23 * (t3.x - t2.x);

        if(x23 < x01) std::swap(x01,x23);
        for(int x = x01; x <= x23; ++x)
            image.set(x,y,color);
    }
}

void triangle(Vec2i* t,
              TGAIImage &image, TGAColor color) {
    if(t[1].y < t[0].y) std::swap(t[0],t[1]);
    if(t[2].y < t[0].y) std::swap(t[0],t[2]);
    if(t[2].y < t[1].y) std::swap(t[1],t[2]);

    solid_angle(t[0], t[1], t[0], t[2], image, color);
    solid_angle(t[1], t[2], t[0], t[2], image, color);
}
```

Remplir deux demis



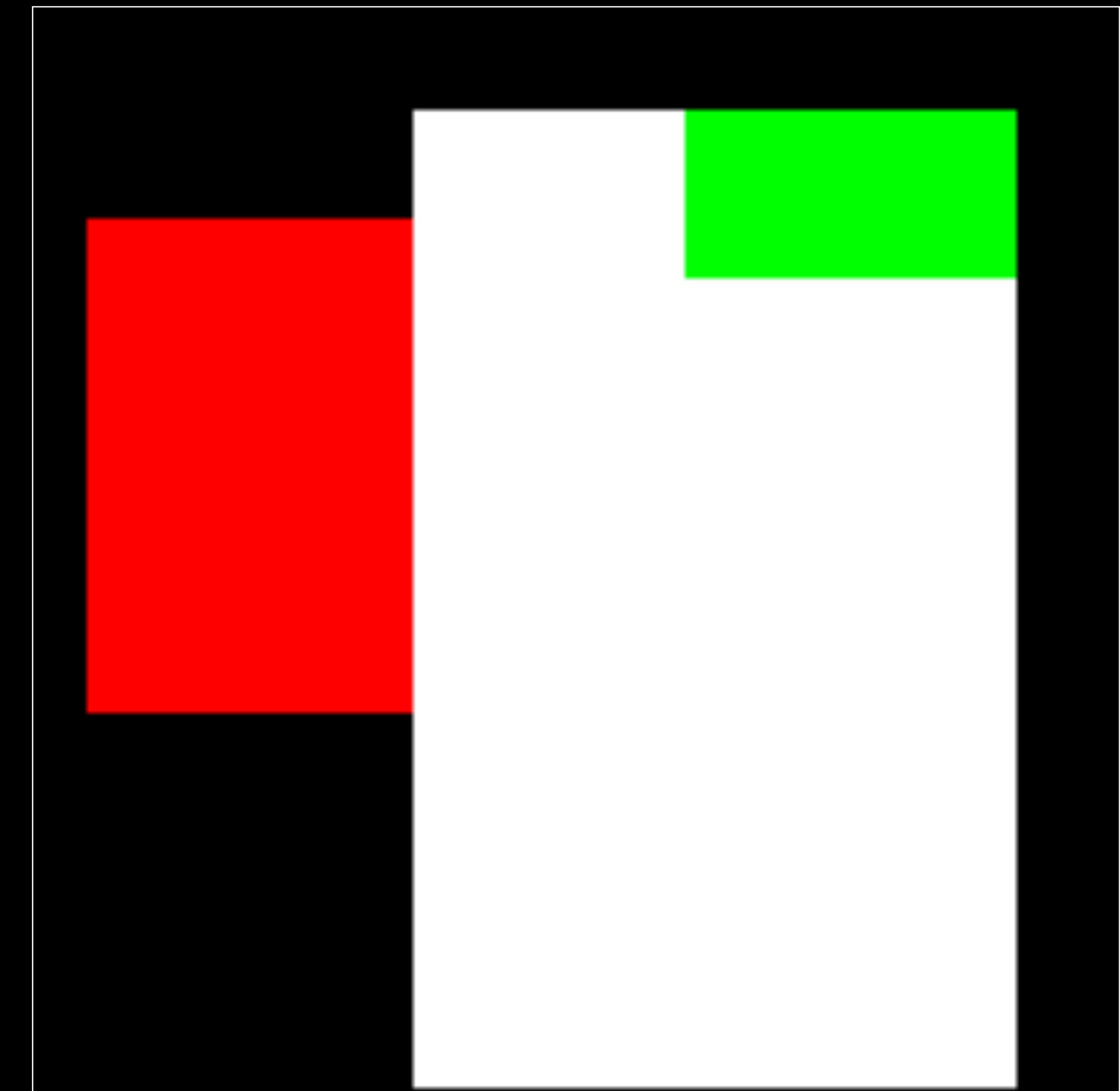
Et si on exécutait ce code sur GPU ?

```
std::array<Vec2i,2> boite_englante(Vec2i* t, int n = 3);

bool est_dans_le_triangle(Vec2i pt, Vec2i* t);

void triangle(Vec2i *t, TGAImage &image, TGAColor color)
{
    auto bbox = boite_englante(t);
    for(Vec2i p { 0, bbox[0].y }; p.y <= bbox[1].y; ++p.y)
    {
        for(p.x = bbox[0].x; p.x <= bbox[1].x; ++p.x)
        {
            if (est_dans_le_triangle(p, t))
                image.set(p.x,p.y,color);
        }
    }
}
```

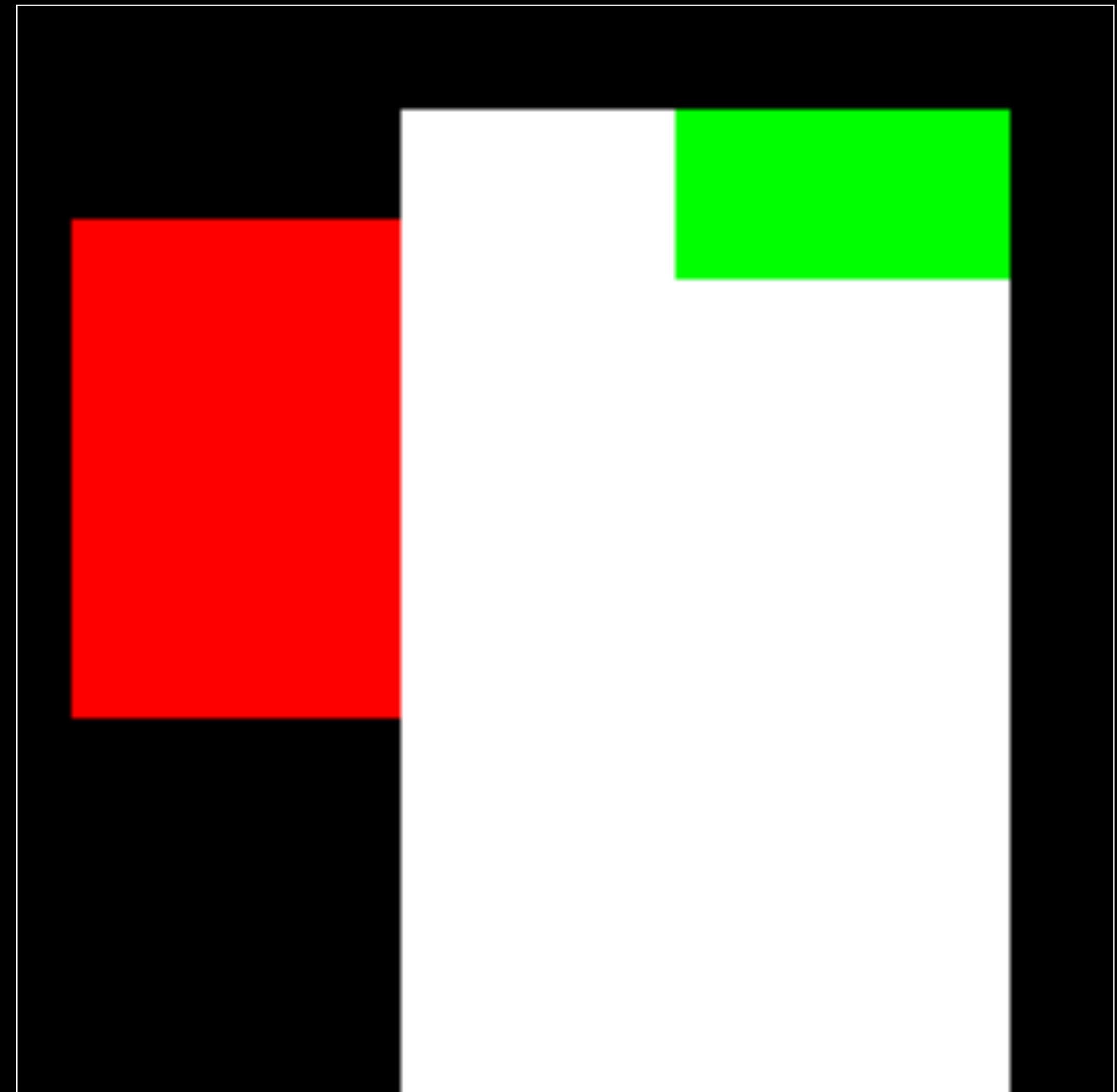
Bounding Box



Bounding Box

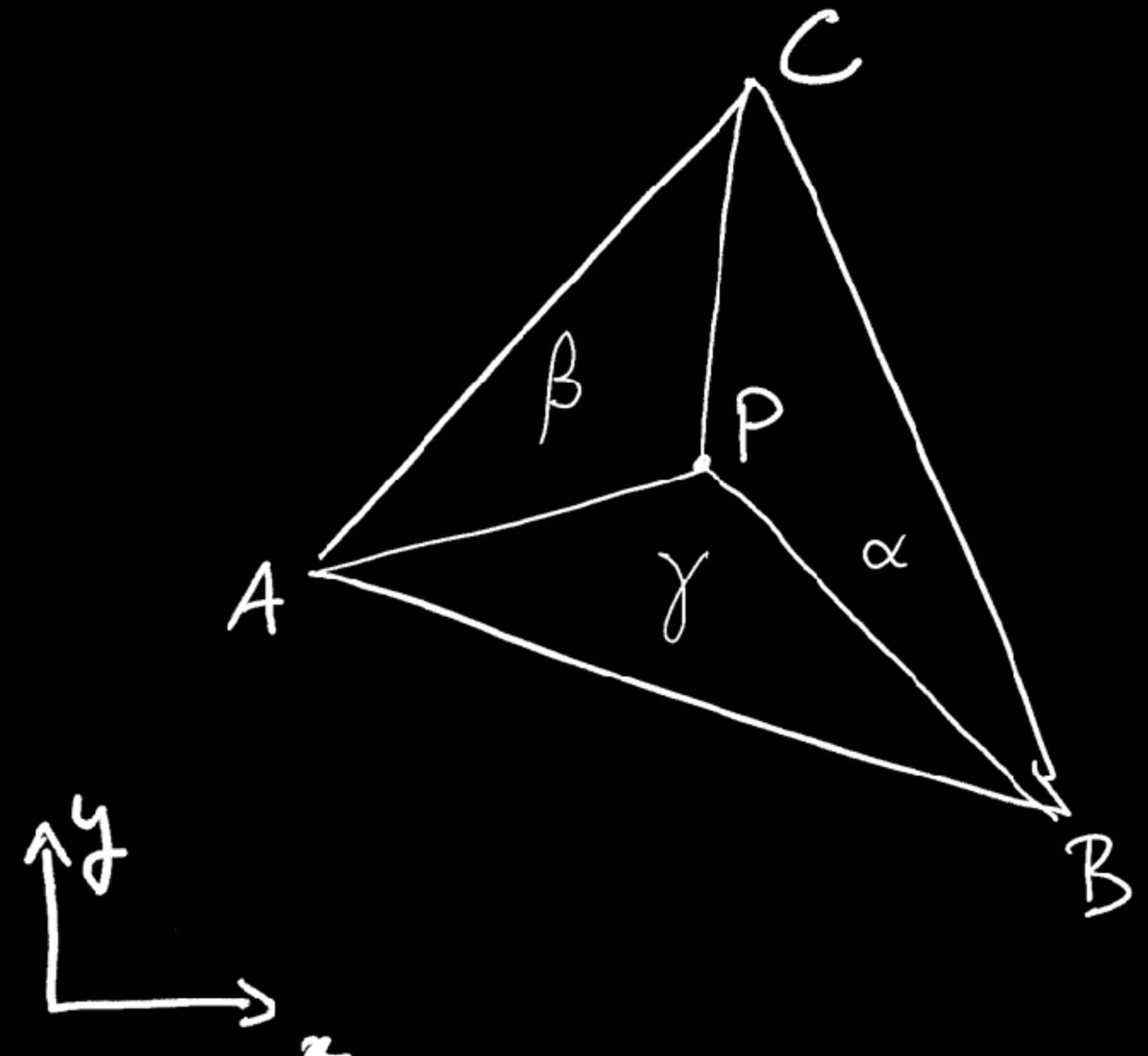
```
std::array<Vec2i,2>
boite_englante(Vec2i* t, int n = 3)
{
    std::array<Vec2i,2> box { t[0],t[0] };
    for(int i = 1; i < n; ++i) {
        if ( t[i].x < box[0].x ) box[0].x = t[i].x;
        if ( t[i].y < box[0].y ) box[0].y = t[i].y;
        if ( t[i].x > box[1].x ) box[1].x = t[i].x;
        if ( t[i].y > box[1].y ) box[1].y = t[i].y;
    }
    return box;
}

bool est_dans_le_triangle(Vec2i pt, Vec2i* t)
{
    return true;
}
```



Vérifier si p est à l'intérieur d'un triangle ?

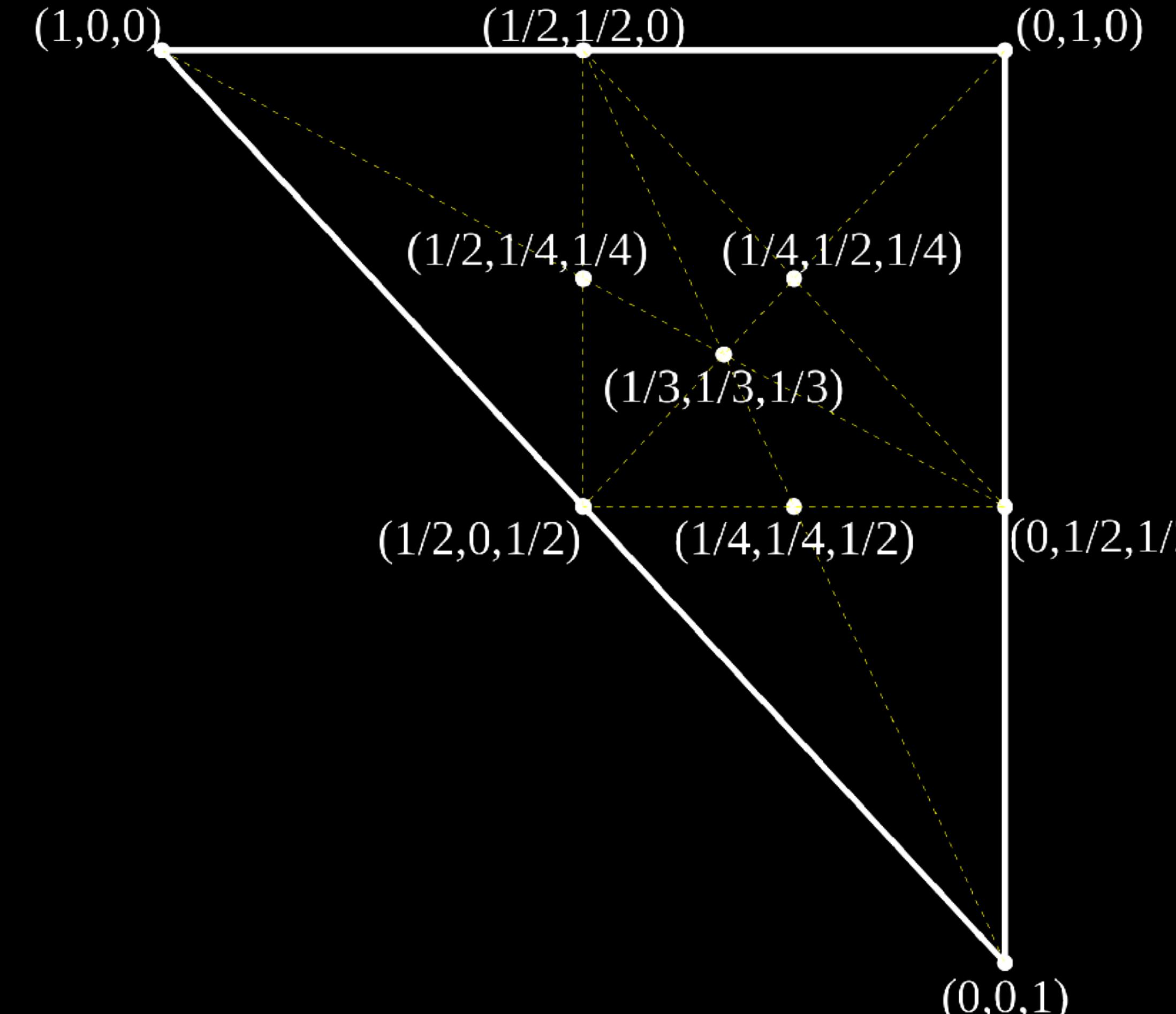
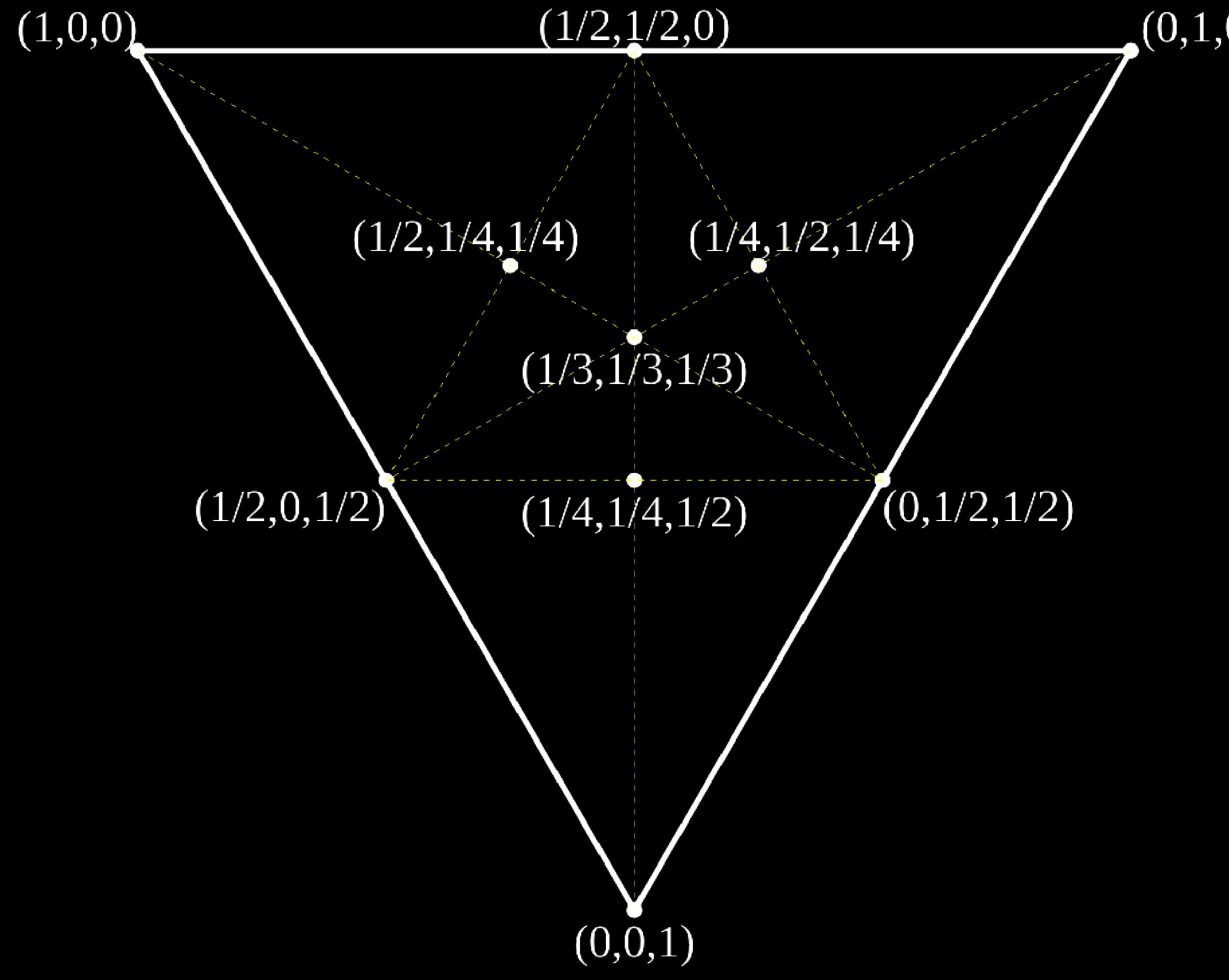
- ♦ Utiliser les coordonnées barycentriques
- ♦ Tout point P est une somme pondérée des sommets A, B et C
- ♦ Sous contrainte de $\alpha + \beta + \gamma = 1$
- ♦ Le poids d'un sommet est proportionnel à la surface du triangle que P forme avec les 2 autres sommets
- ♦ P est dans le triangle si $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ et $\gamma \geq 0$



$$\vec{P} = \alpha \cdot \vec{A} + \beta \cdot \vec{B} + \gamma \cdot \vec{C}$$

Coordonnées barycentriques

heig-vd

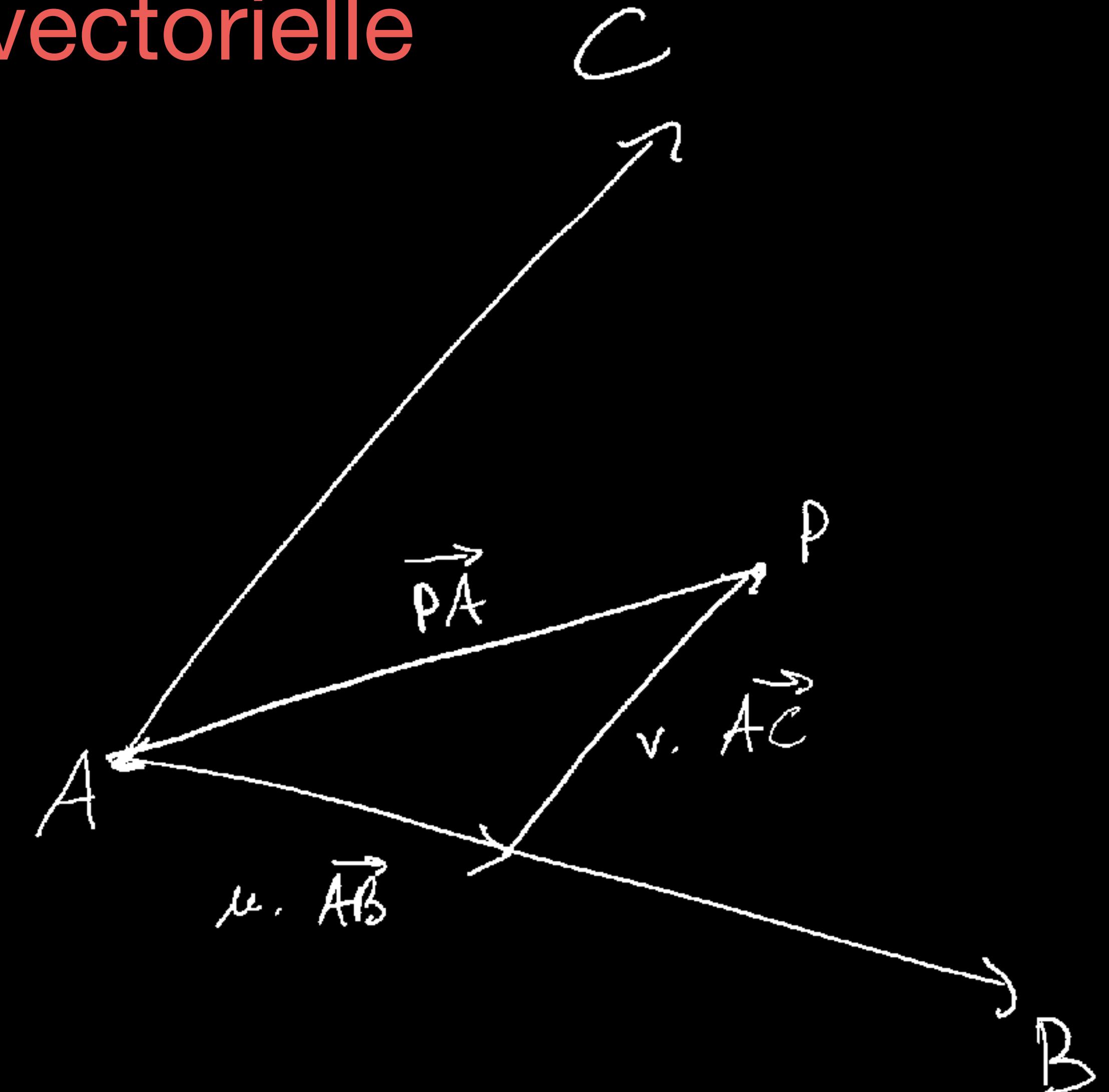


Sous forme vectorielle

$$\vec{P} = \vec{A} + u \cdot \vec{AB} + v \cdot \vec{AC}$$

$$1 \cdot \vec{A} + \bar{u} \cdot (\vec{B} - \vec{A}) + v \cdot (\vec{C} - \vec{A})$$

$$(1 - u - v) \vec{A} + u \vec{B} + v \vec{C}$$



$$u \cdot \vec{AB} + v \cdot \vec{AC} + \vec{PA} = 0$$

$$u \cdot \overrightarrow{AB} + v \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{PA} = 0$$

$$u \cdot (B_x - A_x) + v \cdot (C_x - A_x) + 1 \cdot (A_x - P_x) = 0$$

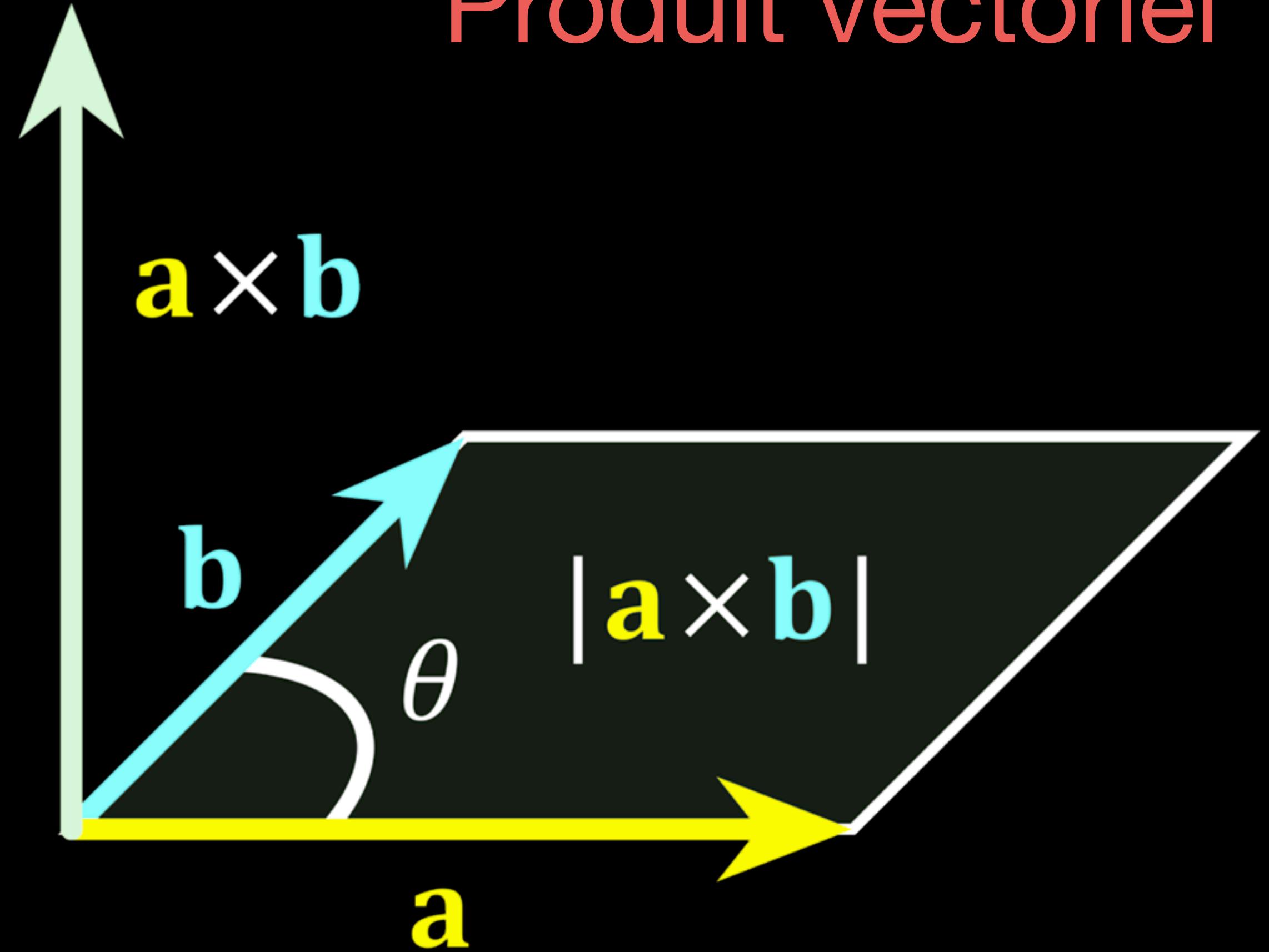
$$u \cdot (B_y - A_y) + v \cdot (C_y - A_y) + 1 \cdot (A_y - P_y) = 0$$

$$\overrightarrow{(u, v, 1)} \perp \overrightarrow{(B_x - A_x, C_x - A_x, A_x - P_x)}$$

$$\overrightarrow{(u, v, 1)} \perp \overrightarrow{(B_y - A_y, C_y - A_y, A_y - P_y)}$$

Produit vectoriel

heig-vd

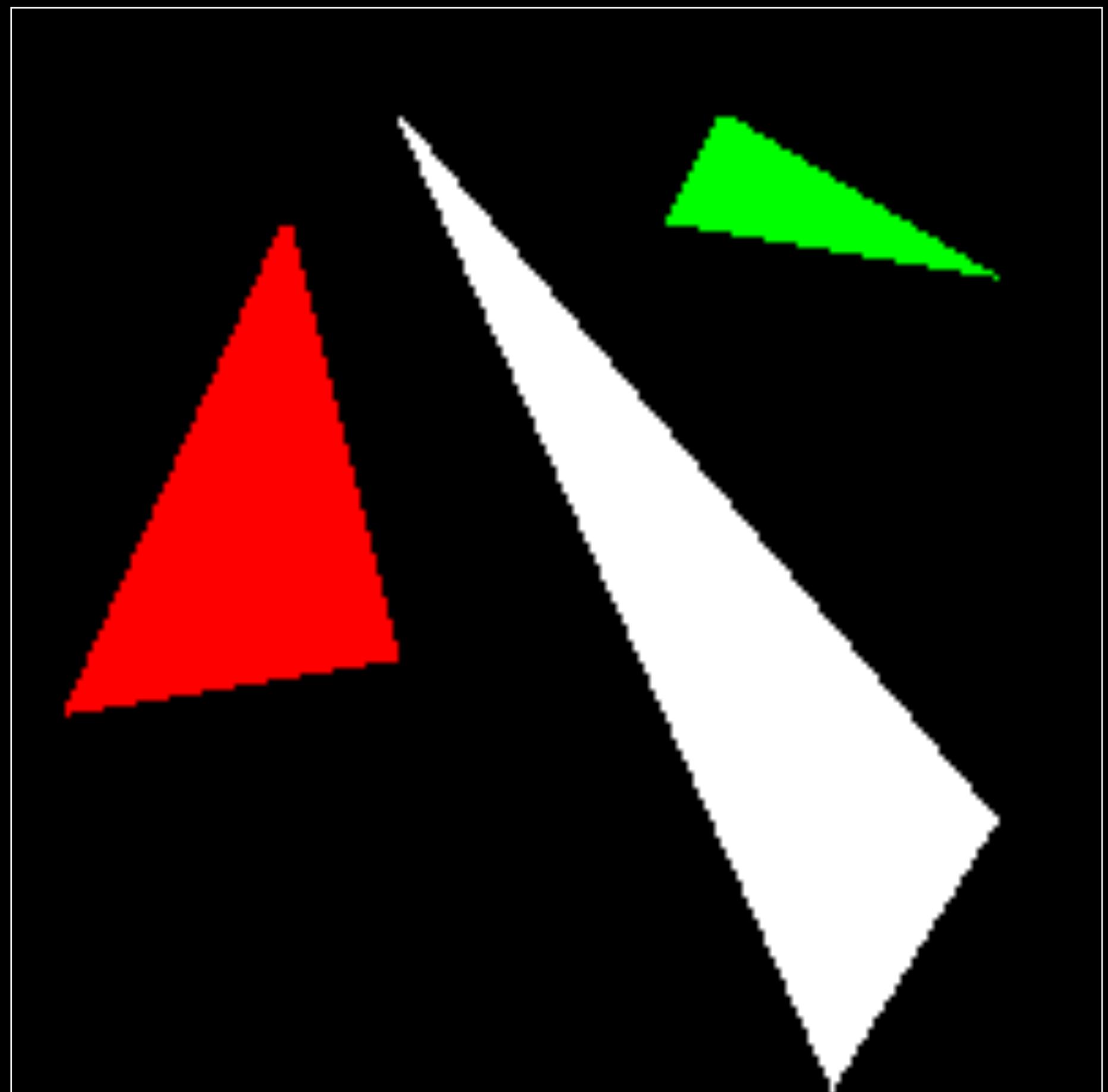


$$\overrightarrow{(u,v,1)} = \overrightarrow{(B_x - A_x, C_x - A_x, A_x - P_x)} \times \overrightarrow{(B_y - A_y, C_y - A_y, A_y - P_y)}$$

Code C++

```
bool est_dans_le_triangle(Vec2i* t, Vec2i pt)
{
    Vec3f b = barycentriques(t,pt);
    return ( b.x >= 0 and b.y >= 0 and b.z >= 0 );
}

Vec3f barycentriques(Vec2i* t, Vec2i p) {
    Vec3f x { static_cast<float>(t[1].x - t[0].x),
              static_cast<float>(t[2].x - t[0].x),
              static_cast<float>(t[0].x - p.x) };
    Vec3f y { static_cast<float>(t[1].y - t[0].y),
              static_cast<float>(t[2].y - t[0].y),
              static_cast<float>(t[0].y - p.y)};
    Vec3f u = x^y;
    if(abs(u.z) < 1)
        return Vec3f(-1,1,1);
    else
        return Vec3f { 1.f-(u.x+u.y)/u.z, u.x/u.z, u.y/u.z };
}
```



African Head

```
height  
TGAImage image(width, height, TGAImage::RGB);  
  
for (int i=0; i<model->nfaces(); i++) {  
    std::vector<int> face = model->face(i);  
  
    Vec2i screen_coords[3];  
    Vec3f world_coords[3];  
    for (int j=0; j<3; j++) {  
        world_coords[j] = model->vert(face[j]);  
        screen_coords[j] = Vec2i((world_coords[j].x+1.)*width/2.,  
                               (world_coords[j].y+1.)*height/2.);  
    }  
  
    TGAColor random_color(rand() % 256,  
                          rand() % 256,  
                          rand() % 256,  
                          255);  
    triangle(screen_coords, image, random_color);  
}
```



Ombrage plat

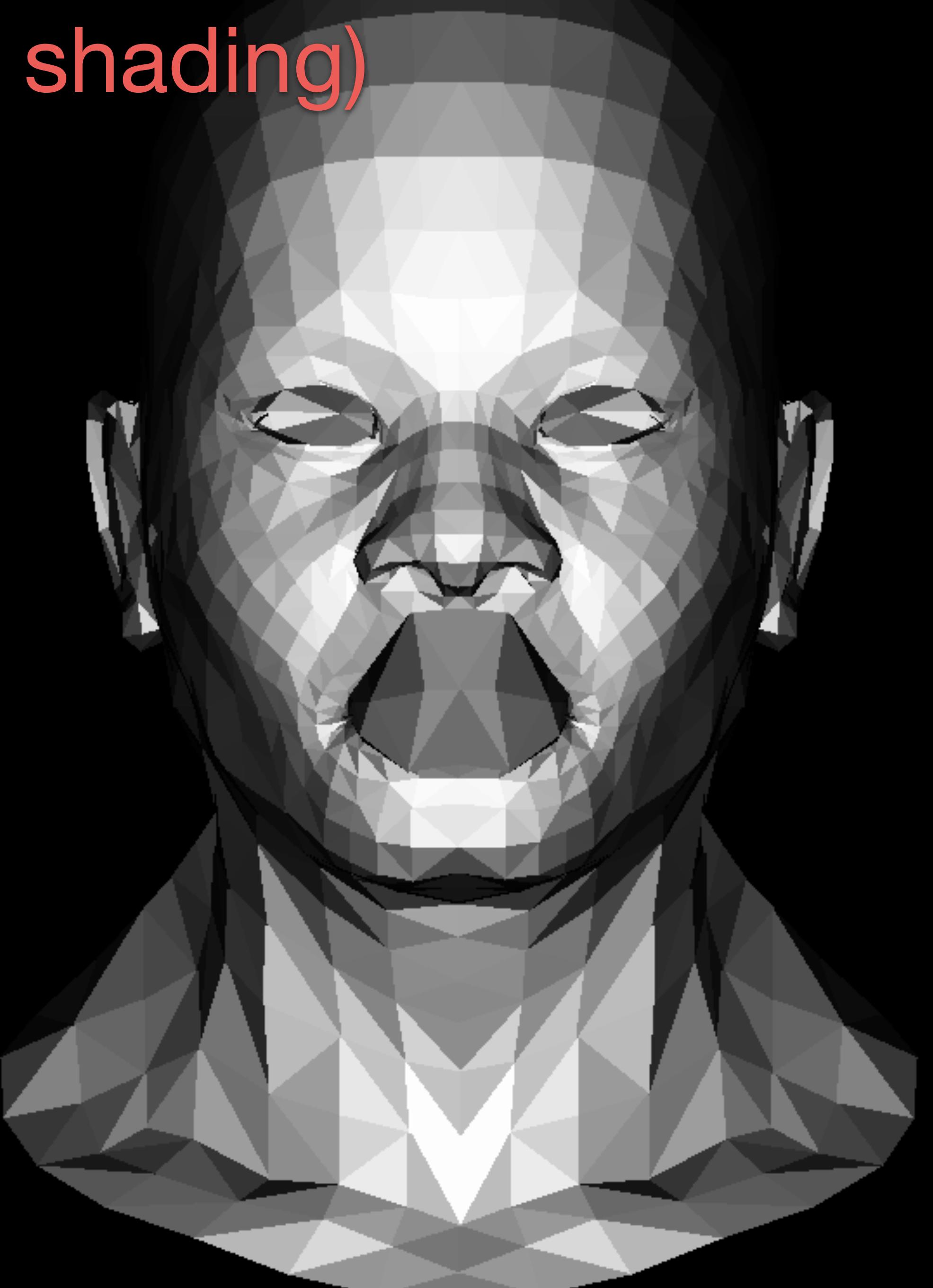
Principe général de l'ombrage (shading)

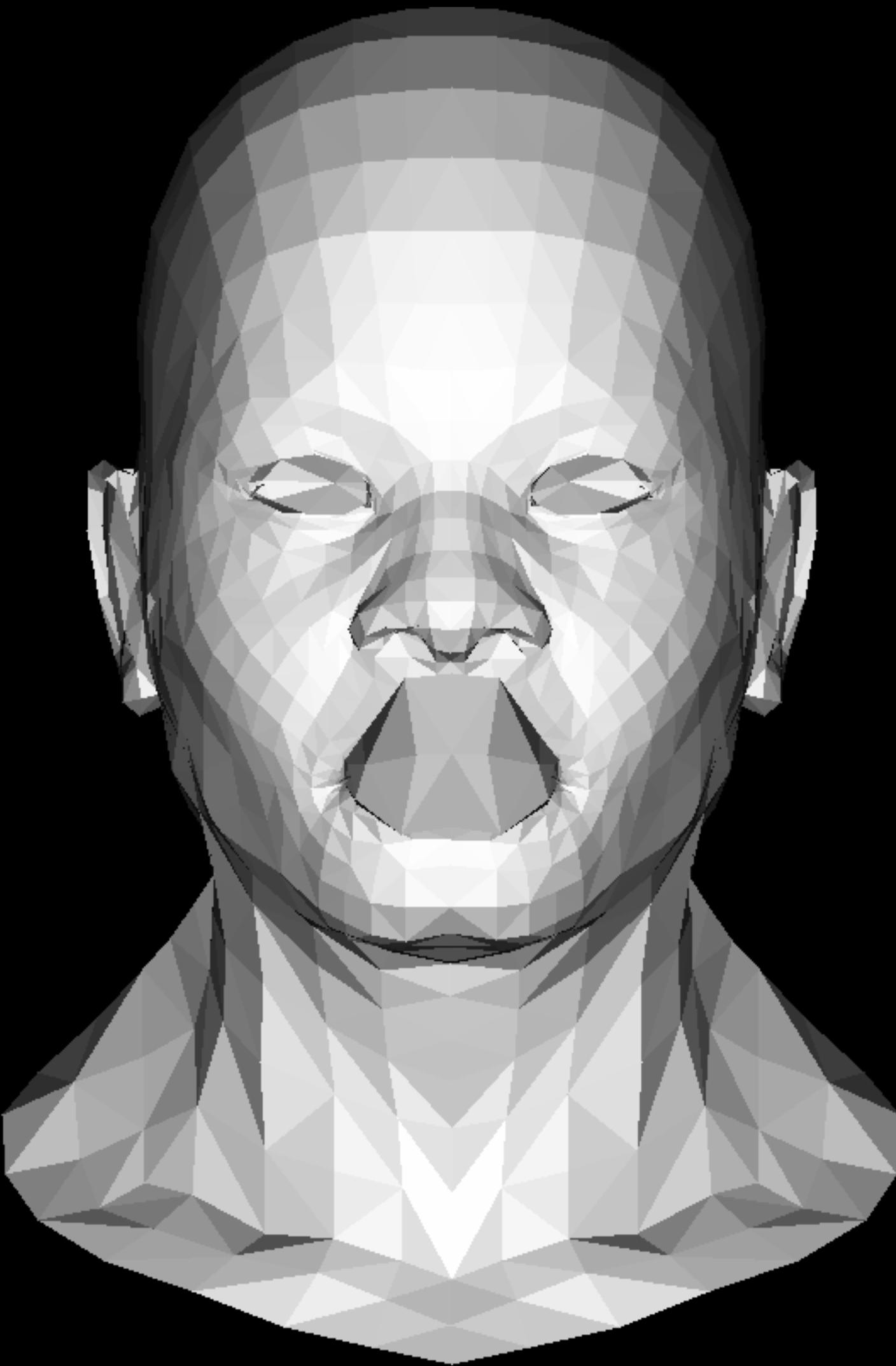
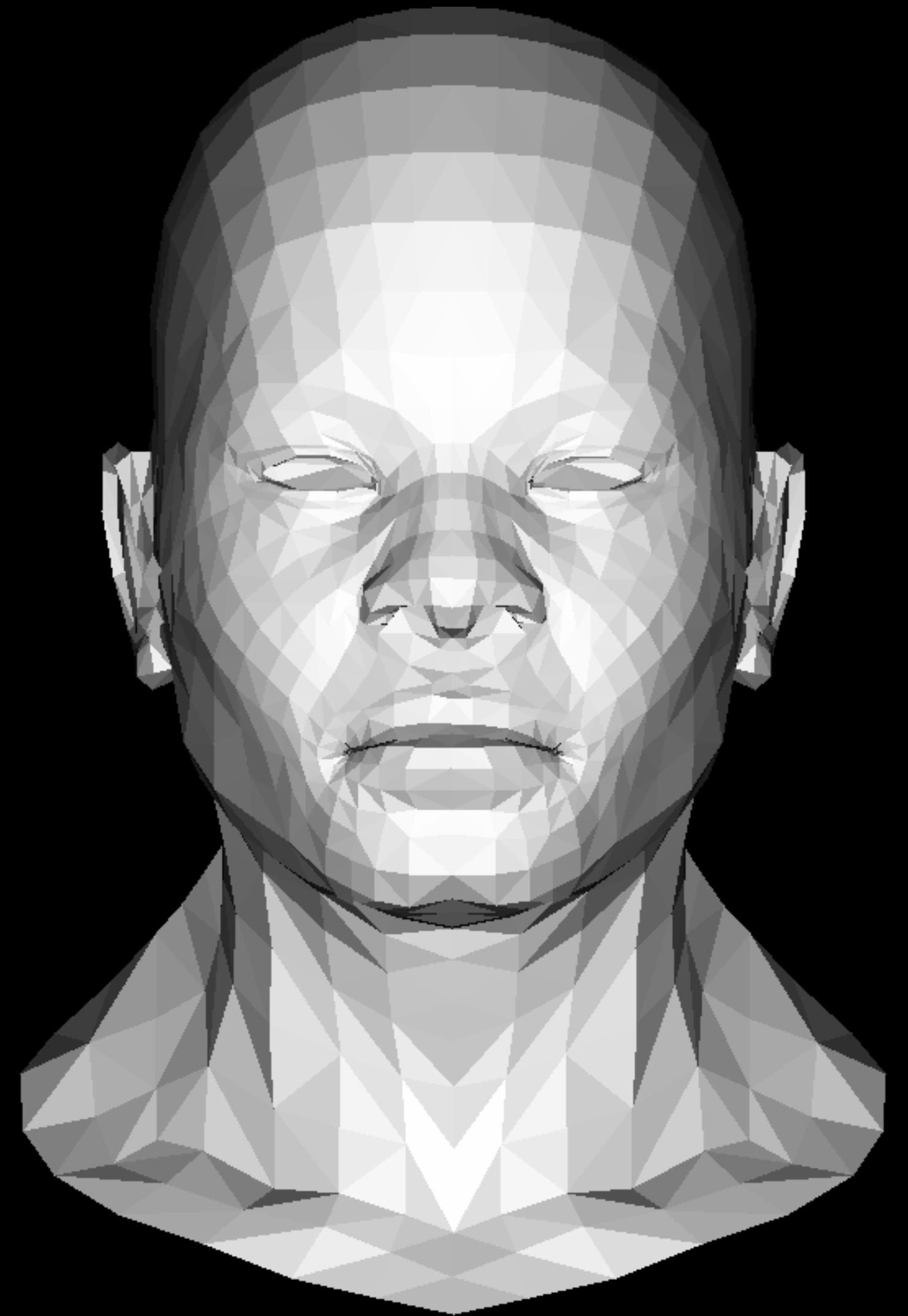
heig-vd



Ombrage plat (flat shading)

- ◆ Rendu en niveaux de gris
- ◆ Pour simplifier, on utilise $R = G = B = \text{intensité}$
- ◆ Intensité nulle si l'orientation de la face est parallèle à la direction de la lumière
- ◆ Intensité maximale si elle est perpendiculaire à la direction de la lumière
- ◆ Produit scalaire entre la normale au triangle et la direction de la lumière
- ◆ Et si l'intensité est négative ?





Ombrage plat (flat shading)

```
const Vec3f light(0,0,-1);

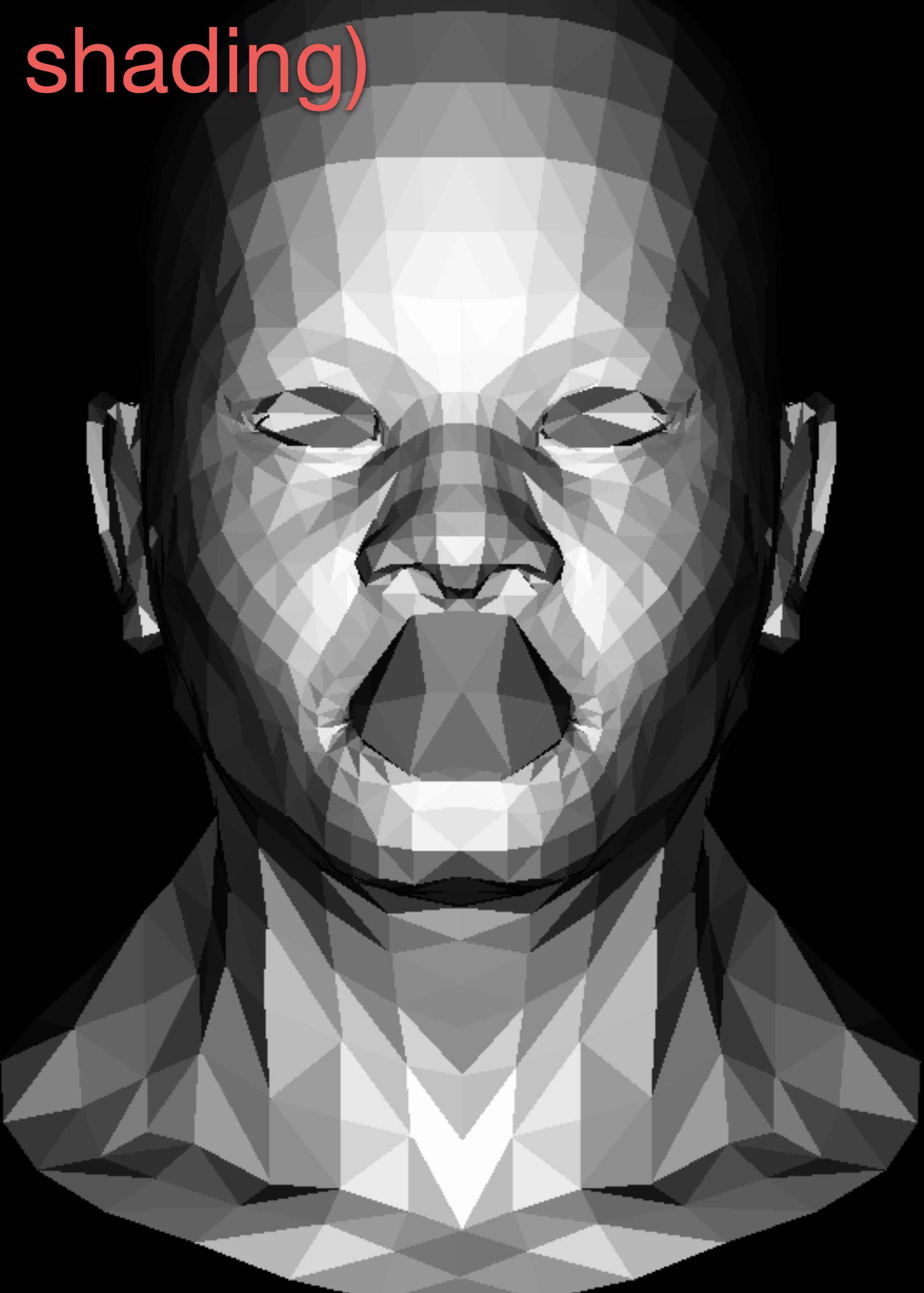
TGAImage image(width, height, TGAImage::RGB);
for (int i=0; i<model->nfaces(); i++) {
    std::vector<int> face = model->face(i);

    Vec2i screen[3];
    Vec3f world[3];

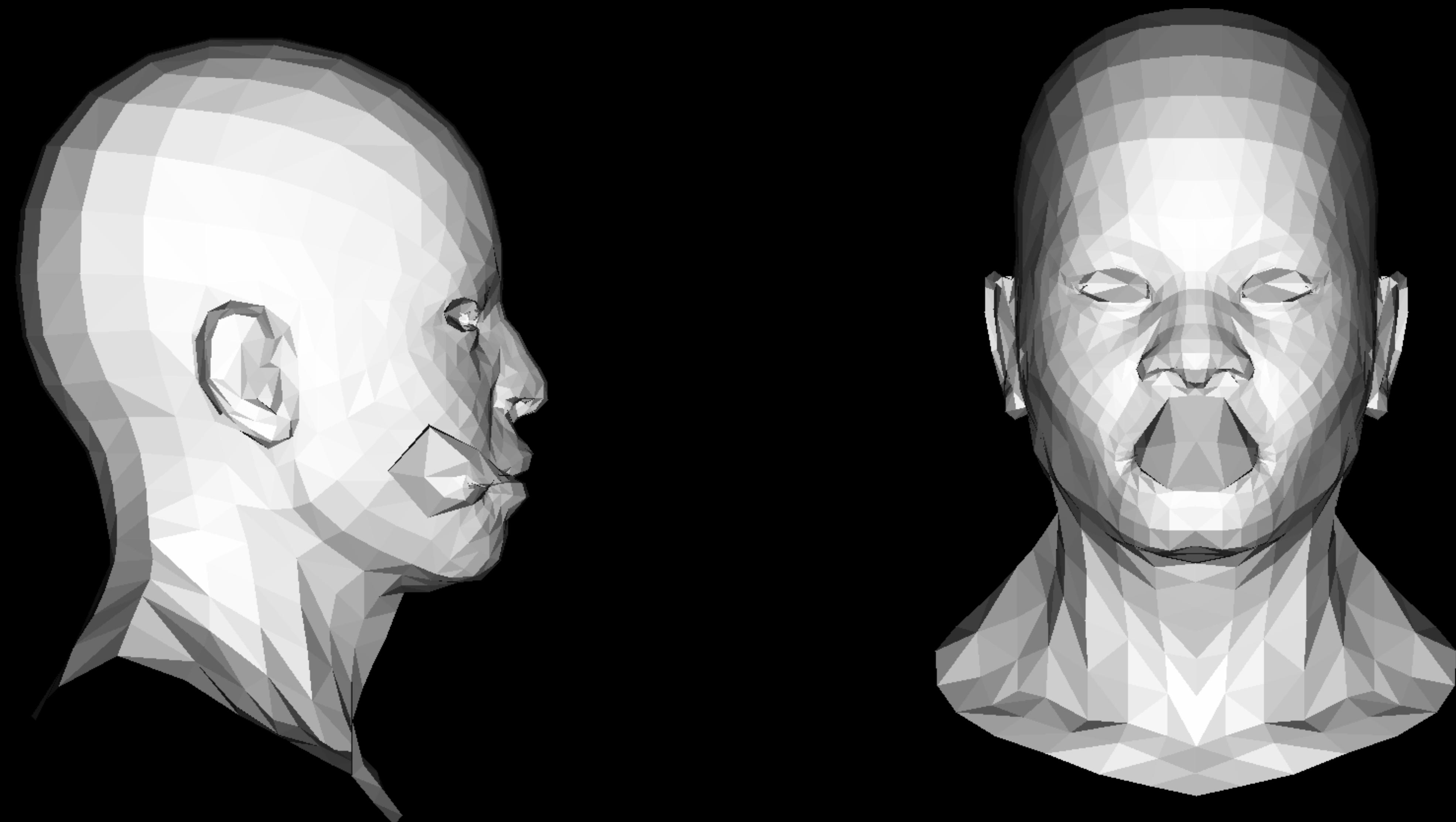
    for (int j=0; j<3; j++) {
        world[j] = model->vert(face[j]);
        screen[j] = Vec2i((world[j].x + 1.) * width / 2.,
                          (world[j].y+1.)*height/2.);
    }

    Vec3f n = (world[2]-world[0])^(world[1]-world[0]);
    n.normalize();
    float I = n * light;

    if(I>=0) {
        TGAColor color(I * 255, I * 255, I * 255, 255);
        triangle(screen, image, color);
    }
}
```



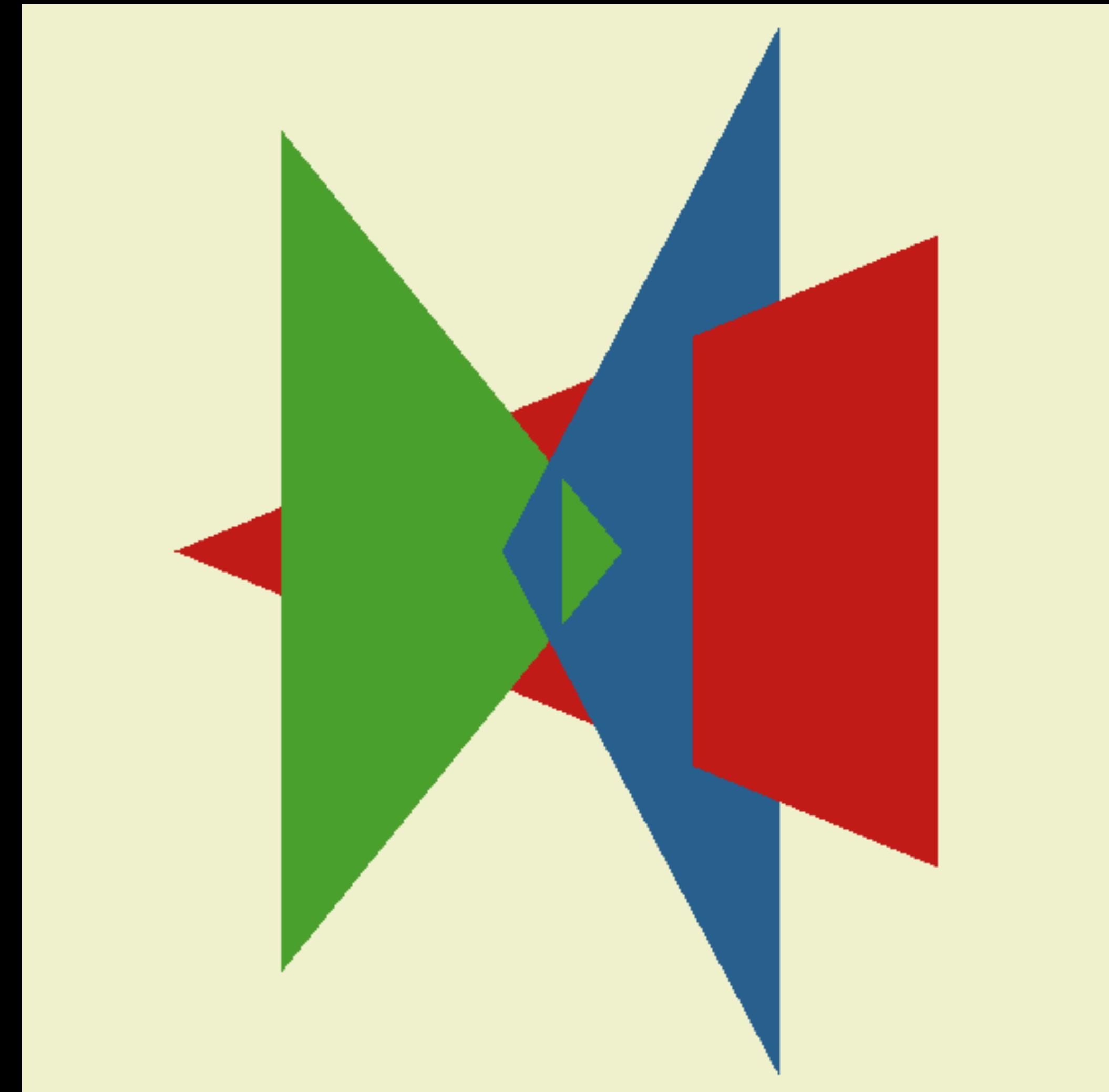
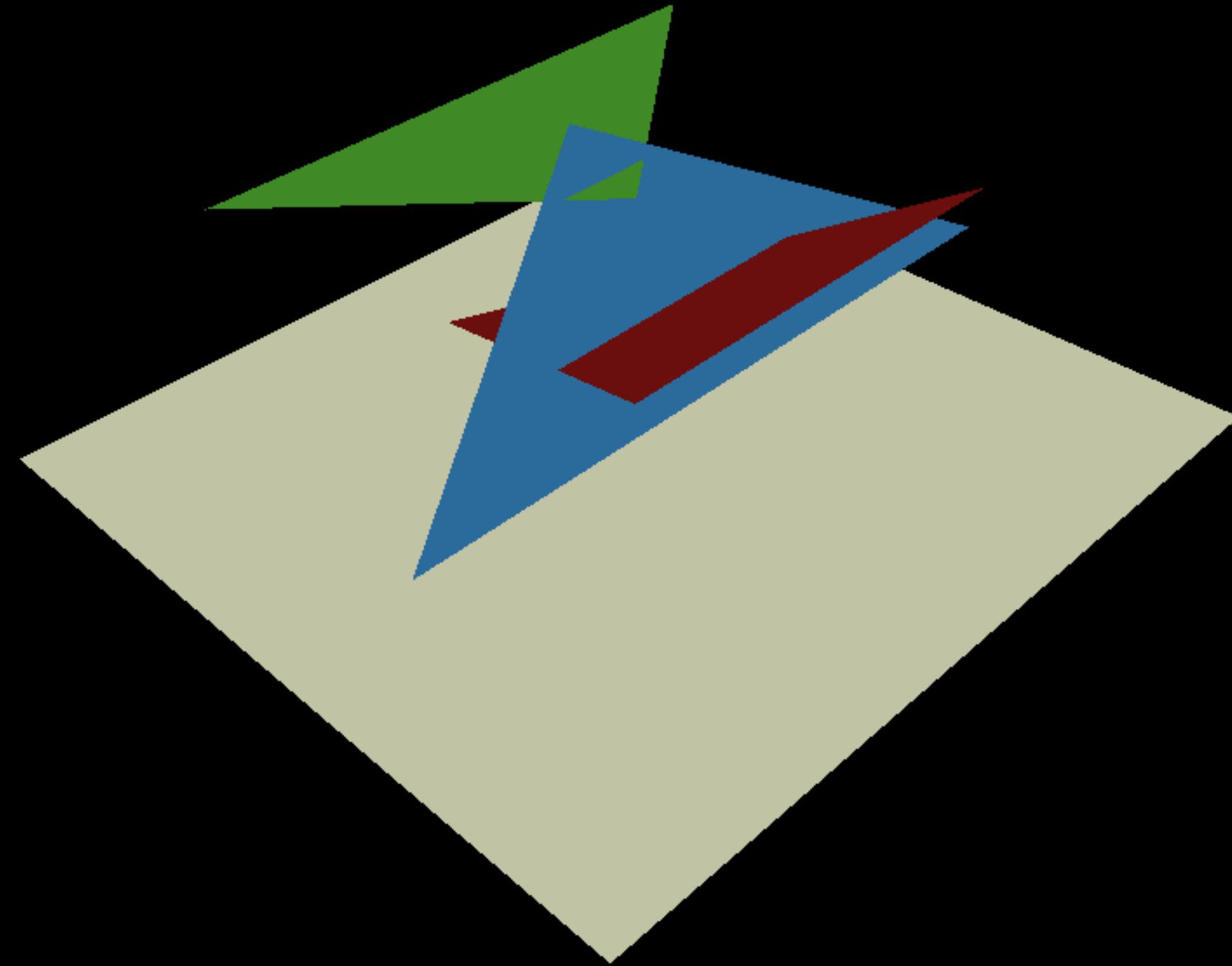
Que manque-t-il ?



Z-buffering

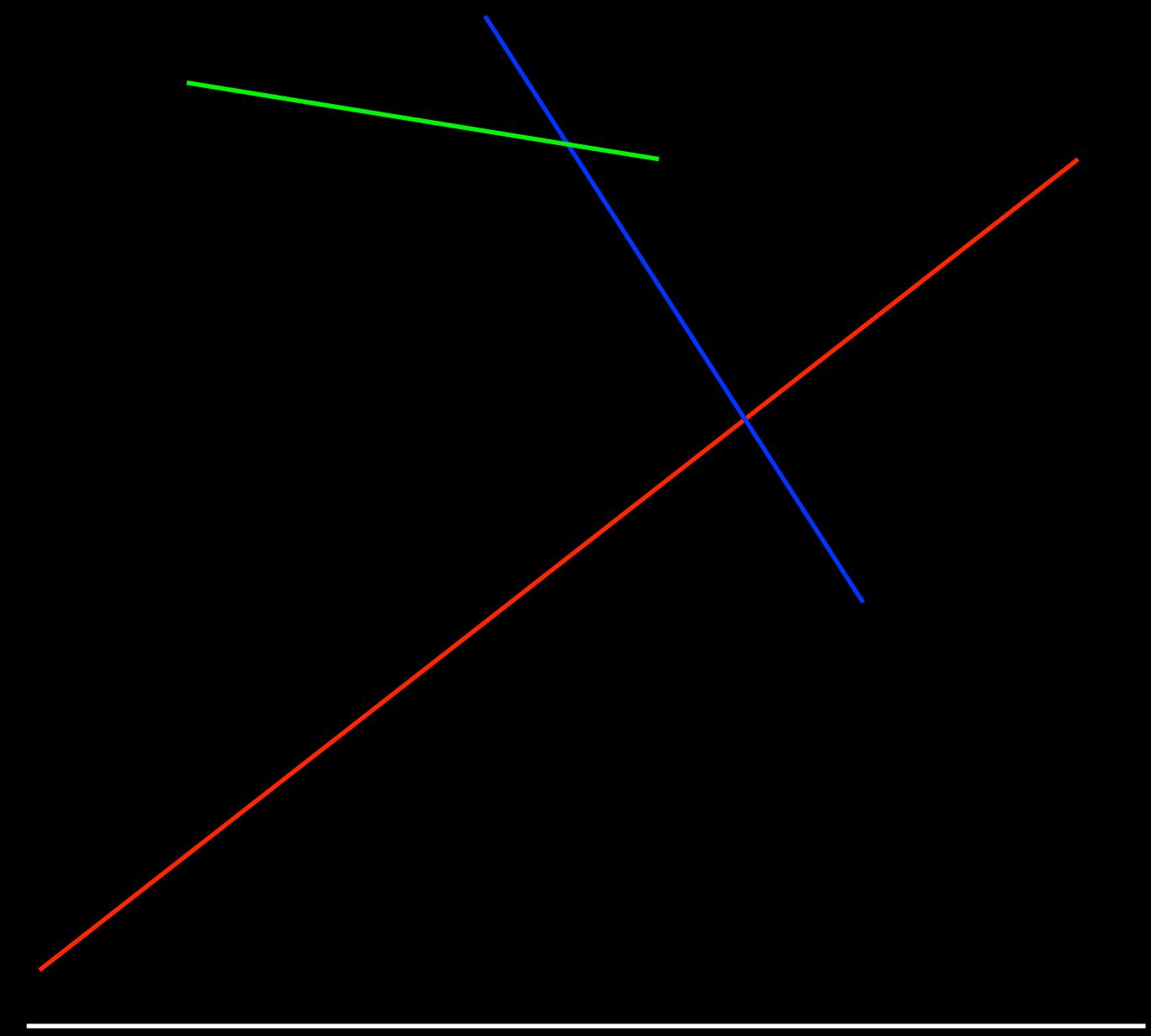
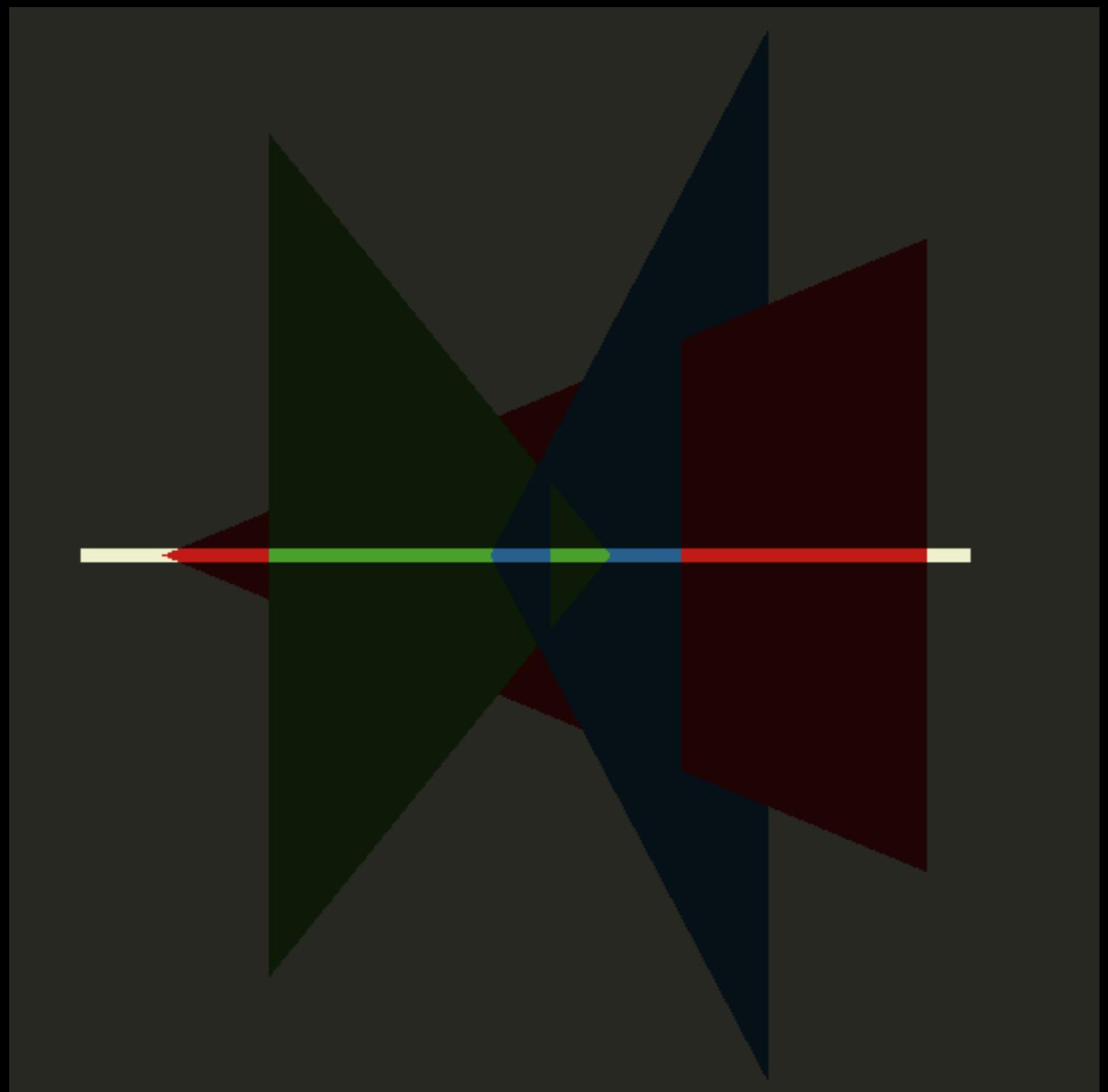
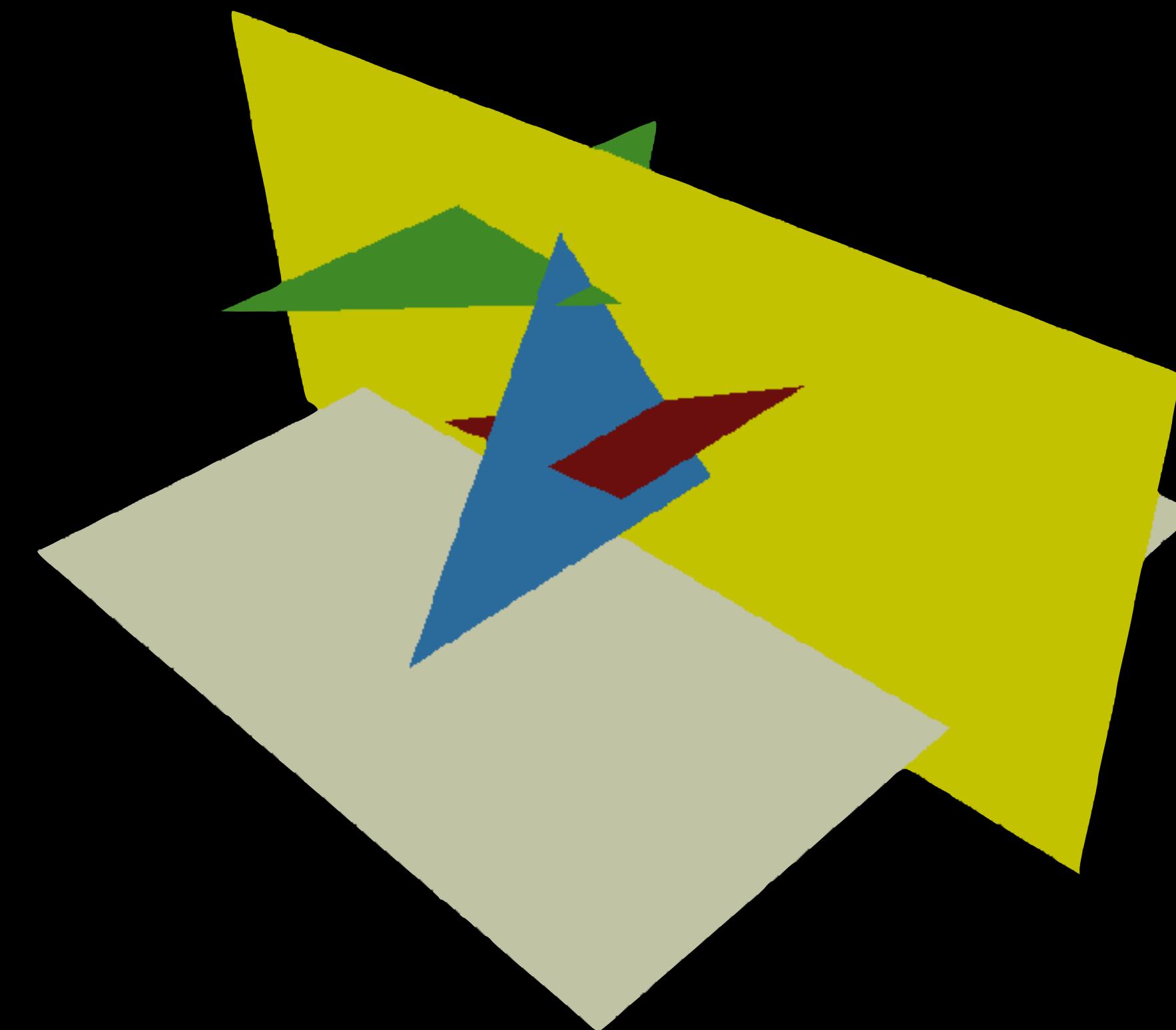
A quoi ressemble cette scène vue d'en haut ?

heig-vd

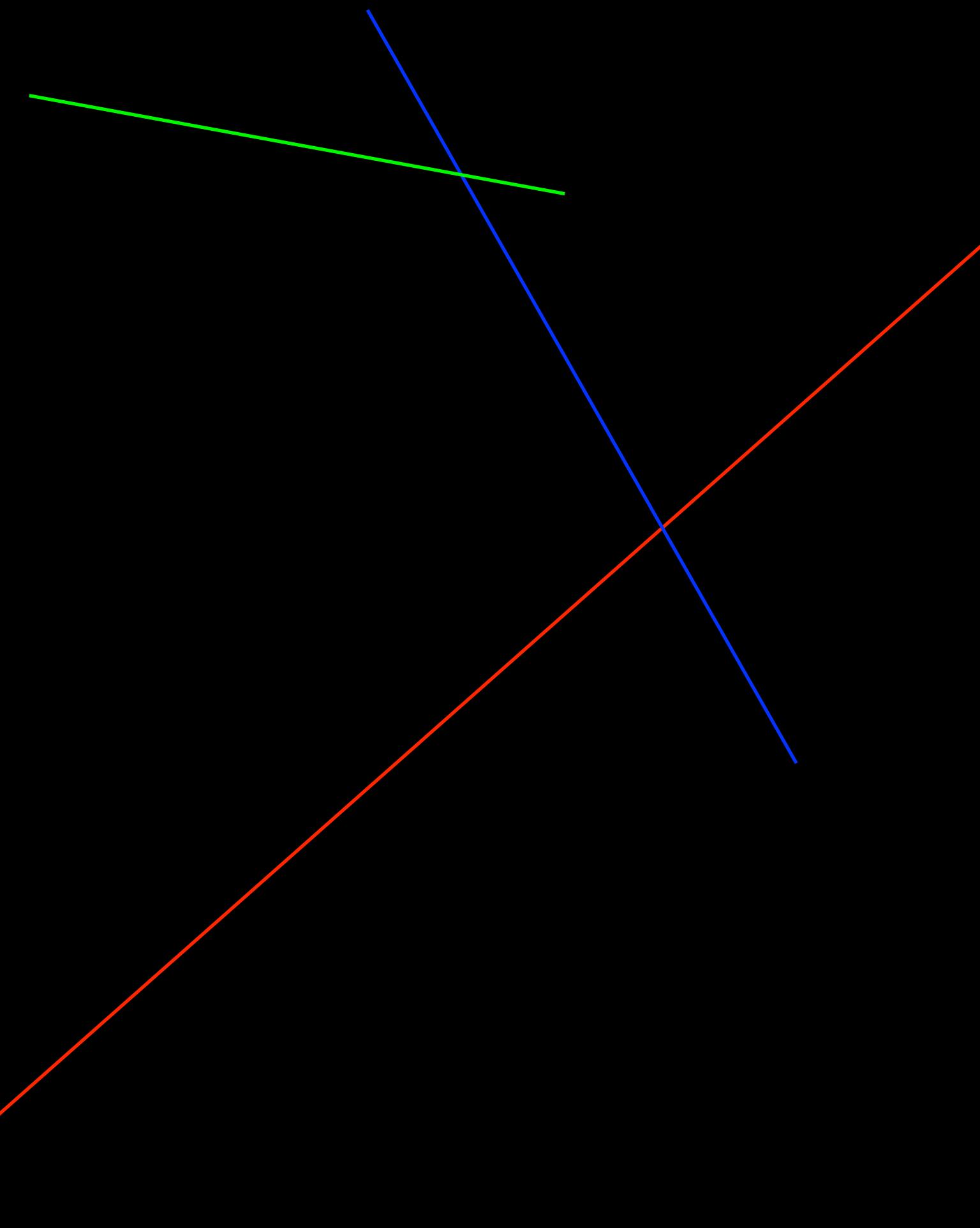


En 2D

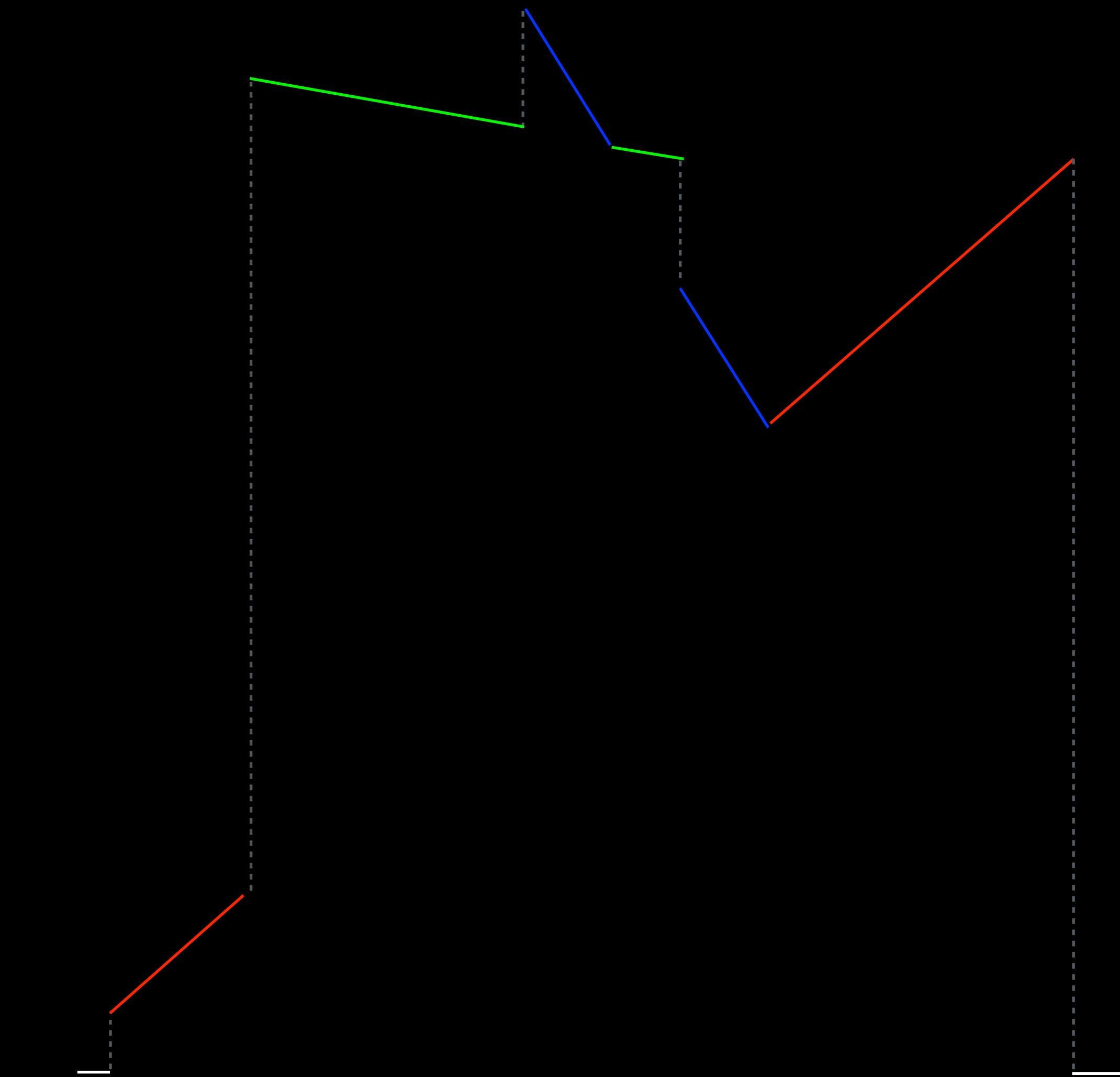
heig-vd



Les triangles

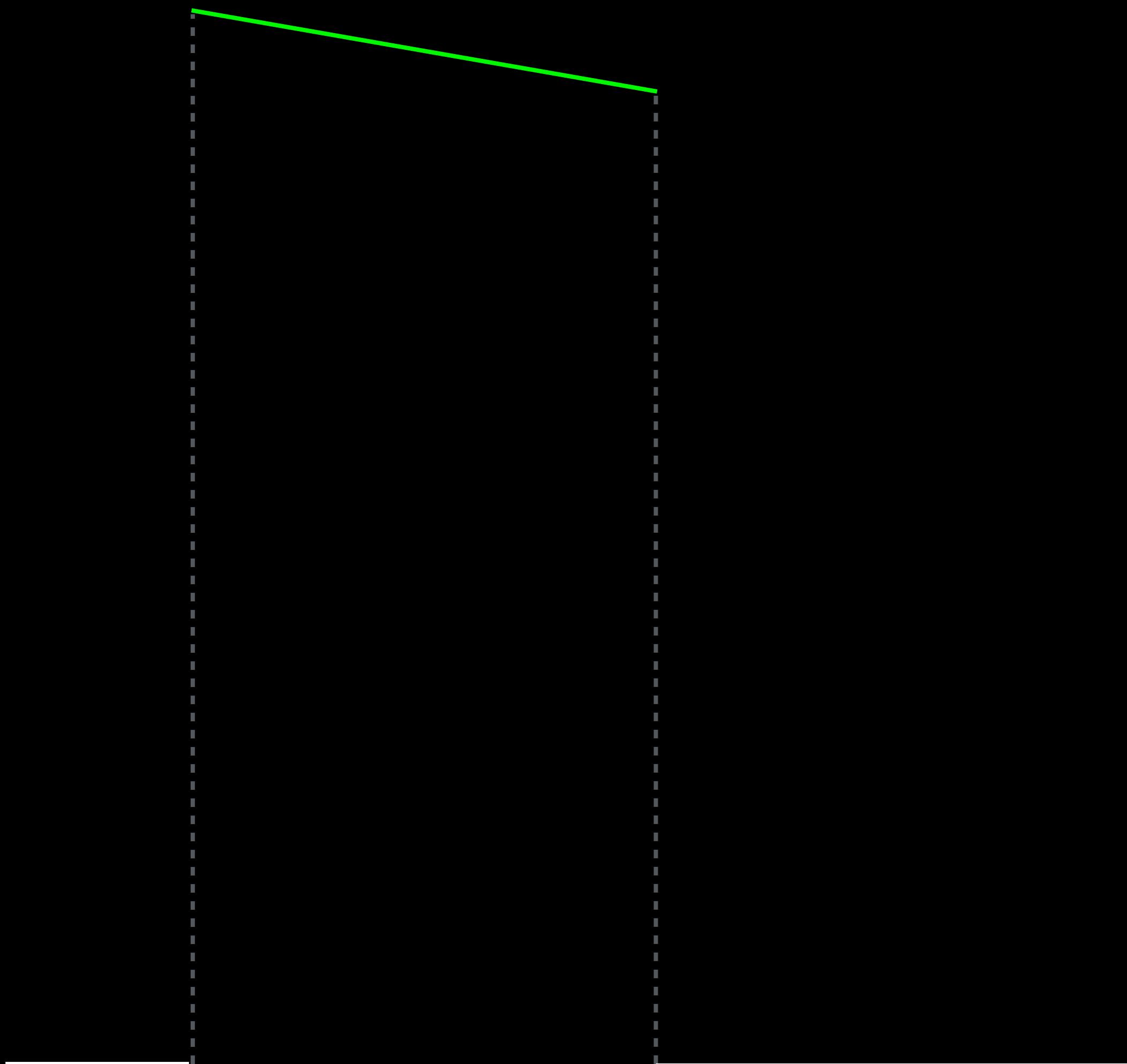


Les parties visibles

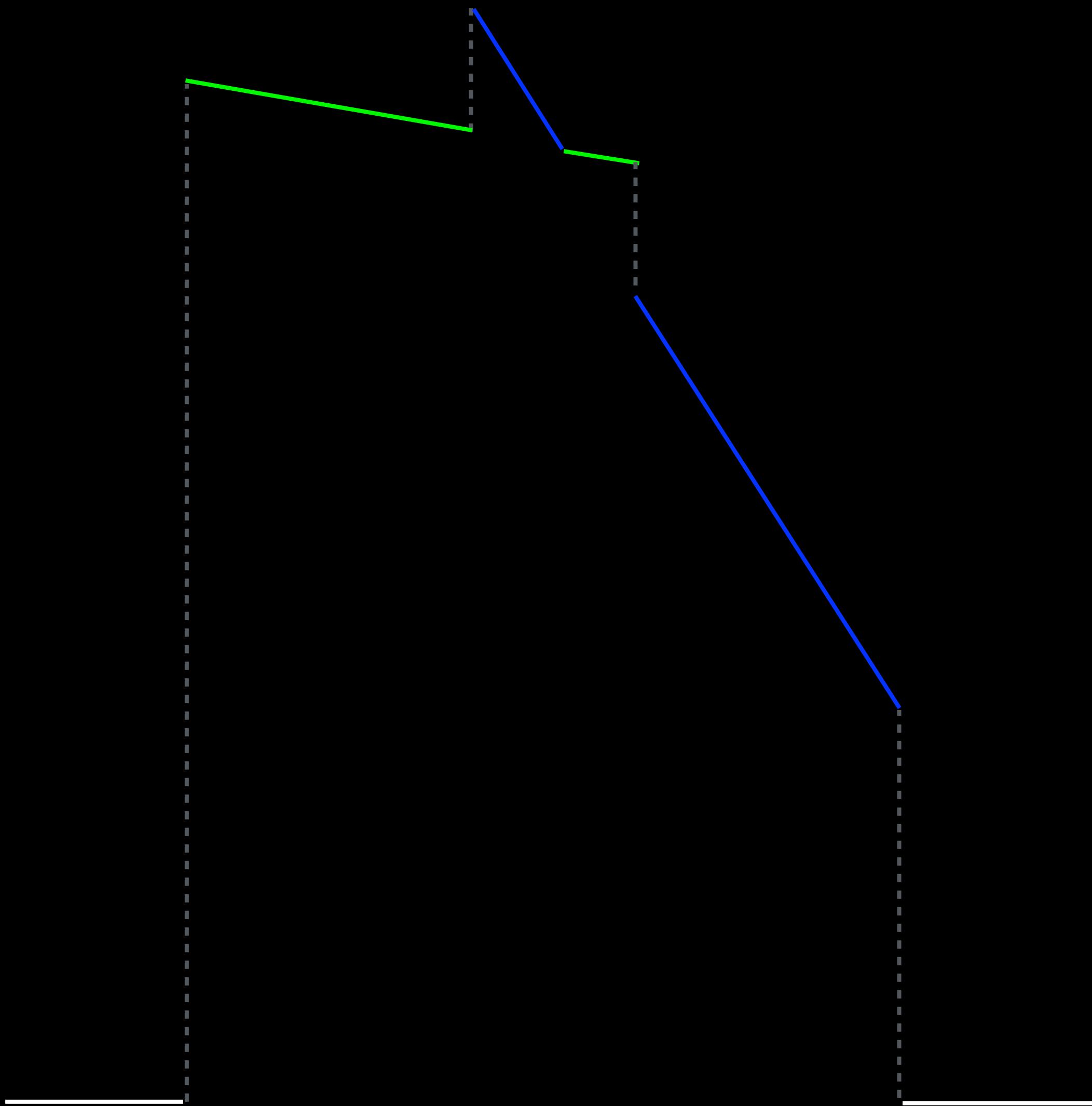


1 - Carré blanc

1 - triangle vert

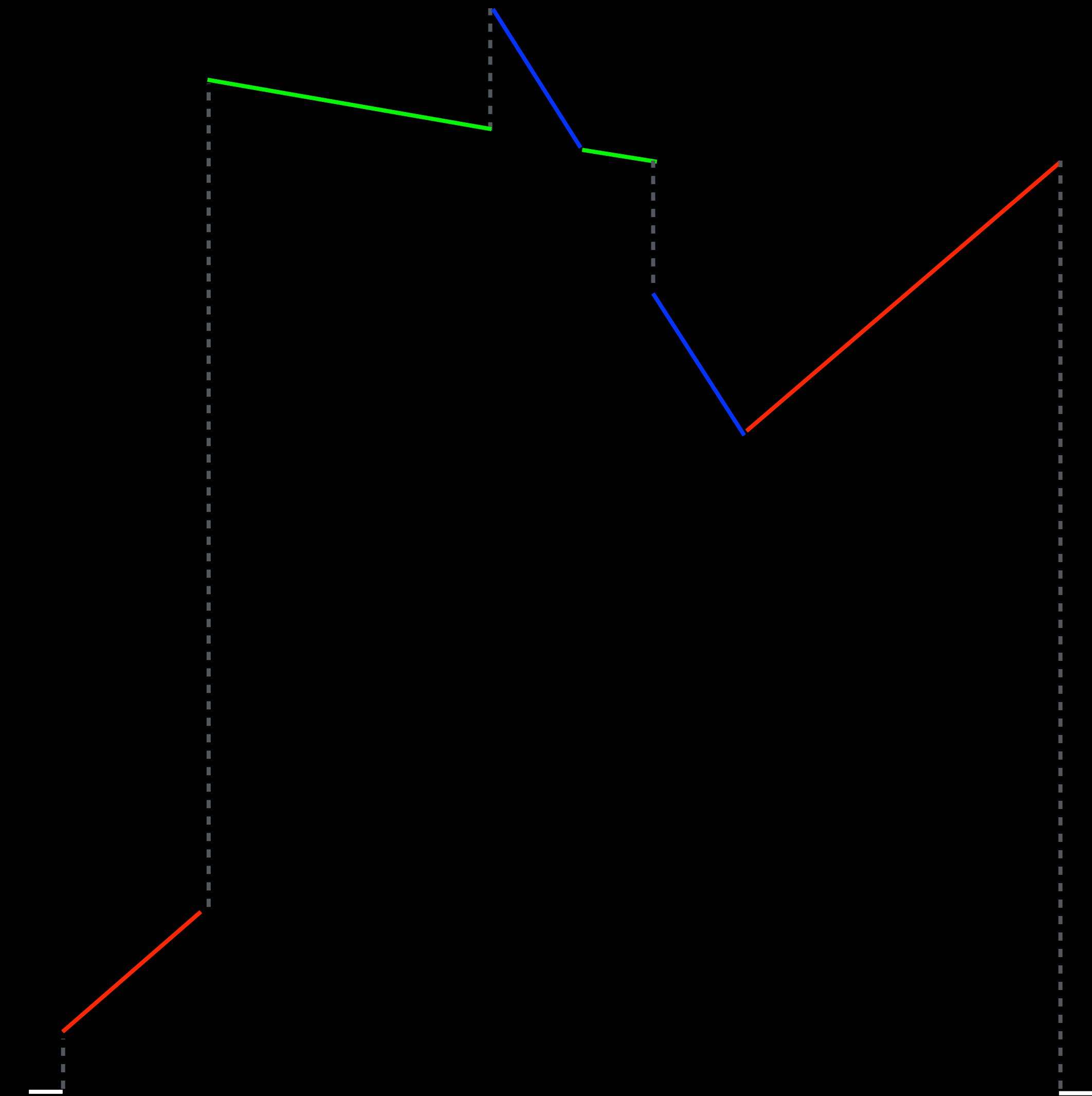


2 - triangle bleu



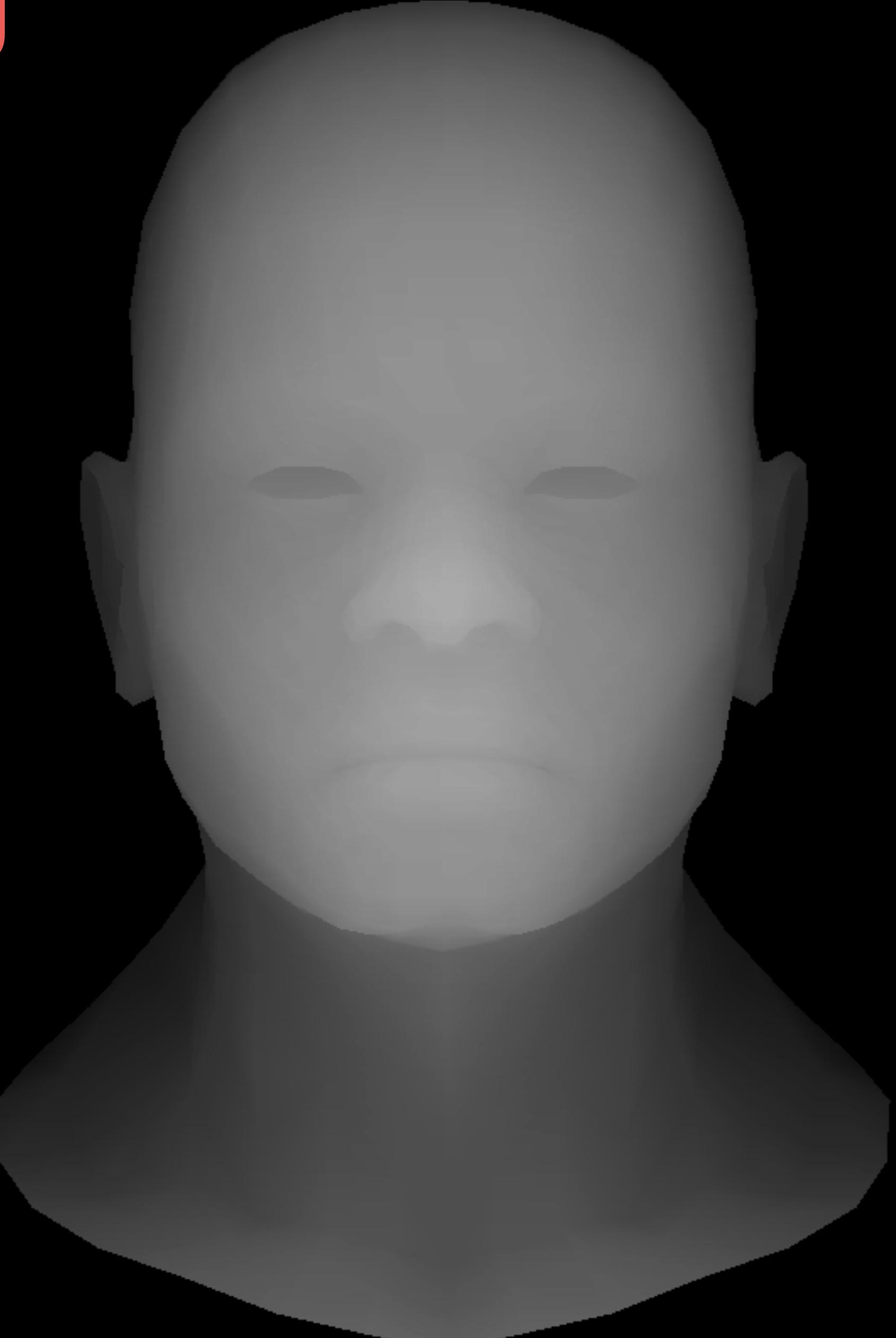
3 - triangle rouge

heig-vd



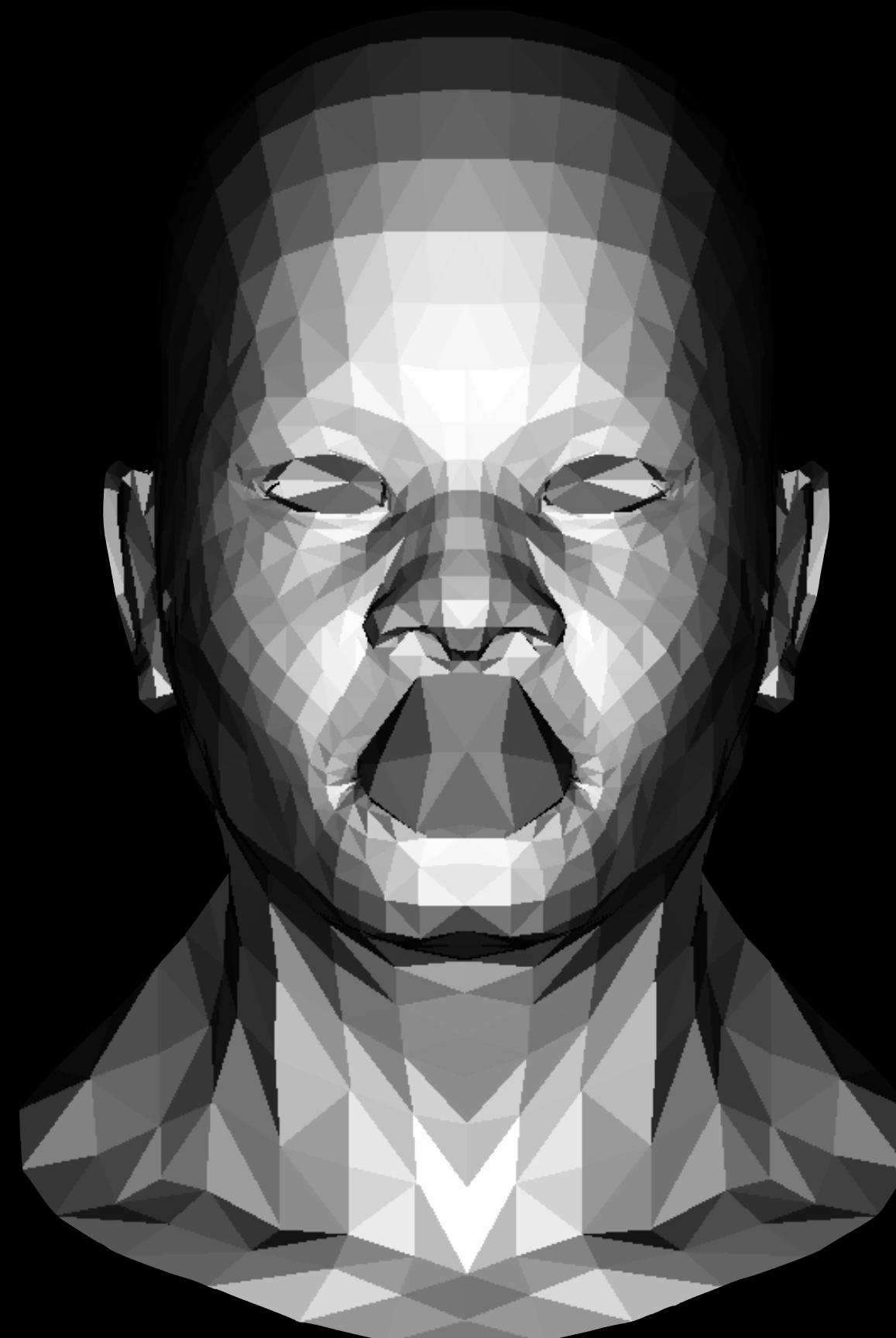
z-Buffering

- ◆ De la même taille que l'image produite
- ◆ Stocke la proximité du point 3d affiché à la caméra à chaque modification du pixel correspondant
- ◆ Ne modifie un pixel que si le point 3d est plus proche que la valeur stockée
- ◆ Remplace les pixels des triangles plus éloignés
- ◆ Ne touche pas aux pixels des triangles plus proches



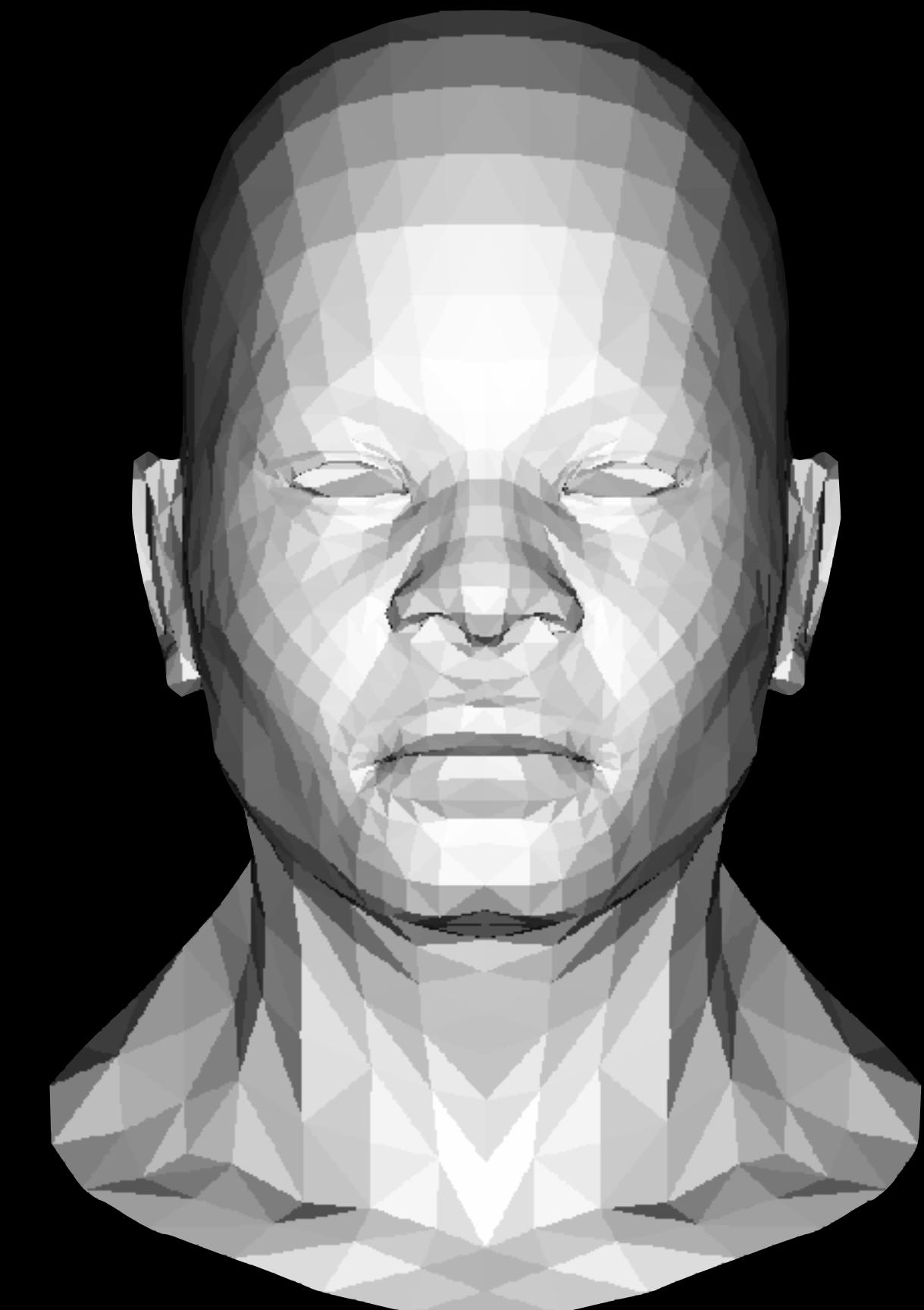
Code fourni

- ◆ Le code de flat-shading sans z-buffering permettant de générer le rendu suivant



Votre mission

- ◆ Modifier main() et triangle() pour obtenir le rendu suivant



Conseils

- ◆ Utiliser des Vec3f pour les coordonnées écran, la troisième dimension servant à coder la profondeur z
- ◆ Allouer un buffer de même taille que l'image de sortie
- ◆ Modifier la fonction triangle pour qu'elle
 - ◆ utilise ce buffer pour décider quels pixels écrire
 - ◆ mette à jour ce buffer à chaque écriture de pixel
- ◆ Interpoler la profondeur d'un pixel à partir des profondeurs des sommets en utilisant ses coordonnées barycentriques

main()

- ◆ Allocation et initialisation d'un buffer de la taille de l'image écran
- ◆ Vec3f au lieu de Vec2i pour les coordonnées écran des sommets du triangle.
- ◆ screen[i].z donne la proximité à la caméra
- ◆ Passage du zBuffer et des Vec3f à la fonction triangle

```

float zbuffer[width*height];
for(unsigned i = 0; i < width*height; ++i)
    zbuffer[i] = std::numeric_limits<float>::lowest();

for (int i=0; i<model->nfaces(); i++) {
    std::vector<int> face = model->face(i);

    Vec3f screen[3];
    Vec3f world[3];

    for (int j=0; j<3; j++) {
        world[j] = model->vert(face[j]);
        screen[j] = Vec3f((world[j].x + 1.) * width / 2.,
                          (world[j].y+1.)*height/2., world[j].z);
    }

    Vec3f n = (world[2]-world[0])^(world[1]-world[0]);
    n.normalize();
    float I = n * light;

    if(I>=0) {
        TGAColor color(I * 255, I * 255, I * 255, 255);
        triangle(screen, zbuffer, image, color);
    }
}

```

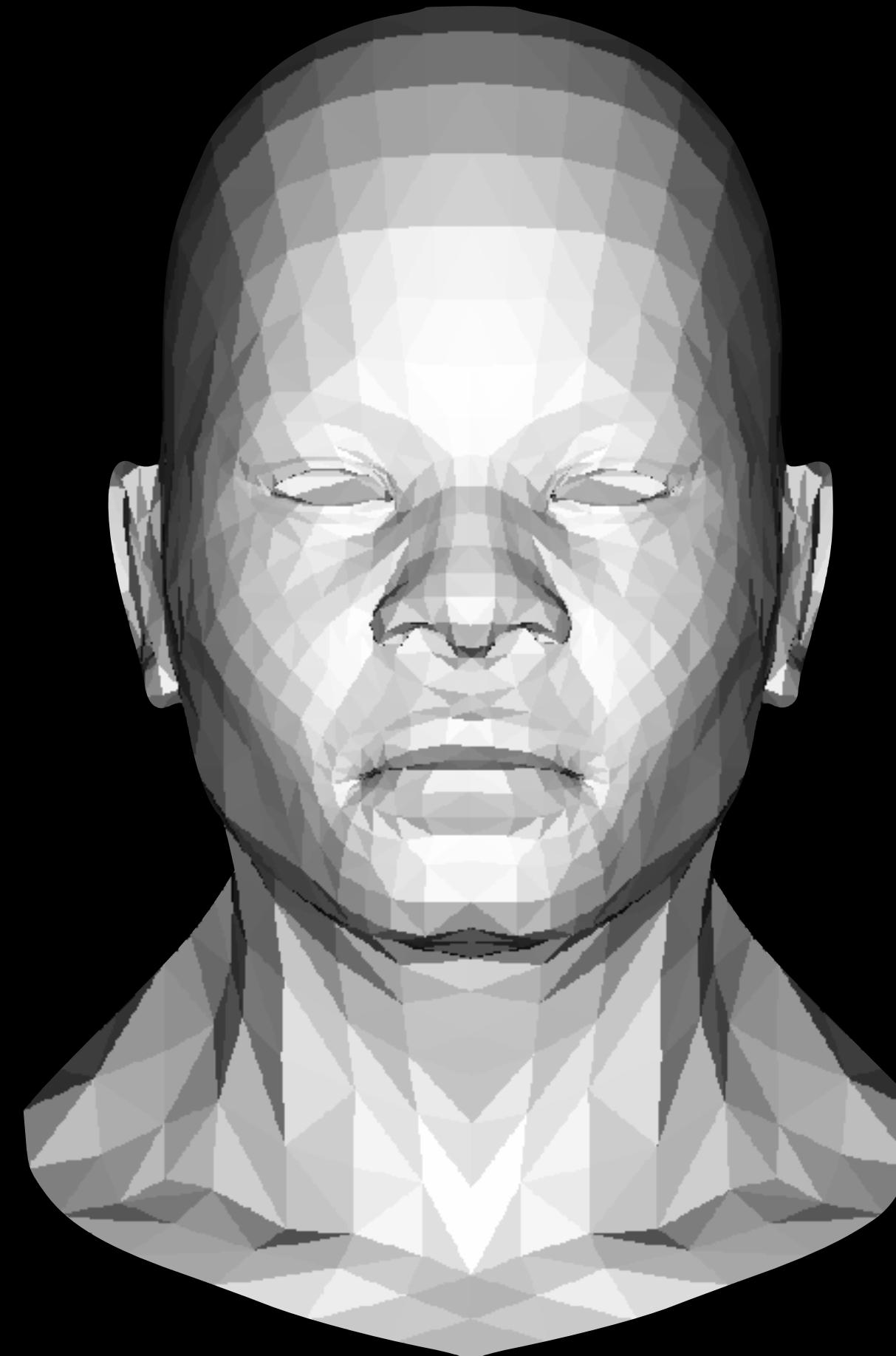
triangle(...)

- ♦ Le point courant p est aussi un Vec3f
- ♦ Sa coordonnée z est interpolée de celles des sommets du triangle grâce aux coordonnées barycentriques
- ♦ On n'affiche que si p.z est plus proche de la caméra que le dernier point affiché à cet endroit, dont le p.z a été stocké dans le zbuffer
- ♦ Les APIs de boite_englobante et de barycentriques changent, mais pas leurs contenus

```
void triangle(Vec3f *t, float* zbuffer,
              TGAImage &image, TGAColor color)
{
    auto bbox = boite_englobante(image, t);
    for(int y = bbox[0].y; y <= bbox[1].y; ++y)
    {
        for(int x = bbox[0].x; x <= bbox[1].x; ++x)
        {
            Vec3f p { float(x), float(y), 0 };
            Vec3f b = barycentriques(t, p);
            if ( b.x >= 0 and b.y >= 0 and b.z >= 0 )
            {
                p.z = b.x*t[0].z + b.y*t[1].z + b.z*t[2].z;
                if(zbuffer[x + image.get_width() * y] < p.z)
                {
                    zbuffer[x + image.get_width() * y] = p.z;
                    image.set(p.x, p.y, color);
                }
            }
        }
    }
}
```

Textures

Texture...



+



=



Coordonnées (u,v) stockées pour chaque sommet...





Un autre modèle texturé



Code fourni

- ◆ Un meilleur lecteur de modèle
- ◆ lisant les lignes « vt %f %f %f » du fichier african_head.obj contenant les coordonnées de texture
- ◆ parsant mieux les lignes « f %d/%d/%d %d/%d/%d %d/%d/%d », les deuxièmes entiers contenant l'indice de texture de chaque sommet
- ◆ Un fichier principal mettant en oeuvre le flat shading avec z-buffering
- ◆ Le fichier de texture african_head_diffuse.tga

Votre mission

- ◆ Modifier main() et triangle() pour obtenir le rendu suivant



main()

```
for (int i=0; i<model.nfaces(); i++) {
    Vec3f screen[3];
    Vec3f world[3];
    Vec3f text[3];

    for (int j=0; j<3; j++) {
        world[j] = model.vert(model.face(i)[j]);
        screen[j] = Vec3f(
            (world[j].x + 1.) * width / 2.,
            (world[j].y + 1.) * height / 2.,
            world[j].z );
        text[j] = model.texture(model.face_texts(i)[j]);
    }

    Vec3f n = (world[2]-world[0])^(world[1]-world[0]);
    n.normalize();
    float I = n * light;

    if(I>=0) {
        triangle(screen, text, zbuffer,
                  image, texture, I);
    }
}
```

```
void triangle(Vec3f *t, Vec3f* tc, float* zbuffer, TGAImage &image, TGAImage &texture, float intensity)
{
    auto bbox = boite_englante(image, t);
    for(int y = bbox[0].y; y <= bbox[1].y; ++y) {
        for(int x = bbox[0].x; x <= bbox[1].x; ++x)
        {
            Vec3f p { float(x), float(y), 0};
            Vec3f b = barycentriques(t, p);

            if ( b.x >= 0 and b.y >= 0 and b.z >= 0 )
            {
                p.z = b.x*t[0].z + b.y*t[1].z + b.z*t[2].z;

                if(zbuffer[x + image.get_width() * y] < p.z)
                {
                    zbuffer[x + image.get_width() * y] = p.z;

                    Vec3f ptc = tc[0]*b.x + tc[1]*b.y + tc[2]*b.z;
                    Vec2i pc ( ptc.x * texture.get_width(), ptc.y * texture.get_height() );
                    TGAColor color = texture.get(pc.x, pc.y);

                    for(int i = 0; i < 3; ++i)
                        color.raw[i] *= intensity;

                    image.set(x, y, color);
                }
            }
        }
    }
}
```

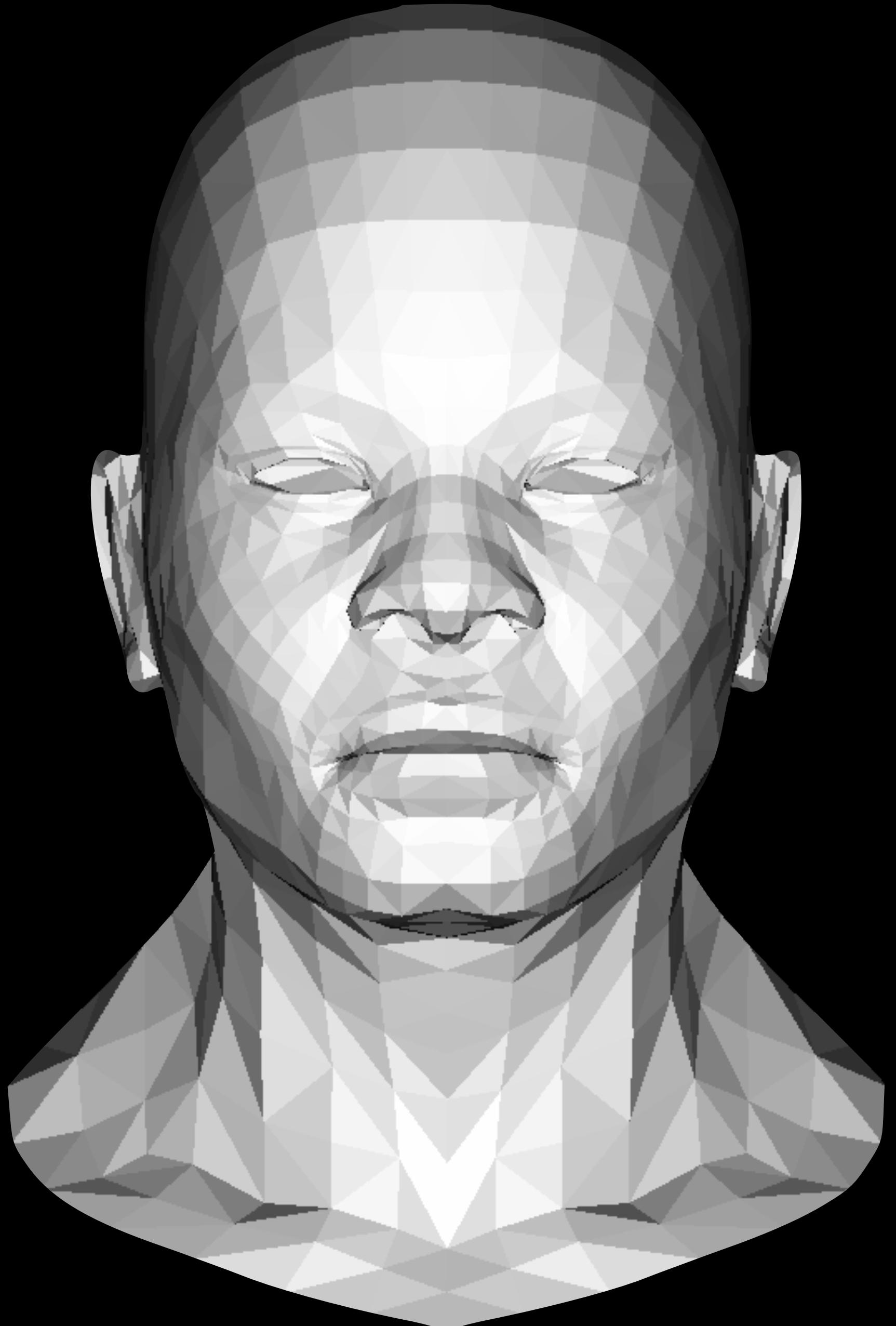
Ombrage de Gouraud



No Shading



Flat Shading



Gouraud Shading



Ombrage de Gouraud

- ♦ Une normale lue / calculée en chaque sommet du modèle
- ♦ Une intensité calculée pour chaque sommet par produit scalaire
- ♦ L'intensité d'un point est interpolée à partir des intensité des sommets du triangle auquel il appartient

A vous de jouer...

- ♦ Modifiez votre code de flat-shading texturé



main()

```
for (int i=0; i<model.nfaces(); i++) {  
    Vec3f screen[3];  
    Vec3f world[3];  
    Vec3f text[3];  
    Vec3f intensity; ←  
  
    for (int j=0; j<3; j++) {  
        world[j] = model.vert(model.face(i)[j]);  
        screen[j] = Vec3f((world[j].x + 1.) * width / 2.,  
                          (world[j].y+1.)*height/2., world[j].z);  
        text[j] = model.texture(model.face_texts(i)[j]);  
        Vec3f n = model.normal(model.face_normals(i)[j]) * -1; ←  
        intensity.raw[j] = n * light;  
    }  
  
    // Vec3f n = (world[2]-world[0])^(world[1]-world[0]);  
    // if(n * light>=0) {  
  
        triangle(screen, text, zbuffer, image, texture, intensity);  
  
    }  
}
```

```
void triangle(Vec3f t[3], Vec3f tc[3], float* zbuffer,
              TGAImage &image, TGAImage &texture,
              Vec3f intensity) ←
{
    auto bbox = boite_englante(image, t);
    for(int y = bbox[0].y; y <= bbox[1].y; ++y) {
        for(int x = bbox[0].x; x <= bbox[1].x; ++x) {
            Vec3f p { float(x), float(y), 0 };
            Vec3f b = barycentriques(t,p);
            if ( b.x >= 0 and b.y >= 0 and b.z >= 0 ) {
                p.z = b.x*t[0].z + b.y*t[1].z + b.z*t[2].z;
                if(zbuffer[x + image.get_width() * y] < p.z)
                {
                    zbuffer[x + image.get_width() * y] = p.z;

                    Vec3f ptc = tc[0]*b.x + tc[1]*b.y + tc[2]*b.z;
                    Vec2i pc ( ptc.x * texture.get_width() , ptc.y * texture.get_height() );
                    TGAColor color = texture.get(pc.x, pc.y);

                    float gouraud = intensity * b;
                    if(gouraud < 0) gouraud = 0;
                    for(int i = 0; i < 3; ++i)
                        color.raw[i] *= gouraud;

                    image.set(x, y, color);
                }
            }
        }
    }
}
```

Transformations et projections

Comment remplacer cette ligne, dessiner en perspective, bouger la caméra, ... ?

heig-vd

```
screen[j] = Vec3f((world[j].x + 1.) * width / 2.,  
                  (world[j].y + 1.) * height/2.,  
                  world[j].z);
```



Transformations linéaires

- ♦ Ecrites sous forme matricielle

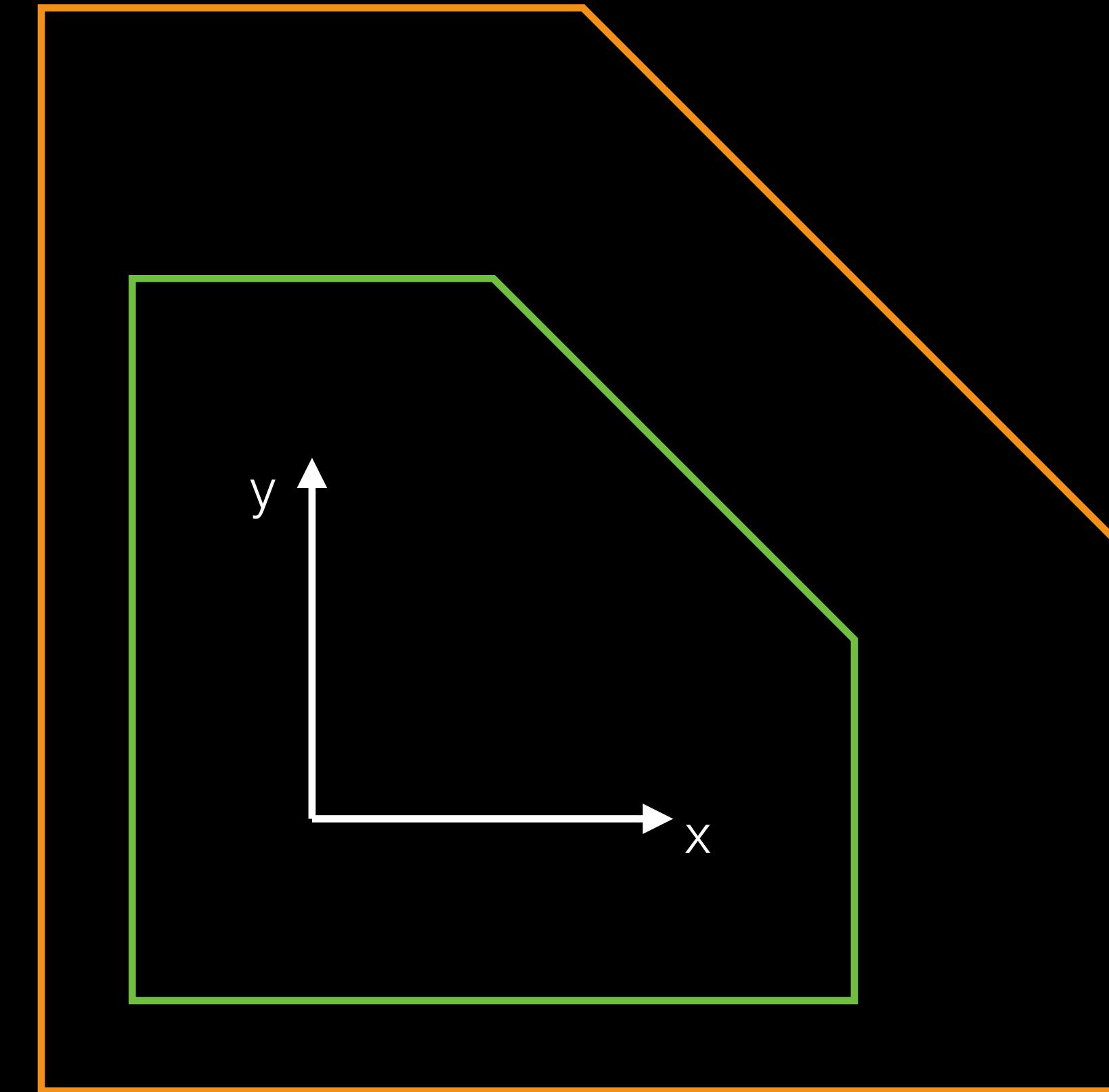
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

- ♦ Cas le plus simple : transformation identité

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

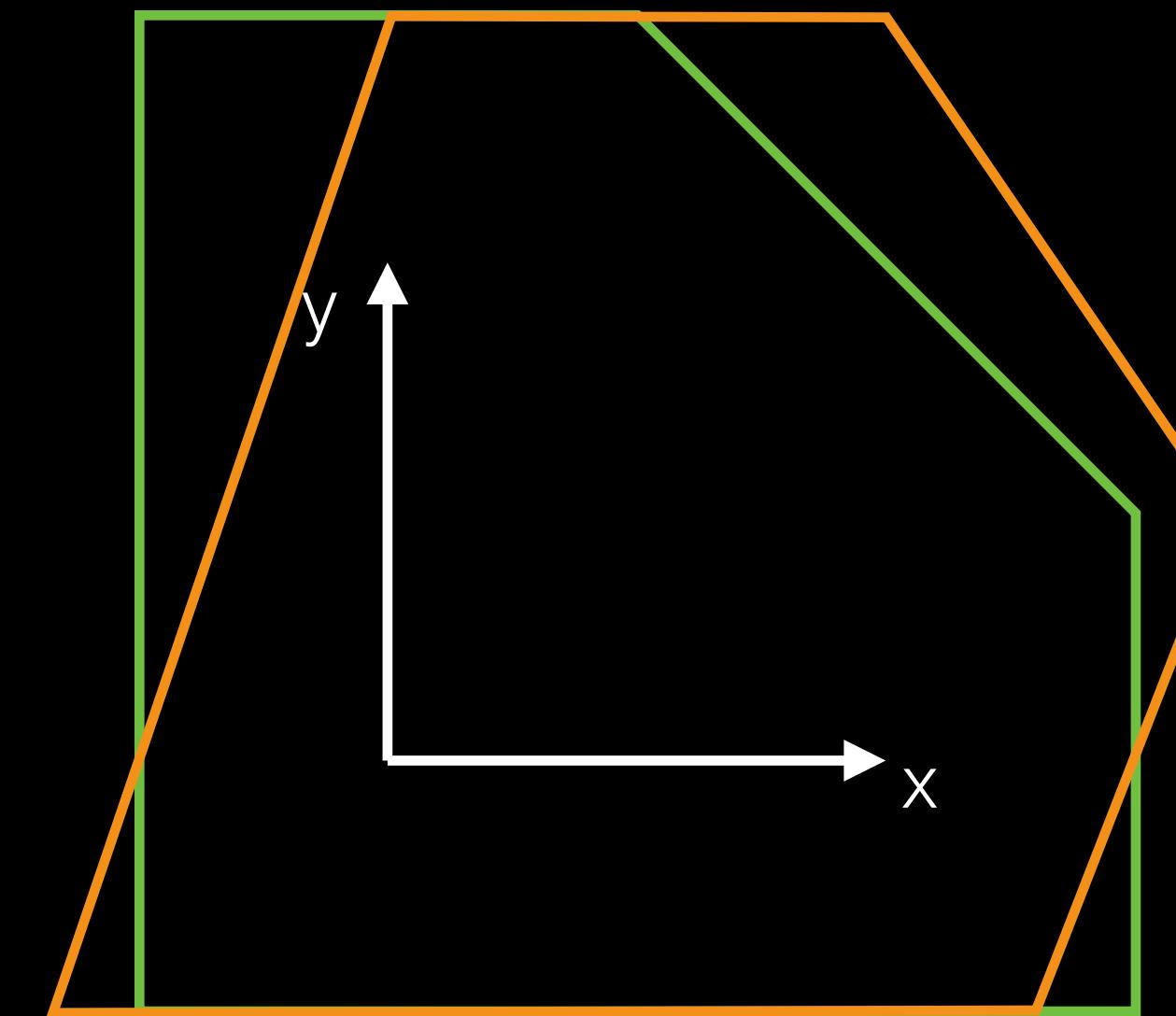
Mise à l'échelle

$$\begin{pmatrix} 3/2 & 0 \\ 0 & 3/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \cdot x \\ 3/2 \cdot y \end{pmatrix}$$



Biais

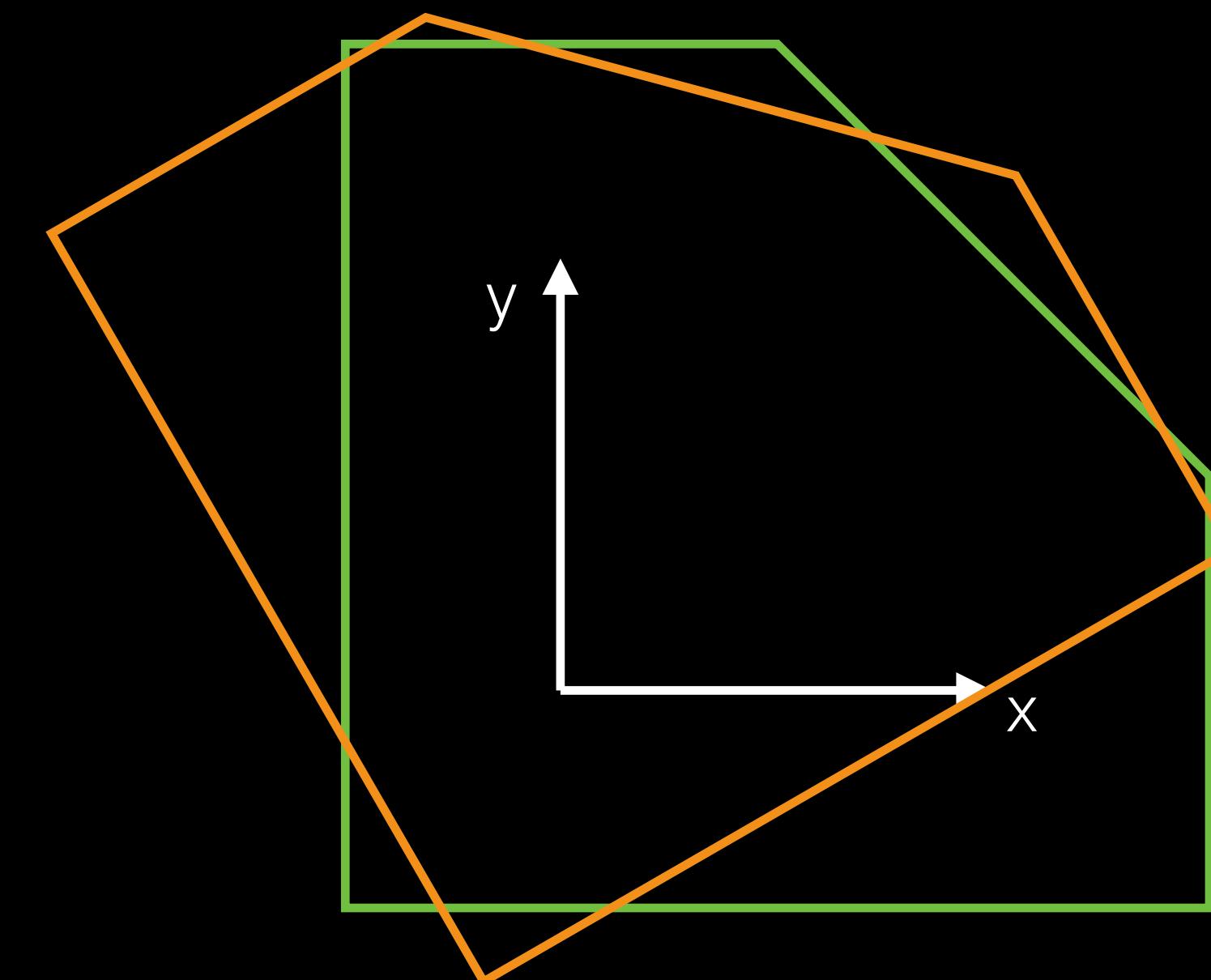
$$\begin{pmatrix} 1 & 1/3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + \frac{y}{3} \\ y \end{pmatrix}$$



Rotation

heig-vd

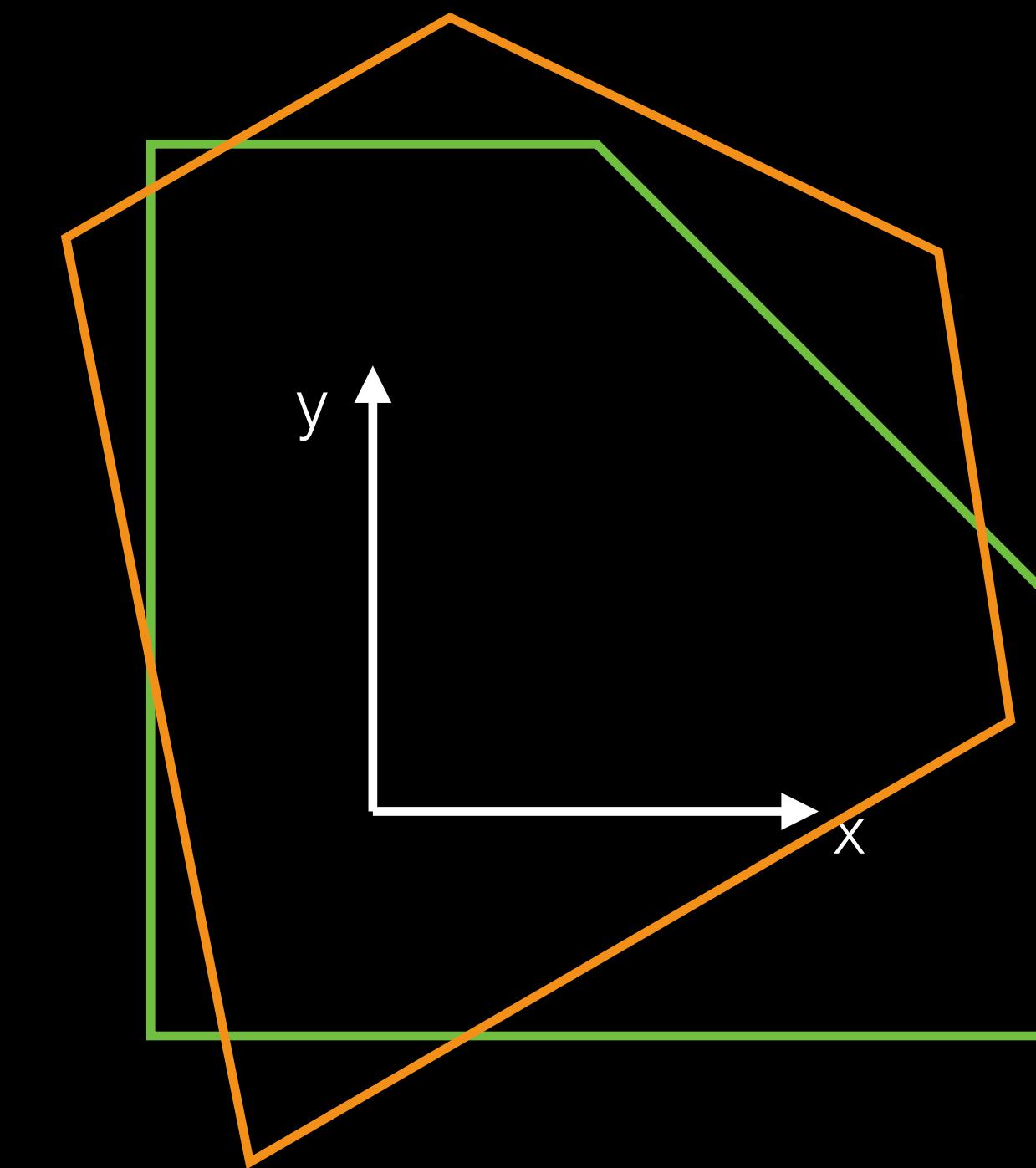
$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Combiner les transformations ...

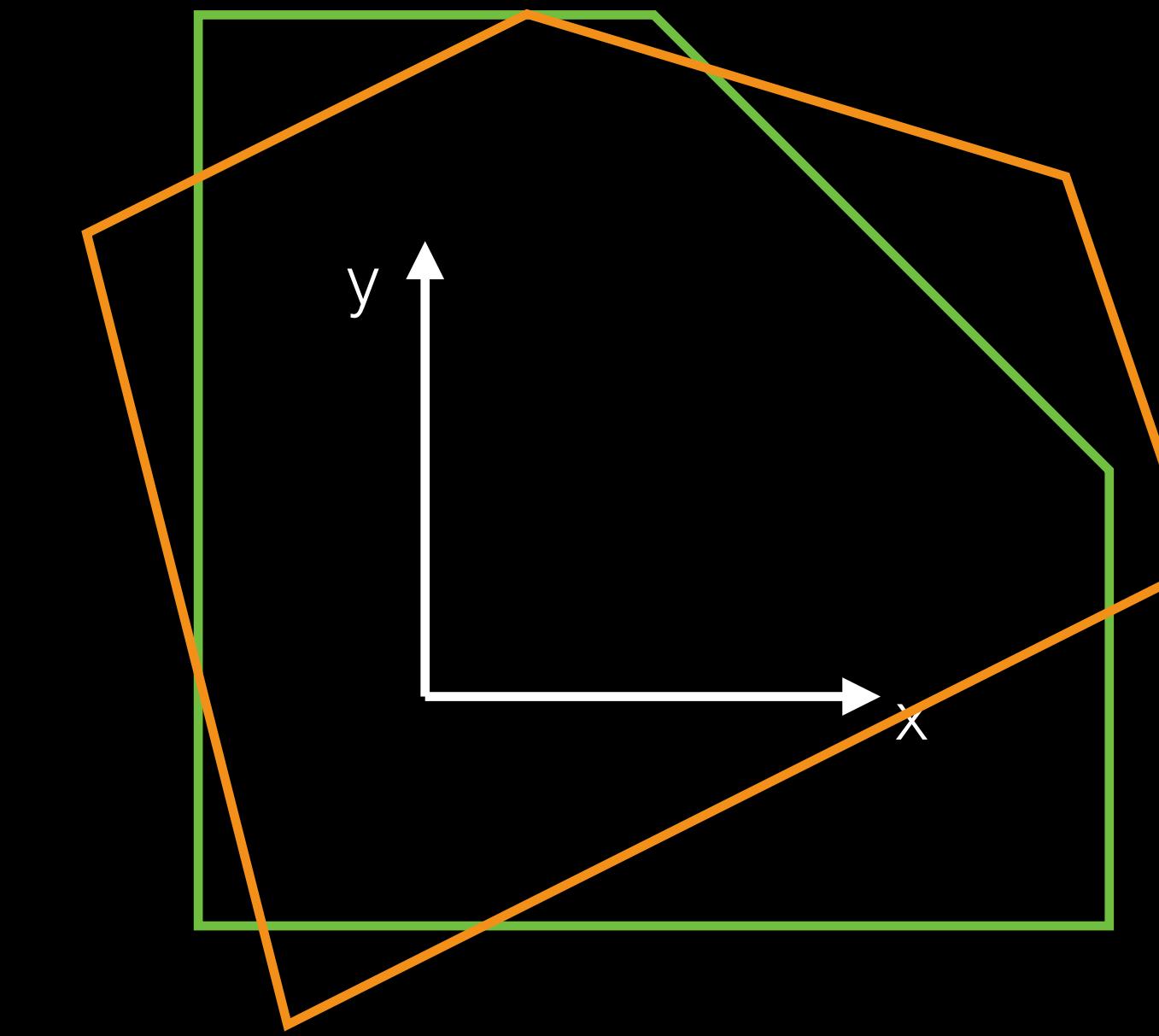
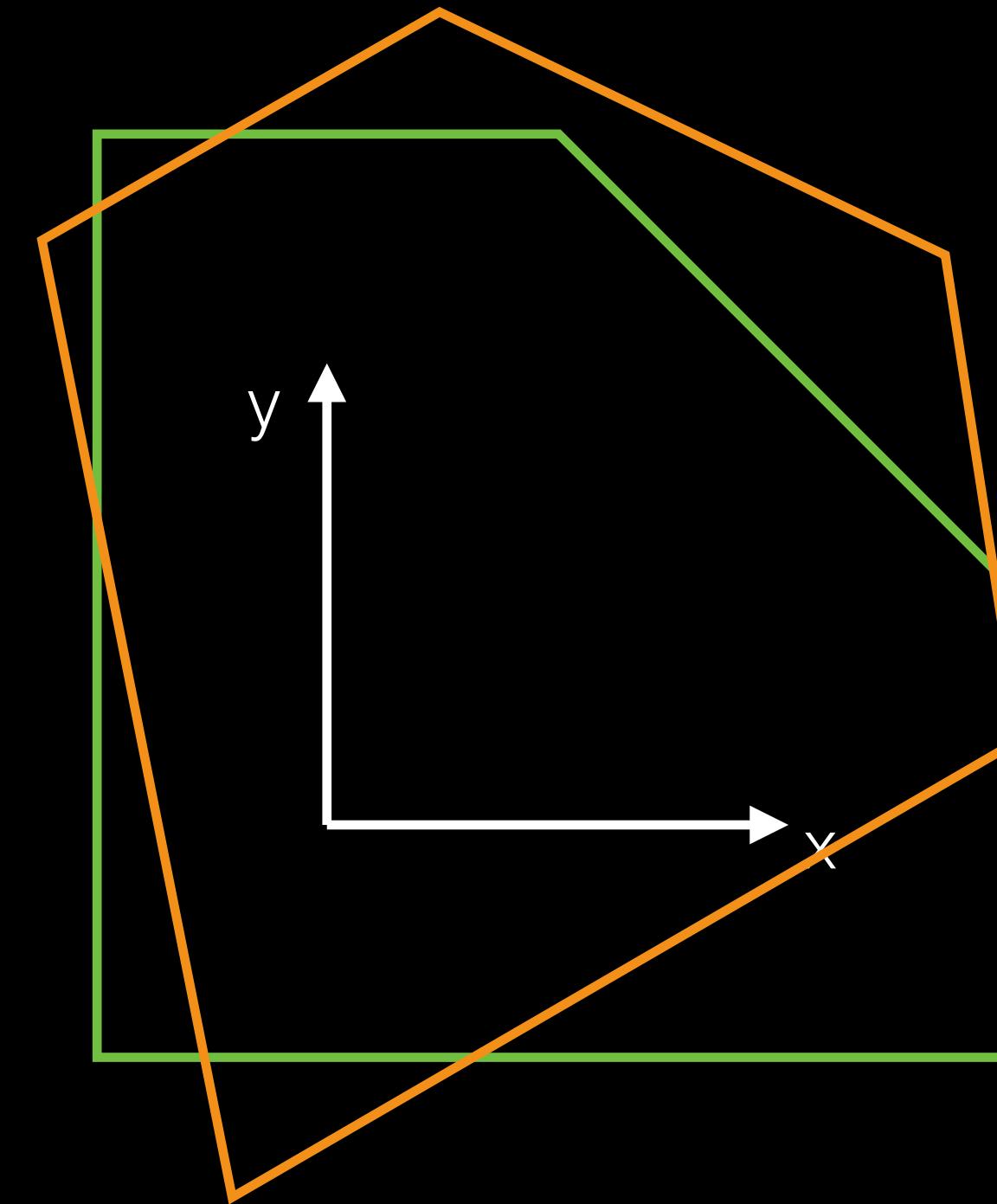
... en multipliant les matrices

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



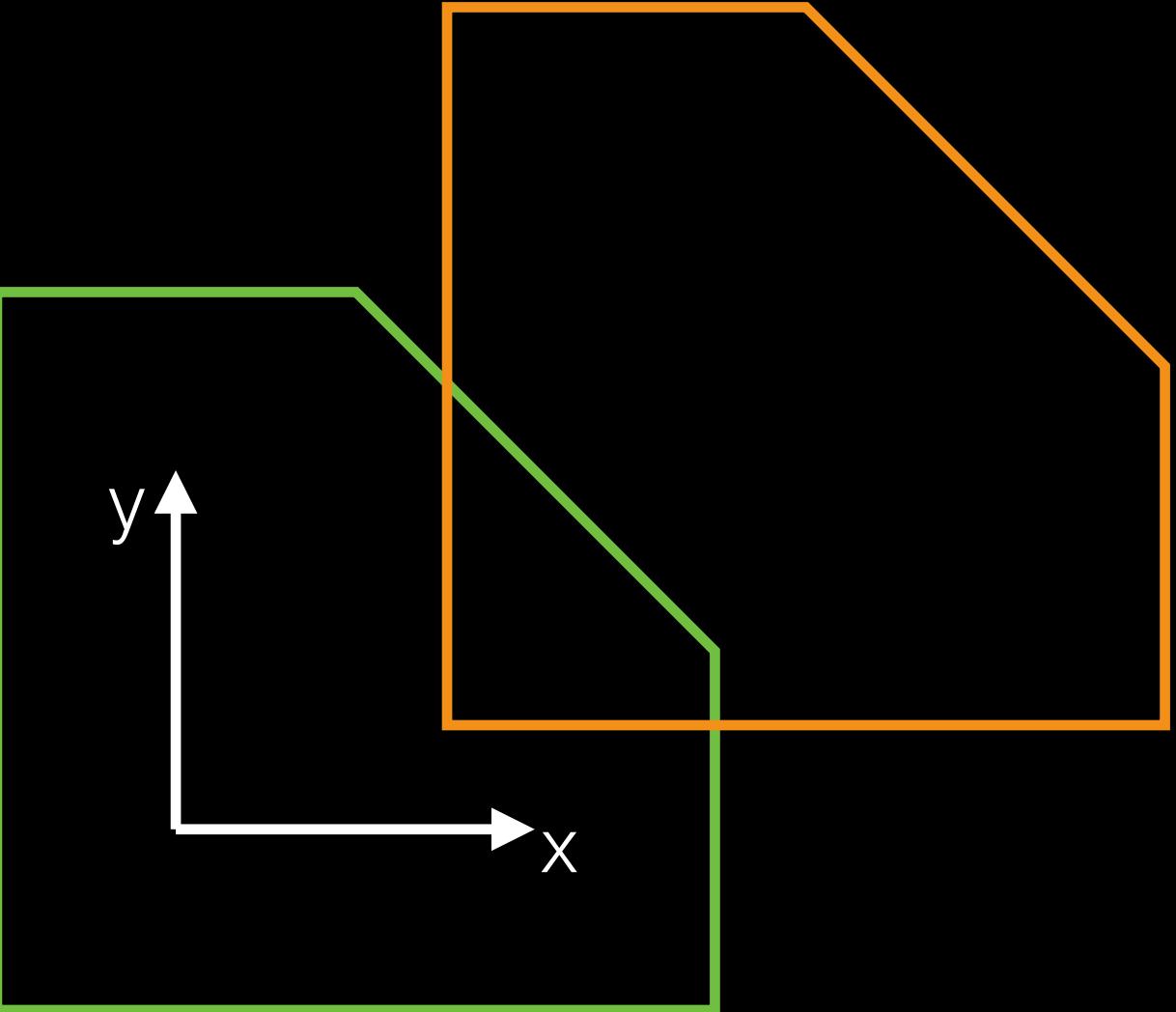
Attention... pas de commutativité

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$



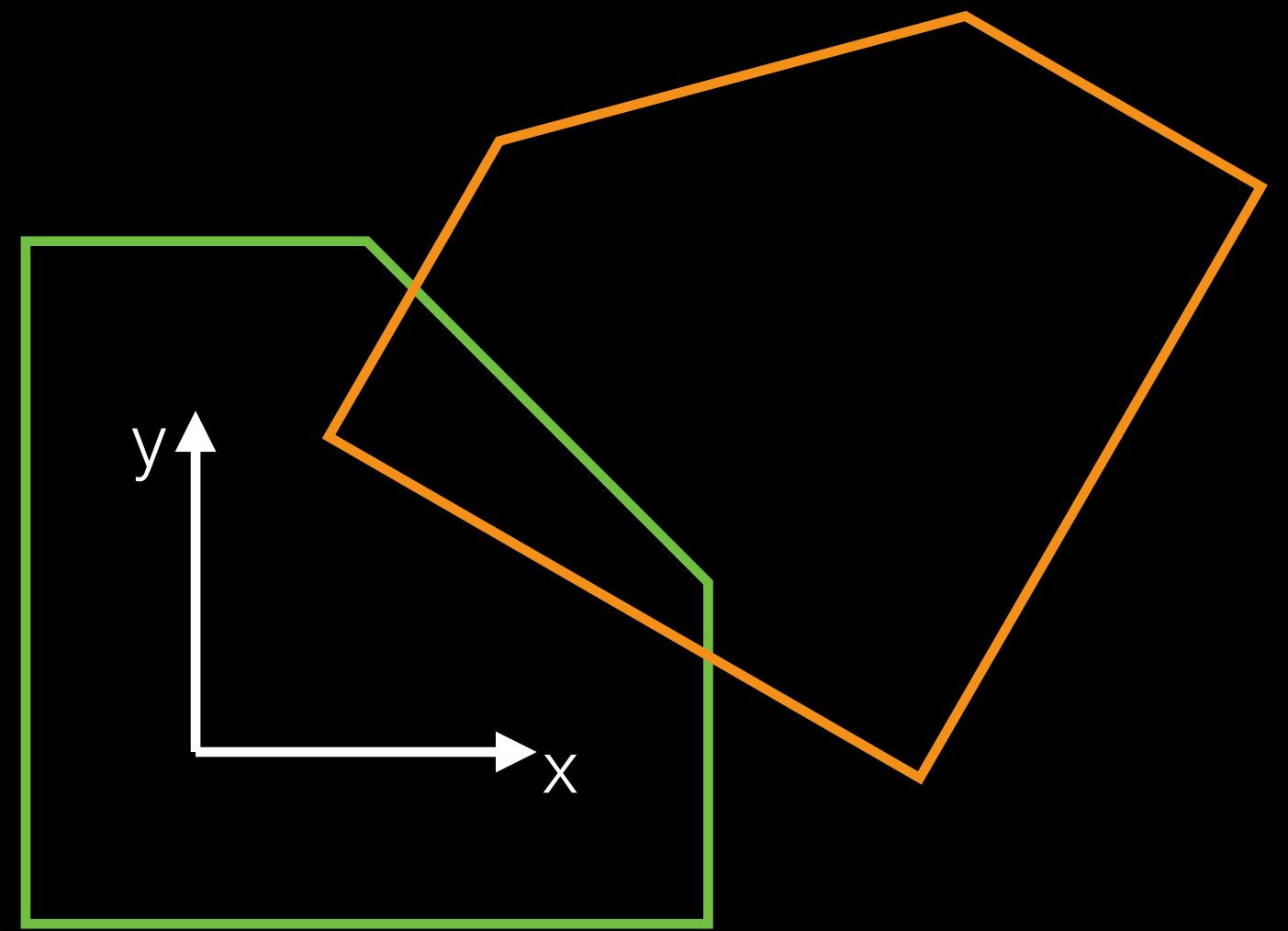
Et les translations ?

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + a \\ y + b \end{pmatrix}$$



Et les transformations affines ?

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by + e \\ cx + dy + f \end{pmatrix}$$



Coordonnées homogènes

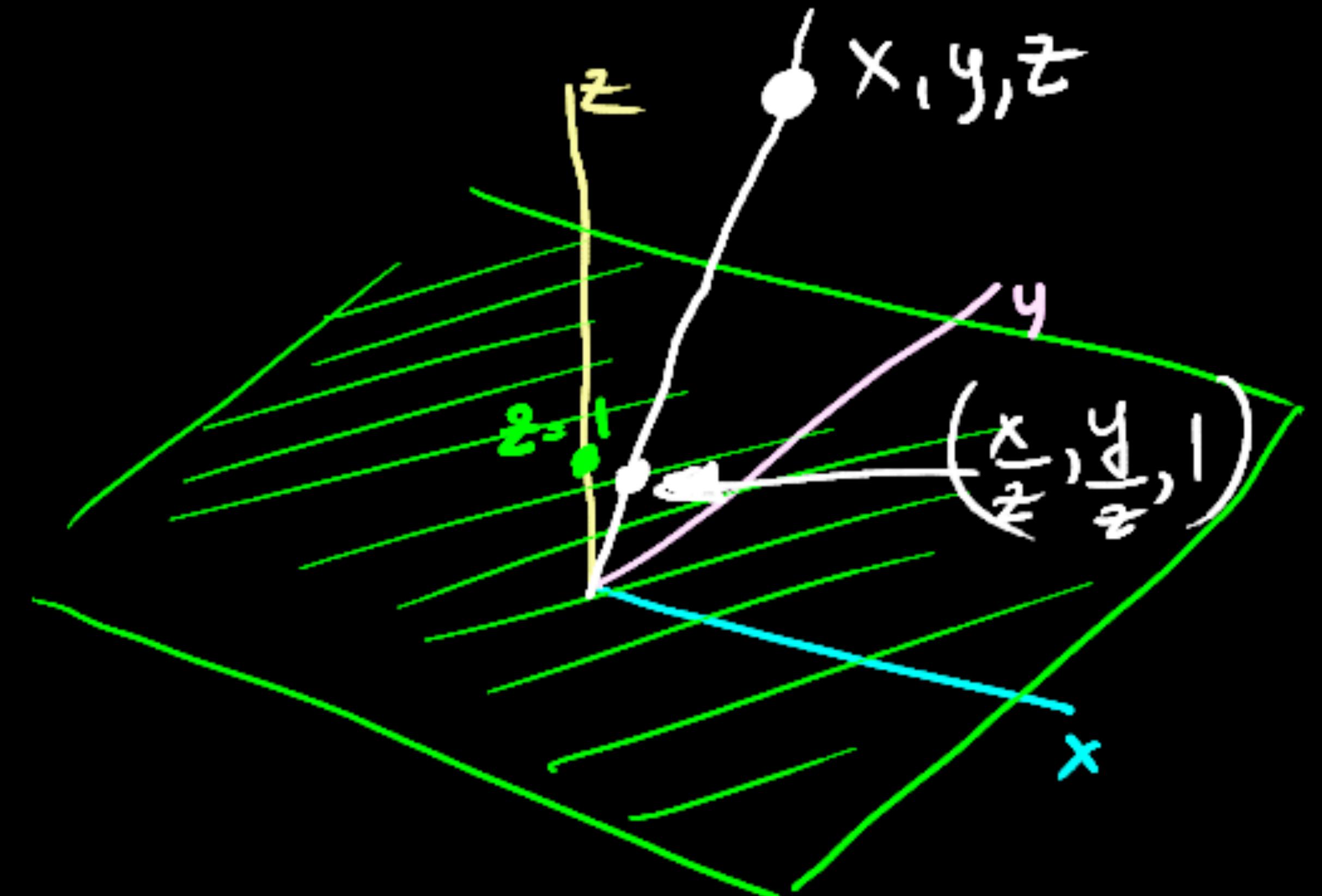
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by + e \\ cx + dy + f \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b & e \\ c & d & f \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by + e \\ cx + dy + f \\ 1 \end{pmatrix}$$

Interprétation

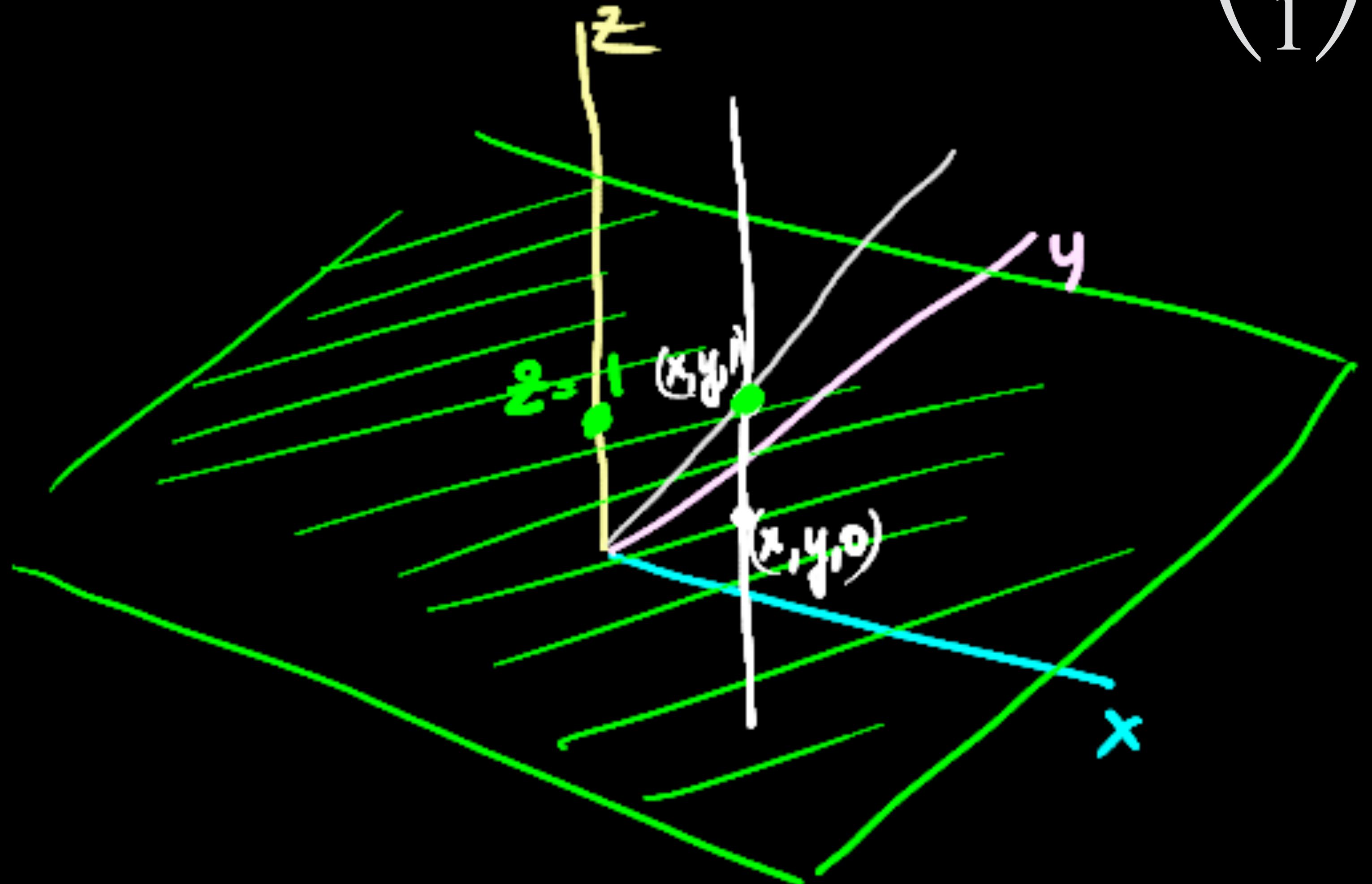
- ♦ L'espace 2d est inséré dans un espace 3d à l'emplacement du plan $z=1$
- ♦ Les transformations affines en 2d deviennent des transformations linéaires en 3d. Ces transformations préservent $z=1$
- ♦ On peut imaginer d'autres transformations linéaires qui modifient z . On revient alors dans l'espace 2d via

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \end{pmatrix}$$



Et si z tend vers zéro ?

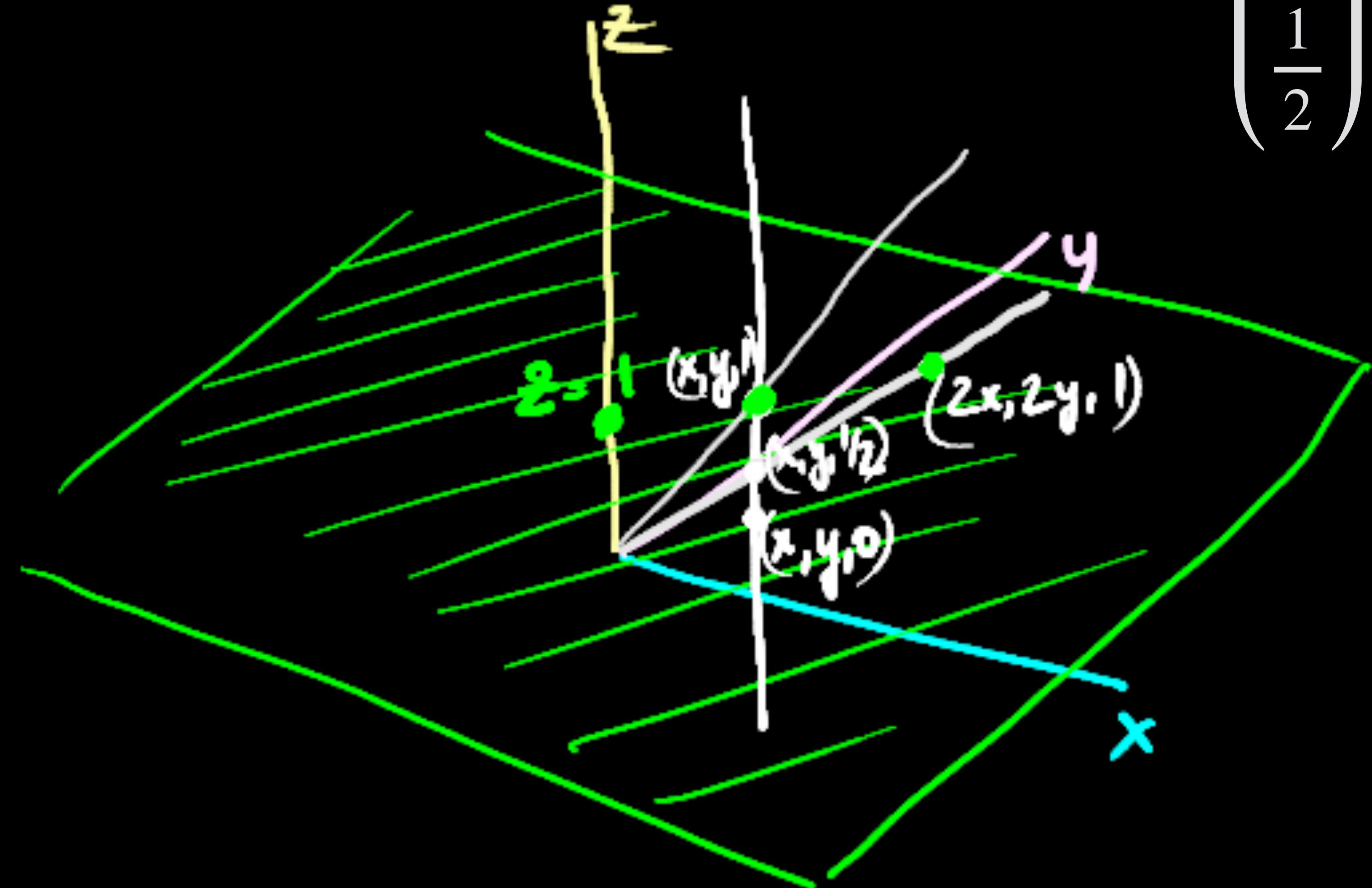
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \end{pmatrix}$$



Et si z tend vers zéro ?

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \end{pmatrix}$$

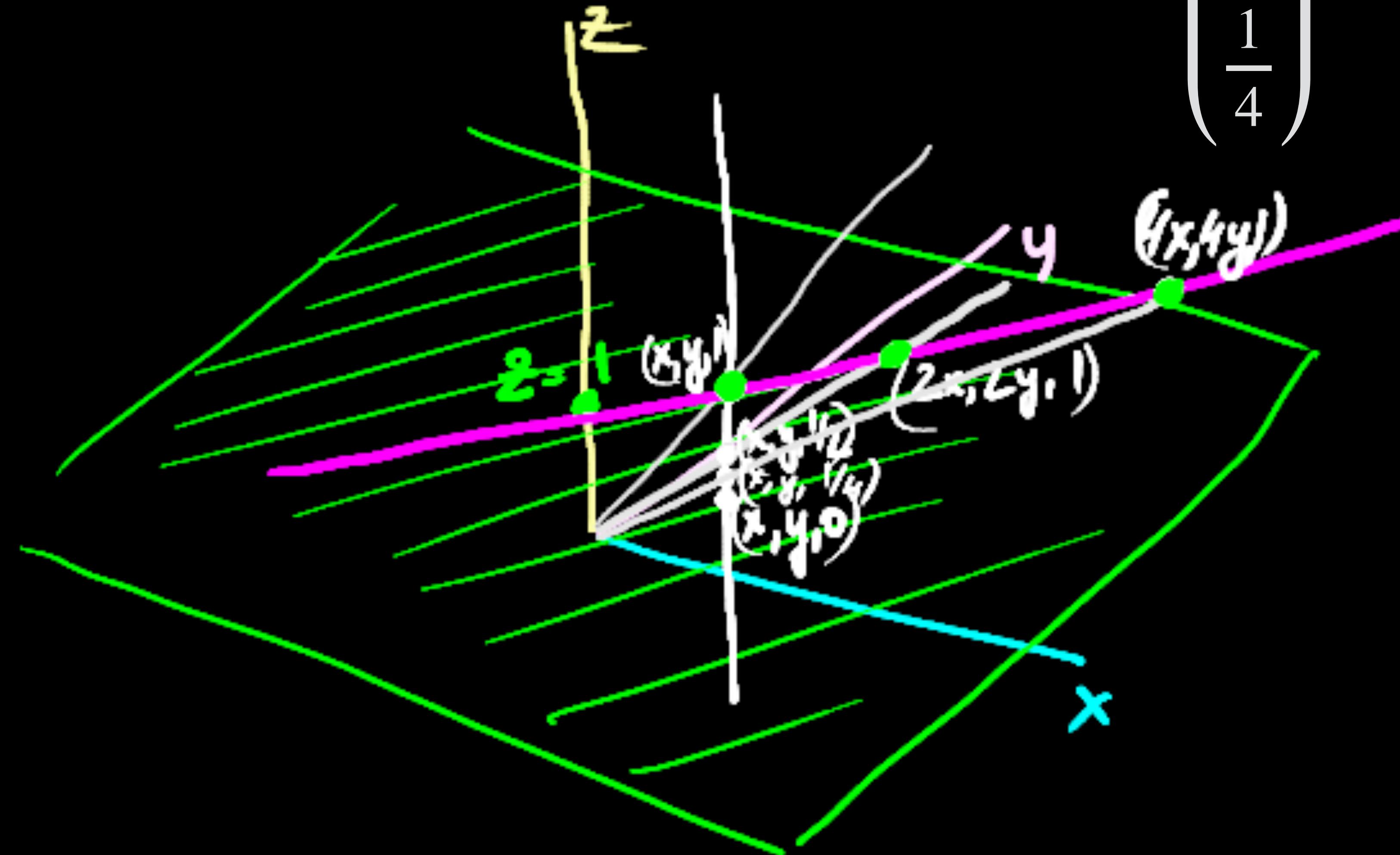
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \frac{1}{z} \end{pmatrix}$$



Et si z tend vers zéro ?

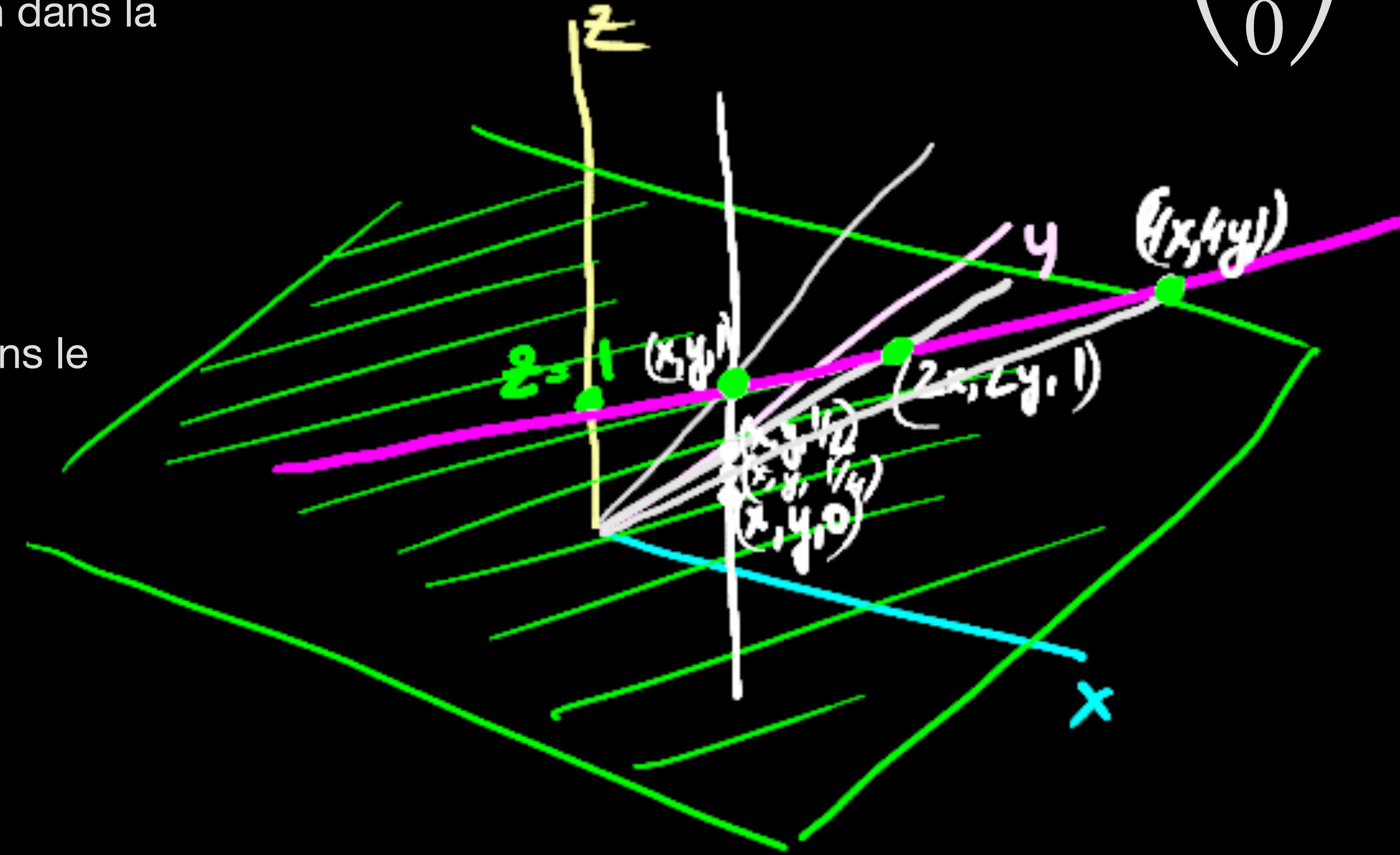
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \frac{1}{z} \end{pmatrix}$$



Et si z tend vers zéro ?

- ◆ $(x, y, 0)$ est un point infiniment loin dans la direction (x, y) .
- ◆ C'est un **vecteur**
- ◆ En coordonnées homogènes, on représente points et vecteurs dans le même formalisme
 - ◆ Points si $z \neq 0$
 - ◆ Vecteurs si $z = 0$
 - ◆ Vecteur + vecteur = vecteur
 - ◆ Vecteur - vecteur = vecteur
 - ◆ Vecteur + point = point



Composition des transformations affines

- ♦ En coordonnées homogènes, ces transformations deviennent linéaires.
- ♦ Elles sont donc comparables par produit matriciel
- ♦ Exemple: rotation autour d'un point (x_0, y_0)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Et en 3D ?

$$\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{00}x + a_{01}y + a_{02}z + b_0 \\ a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + b_1 \\ a_{20}x + a_{21}y + a_{22}z + b_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & b_0 \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{00}x + a_{01}y + a_{02}z + b_0 \\ a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + b_1 \\ a_{20}x + a_{21}y + a_{22}z + b_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

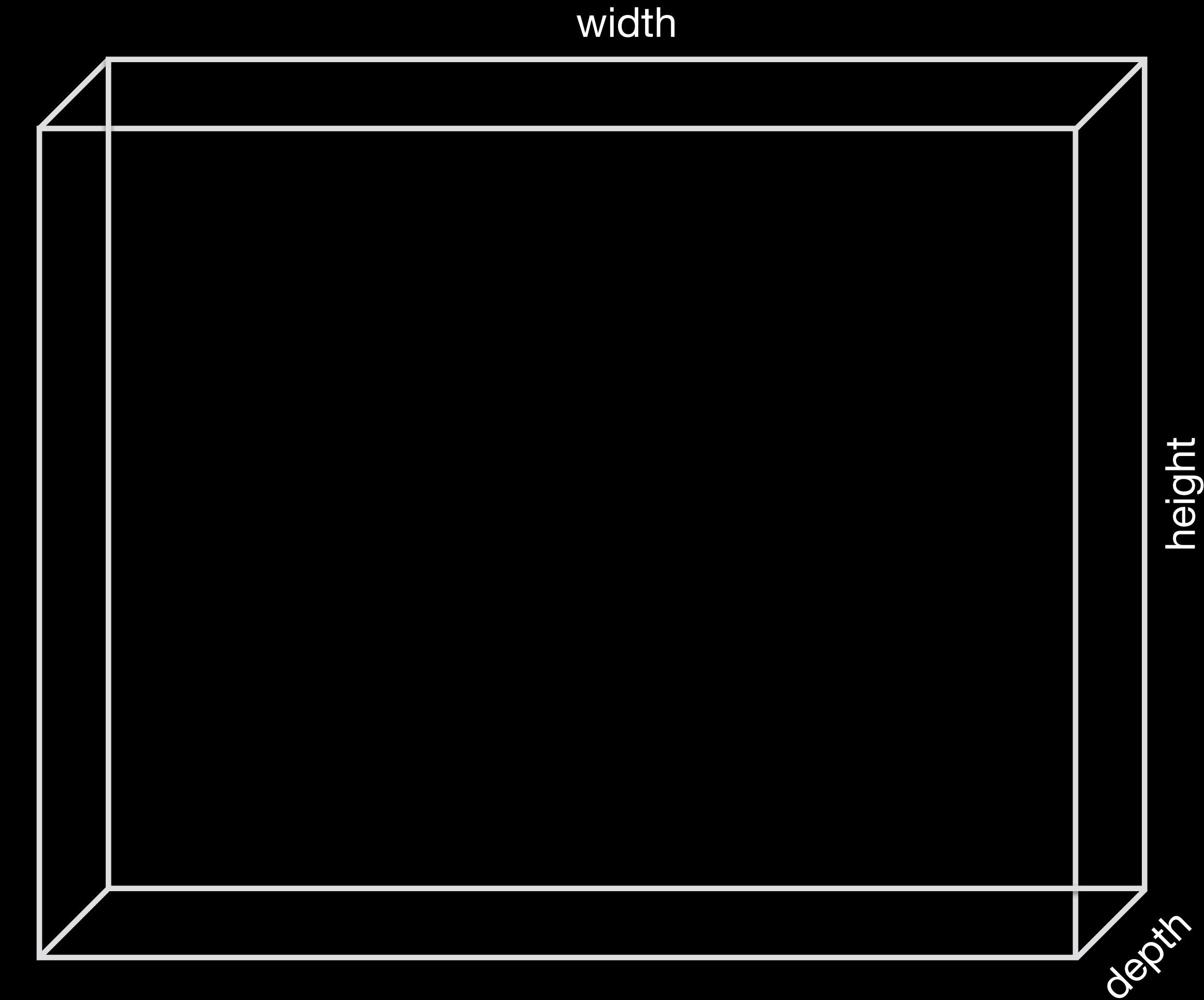
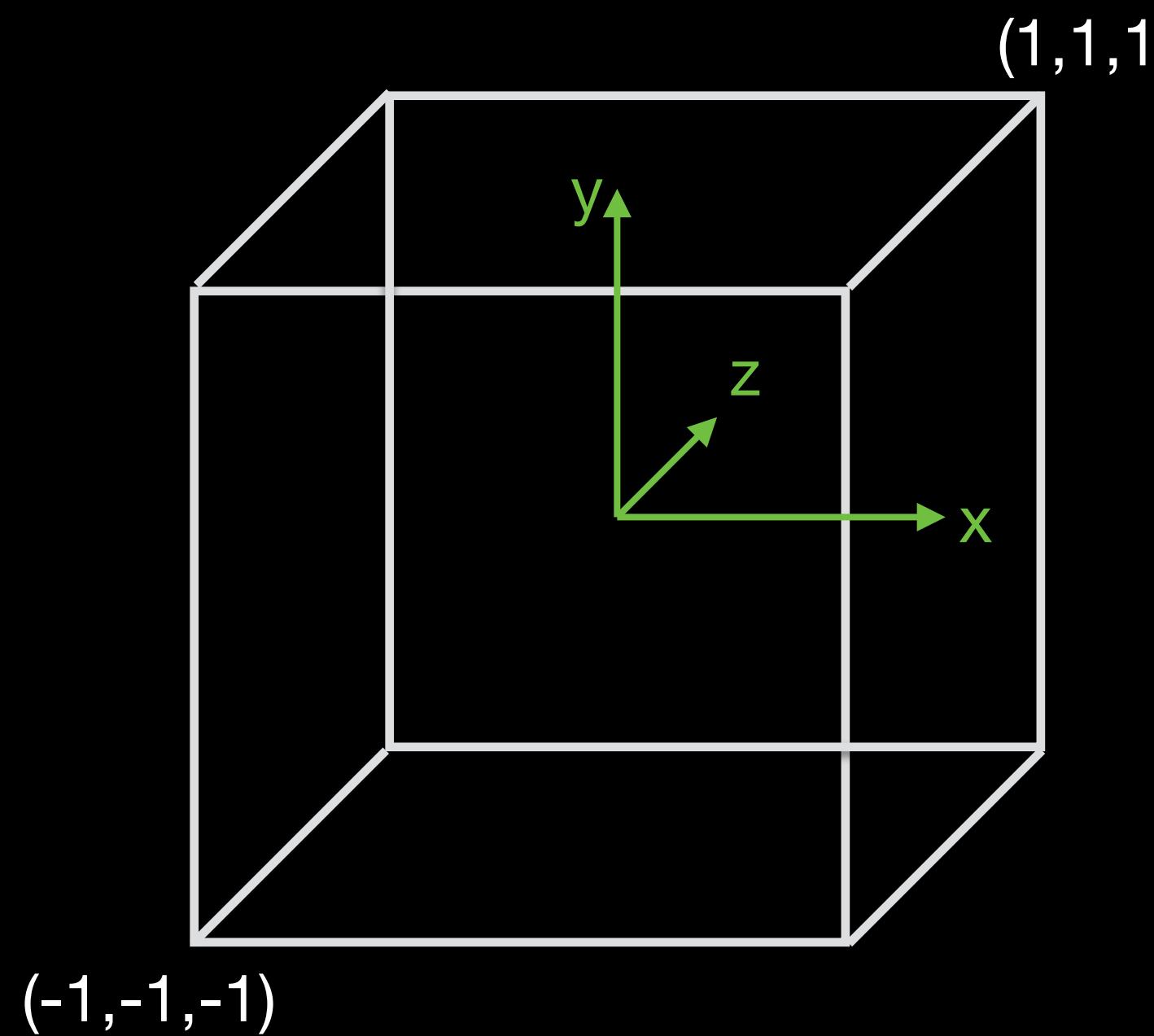
Interprétation

- ♦ L'espace 3d est inséré dans un espace 4d à l'emplacement de l'hyperplan $w=1$
- ♦ Les transformations affines en 3d deviennent des transformations linéaires en 4d. Ces transformations préservent $w=1$
- ♦ On peut imaginer d'autres transformations linéaires qui modifient w . On revient alors dans l'espace 3d via

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x/w \\ y/w \\ z/w \end{pmatrix}$$

Désolé, je ne sais pas dessiner en 4D ...

1^{ère} application - le viewport



Code fourni

- ◆ Un nouveau fichier `geometry.h` fournissant une classe de calcul matriciel
- ◆ N'importe quel code effectuant le rendu parmi les précédents

Votre mission

- ◆ Remplacer la ligne `screen[j] = ...` par une ligne ressemblant à

```
screen[j] = xyz(viewport * xyzw(world[j]));
```

- ◆ Avec `viewport` de type `Matrix4x4`

```
template<size_t rows, size_t cols>
class Matrix {
    std::array<std::array<float,cols>,rows> m;
public:
    Matrix(float val = 0.f);

    std::array<float,cols>& operator[](size_t i);
    const std::array<float,cols>& operator[](size_t i) const;

    template<size_t N>
    Matrix<rows,N> operator*(const Matrix<cols,N>& a);

    Matrix<cols,rows> transpose();

    Matrix inverse();

    static Matrix identity();
};

using Matrix4x4 = Matrix<4,4>;
using Vech = Matrix<4,1>;
```

Viewport

```
Matrix4x4 viewport = make_viewport(0, 0, 800, 800);
```

```
Matrix4x4 make_viewport(int x, int y, size_t w, size_t h) {
    Matrix4x4 t = make_translate(Vec3f{x+w/2.f, y+h/2.f, 100});
    Matrix4x4 s = make_scale(Vec3f{w/2.f, h/2.f, 100});
    return t*s;
}
```

```
Matrix4x4 make_translate(Vec3f v) {
    Matrix4x4 m = Matrix4x4::identity();
    for(int i=0; i < 3; ++i)
        m[i][3] = v.raw[i];
    return m;
}
```

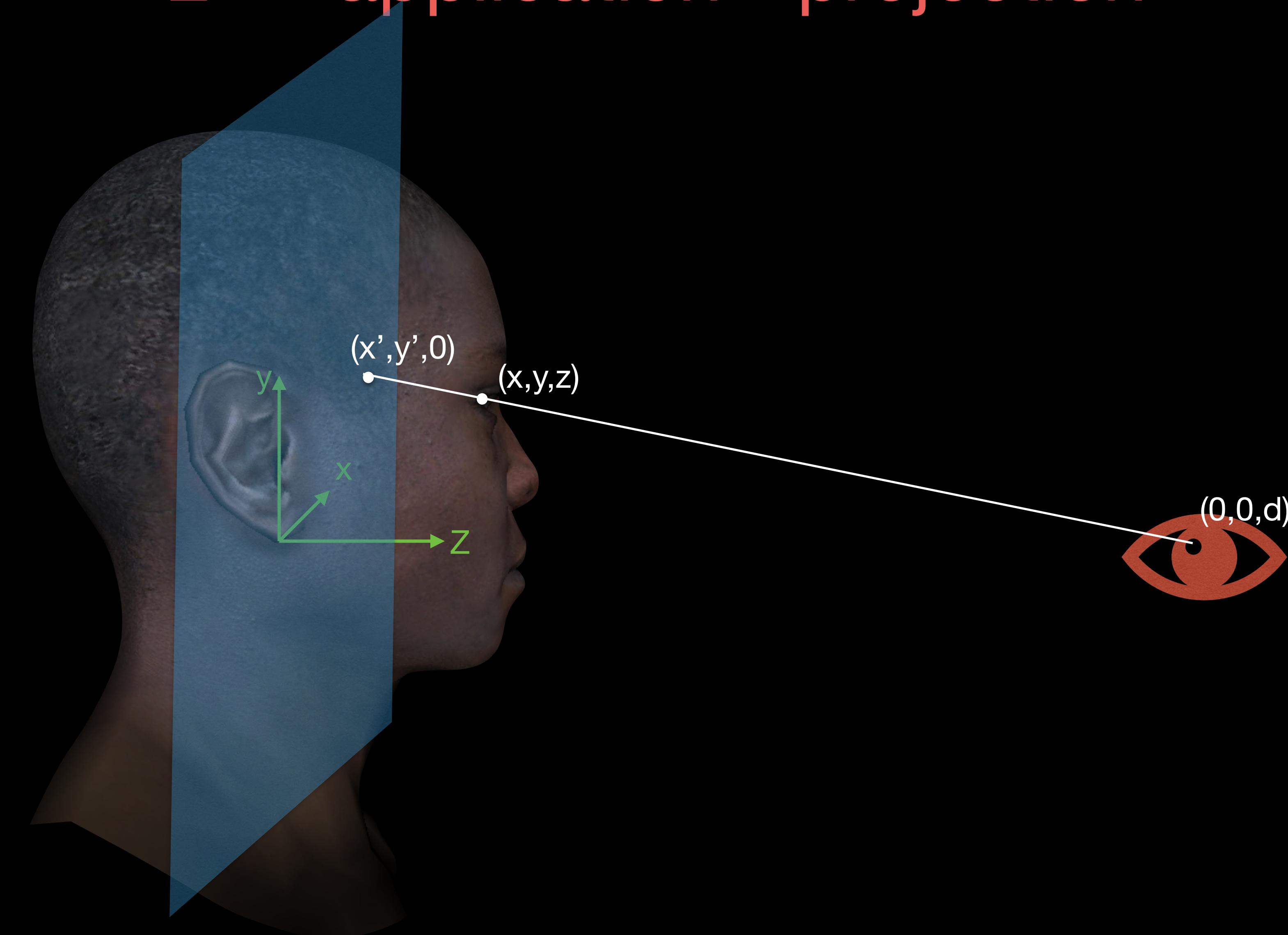
```
Matrix4x4 make_scale(Vec3f v) {
    Matrix4x4 m = Matrix4x4::identity();
    for(int i=0; i < 3; ++i)
        m[i][i] = v.raw[i];
    return m;
}
```

```
VecH xyzw(Vec3f v) {
    VecH m(1.f);
    for(size_t i = 0; i < 3; ++i)
        m[i][0] = v.raw[i];
    return m;
}
```

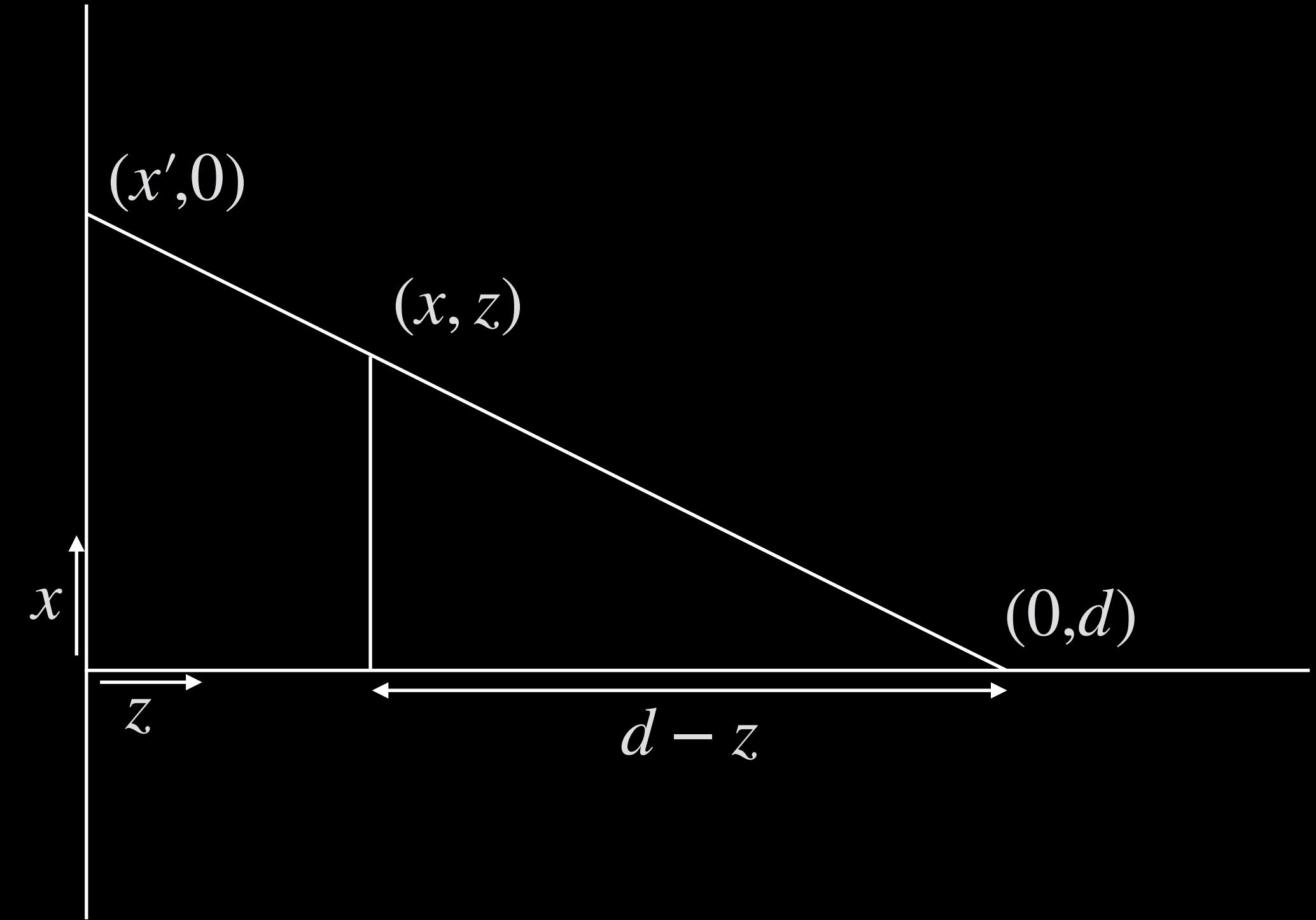
```
Vec3f xyz(VecH m) {
    Vec3f v;
    for(size_t i = 0; i < 3; ++i)
        v.raw[i] = m[i][0]/m[3][0];
    return v;
}
```

2ème application - projection

heig-vd



Pour projeter de 2d en 1d...



$$\frac{x'}{d} = \frac{x}{d - z}$$

$$x' = \frac{x}{1 - \frac{1}{d} \cdot z}$$

Pour projeter de 2d en 1d...

$$x' = \frac{x}{1 - \frac{1}{d} \cdot z}$$

$$x' = x \\ w' = 1 - \frac{1}{d} \cdot z$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{d} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ z \\ 1 - \frac{1}{d}z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{1 - \frac{1}{d}z} \\ \frac{z}{1 - \frac{1}{d}z} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Pour projeter de 3d en 2d...

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{d} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 - \frac{1}{d}z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{1 - \frac{1}{d}z} \\ \frac{y}{1 - \frac{1}{d}z} \\ \frac{z}{1 - \frac{1}{d}z} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Code fourni

- ♦ Rien de plus

Votre mission

- ♦ Insérer la matrice de projection dans le calcul des coordonnées écran
- ♦ Générer l'image ci-contre en plaçant la caméra en $z = 2$
- ♦ Question: qu'obtient-on si
 $z = \text{numeric_limits<} \text{float} \text{>} :: \text{infinity}();$



Projection

```
Vec3f camera{0.f,0.f,2.f};  
  
Matrix4x4 projection = Matrix4x4::identity();  
projection[3][2] = -1.f / camera.z;  
  
...  
  
screen[j] = xyz(viewport * projection * xyzw(world[j]));
```

3ème application - bouger la caméra

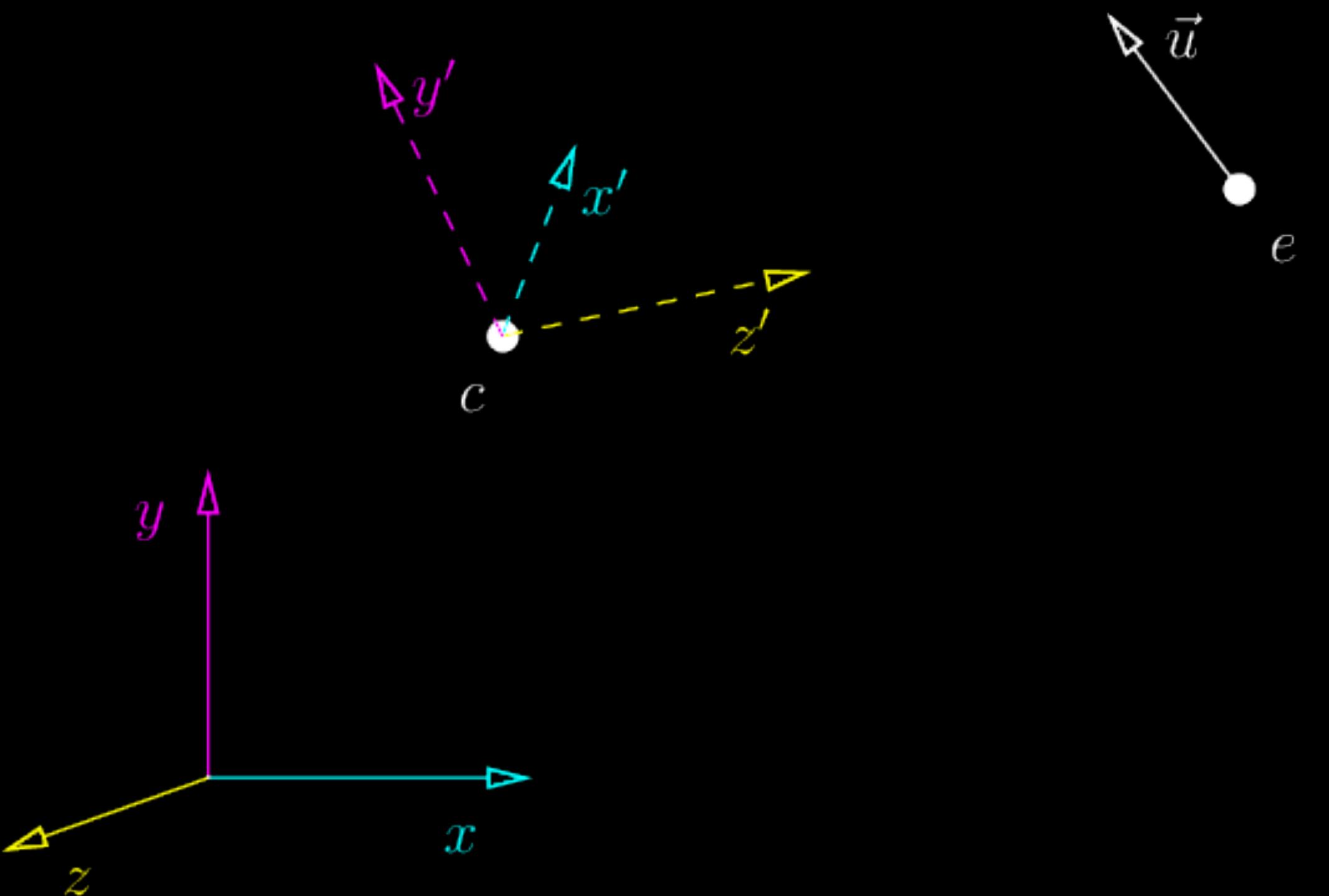
- ♦ Jusqu'à présent, nous avons toujours considéré la caméra dans la direction z
- ♦ Nous allons appliquer une transformation pour exprimer le monde dans les coordonnées de la camera
- ♦ La transformation correspondante s'appelle view et vient s'appliquer avant la projection

```
screen[j] = viewport * projection * view * world[j];
```



View

- ◆ L'oeil de la caméra est au point e (eye)
- ◆ Elle regarde vers le centre de l'image au point c (centre)
- ◆ L'axe $e-c$ définit la direction de z'
- ◆ L'image est dans le plan (x', y') perpendiculaire à z'
- ◆ La direction dans ce plan des vecteurs x' et y' est déterminée par le vecteur u (up) qui indique le haut de l'image. x' lui est perpendiculaire
- ◆ Pour passer des coordonnées monde aux coordonnées camera, il faut effectuer un changement de base



Changement de base

- ♦ Les coordonnées (x, y, z) d'un point P dans une base définie par un point O et 3 vecteurs i, j et k sont telle que

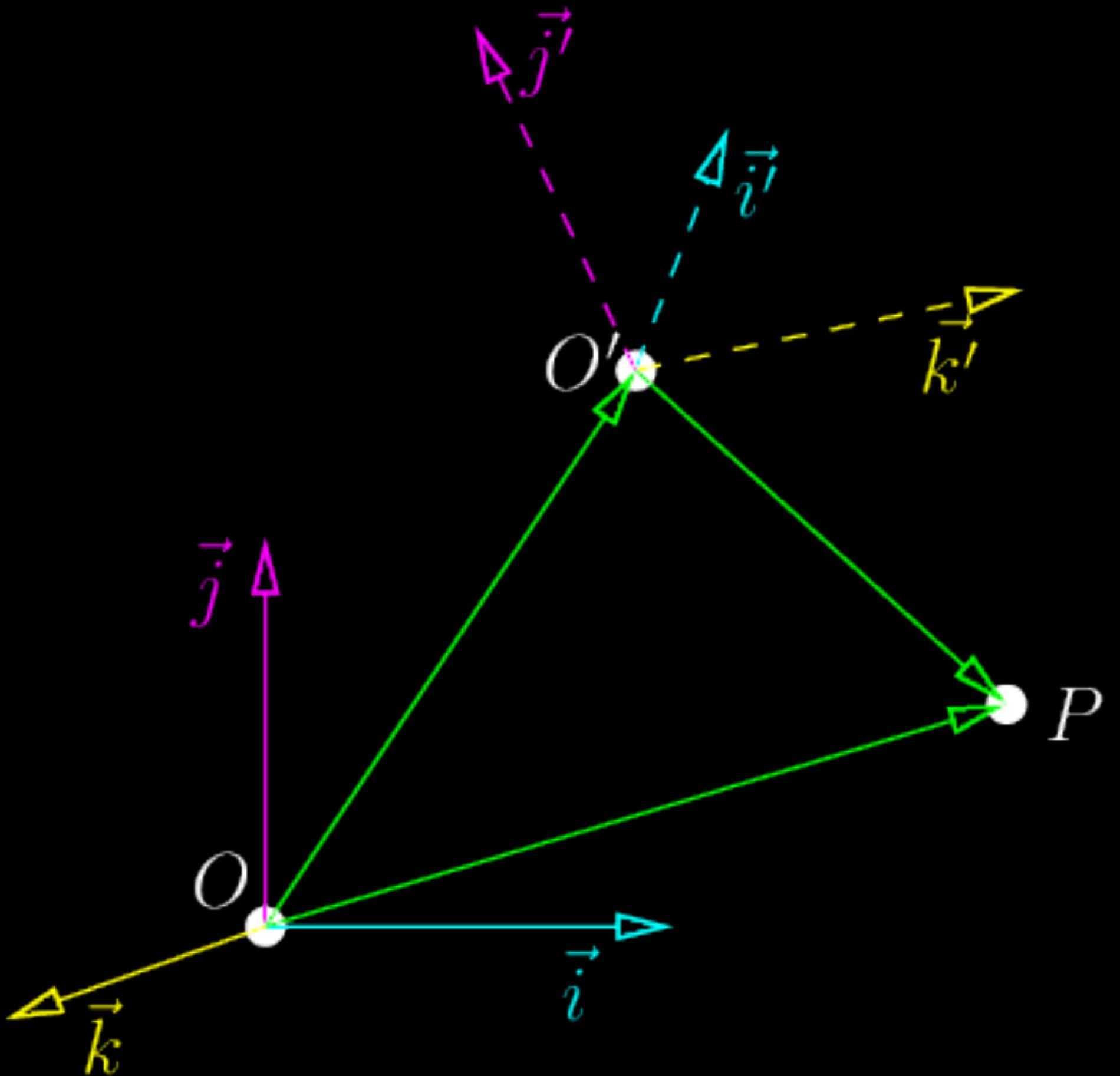
$$\overrightarrow{OP} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z = (\vec{i} \ \vec{j} \ \vec{k}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- ♦ On veut pouvoir exprimer P dans la base O', i', j', k'

$$\overrightarrow{O'P} = \vec{i}'x' + \vec{j}'y' + \vec{k}'z' = (\vec{i}' \ \vec{j}' \ \vec{k}') \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

- ♦ Les coordonnées de i', j', k' dans la base i, j, k nous donnent les colonnes de la matrice M telle que

$$(\vec{i}' \ \vec{j}' \ \vec{k}') = (\vec{i} \ \vec{j} \ \vec{k}) \times M$$



Changement de base (2)

- ◆ Cela nous permet d'écrire $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'P}$

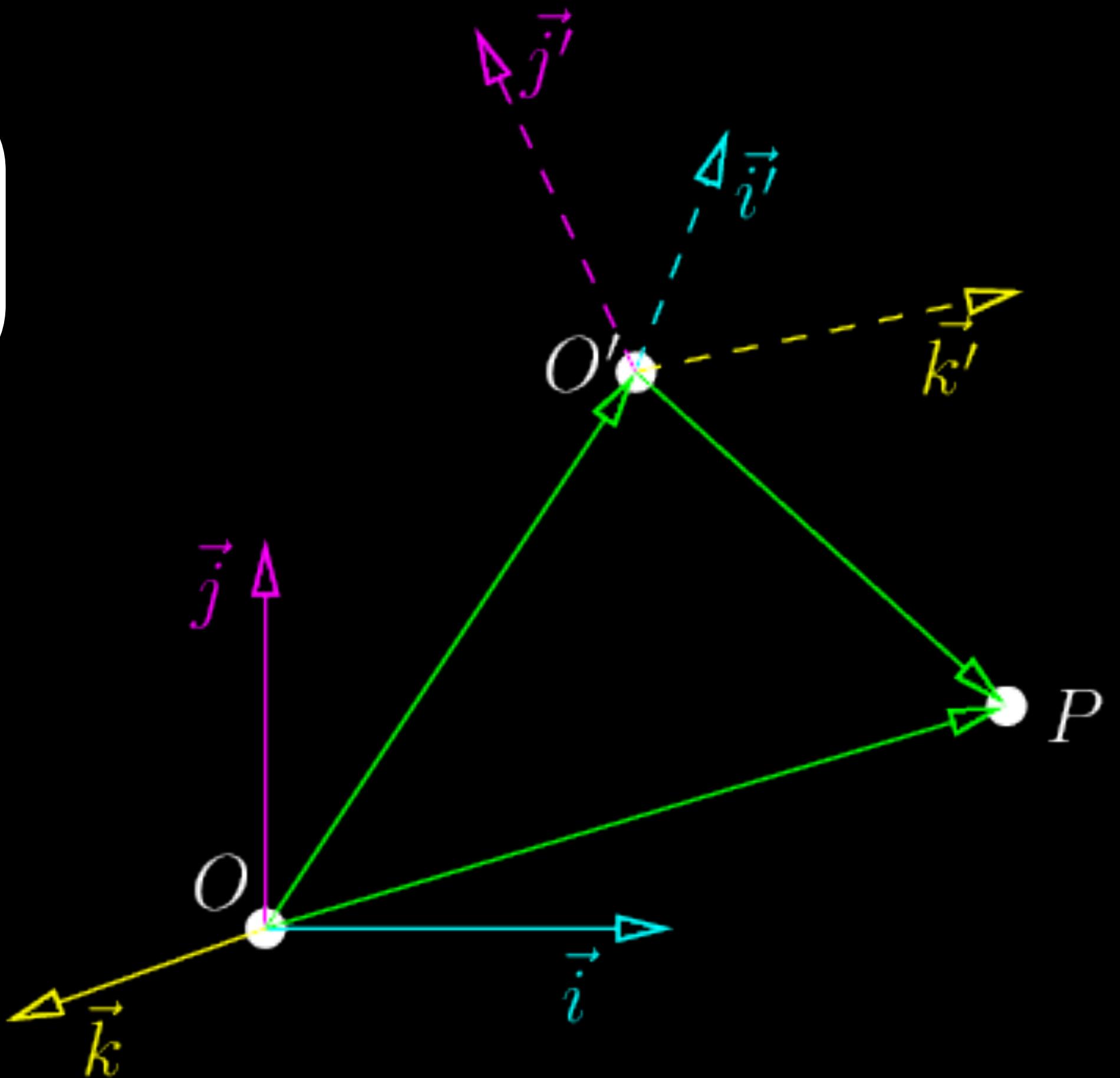
$$= (\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \begin{pmatrix} O'_x \\ O'_y \\ O'_z \end{pmatrix} + (\vec{i}' \vec{j}' \vec{k}') \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$= (\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \left(\begin{pmatrix} O'_x \\ O'_y \\ O'_z \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \right)$$

- ◆ Et donc pour les coordonnées

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O'_x \\ O'_y \\ O'_z \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = M^{-1} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} O'_x \\ O'_y \\ O'_z \end{pmatrix} \right)$$



Code fourni

- ♦ Rien de plus

Votre mission

- ♦ Ecrire une fonction `lookat(eye, center, up)` qui prend en entrée trois `Vec3f` et produit la `Matrix4x4` view correspondante
- ♦ Générer l'image ci-contre avec l'oeil en $(1,1,2)$, le centre en $(0,0,0)$ et la direction up selon l'axe y.

