

Formelsammlung Energietechnik

Alexandros Raptis, Maximilian Schnadt

24. Juni 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematik	1
1.1	Komplexe Zahlen	1
1.2	Trigonometrie	2
2	Elektrotechnik	2
2.1	Elementargesetze	2
2.2	Gleichstromkreise	2
2.3	Wechselstromkreise	2
3	Energietechnik	3
3.1	Grundlagen	3
3.2	Leitungserwärmung	3
3.3	Kurzschlussstromberechnung	3
3.4	Impedanzen Quelle und Trafo	3
3.5	Impedanz Netz	4
3.6	Impedanz Kabel	4
3.7	Staffelplan	4
3.8	Kompensation	5
3.9	Transformator	5
3.10	Verlustströme	6
3.11	Kurzschlussleistung	6
3.12	Dauerkurzschlussstrom	6
3.13	Streuinduktivitäten	6
3.14	Wirkungsgrad	6
3.15	Symmetrische Komponenten	7
4	Formelzeichen und Symbole	8

1 Mathematik

1.1 Komplexe Zahlen

Eulersche Identität

$$r \cdot e^{j\varphi} = r \cdot [\cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)] \quad (1.1.1)$$

Multiplikation komplexer Zahlen

$$(r_1 \cdot e^{j\varphi}) \cdot (r_2 \cdot e^{j\theta}) = (r_1 \cdot r_2) \cdot e^{j(\varphi+\theta)} \quad (1.1.2)$$

Division komplexer Zahlen

$$\frac{r_1 \cdot e^{j\varphi}}{r_2 \cdot e^{j\theta}} = \frac{r_1}{r_2} \cdot e^{j(\varphi-\theta)} \quad (1.1.3)$$

1.2 Trigonometrie

Winkel zwischen x und y Achse

$$\begin{aligned} \tan(\varphi) &= \frac{y}{x} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \theta \\ \theta &= \begin{cases} 0 & x > 0, y > 0 \\ \pi & x < 0, y \neq 0 \\ 2\pi & x > 0, y < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

Zeigerlänge aus Realteil und Imaginärteil

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1.2.2)$$

Realteil und Imaginärteil aus Zeigerlänge

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos(\varphi) \\ y &= r \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

Winkelgeschwindigkeit, Frequenz und Periodendauer

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1.2.4)$$

Multiplikation von Potenzen

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c} \quad (1.2.5)$$

2 Elektrotechnik

2.1 Elementargesetze

Ohmsches Gesetz (+ im Komplexen)

$$R = \frac{U}{I} \quad \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad (2.1.1)$$

Elektrische Leistung

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R \quad (2.1.2)$$

Elektrische Energie

$$W = P \cdot t \quad (2.1.3)$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{in}}{P_{out}} \quad (2.1.4)$$

Temperaturabhängigkeit des Widerstands

$$R_{\vartheta} = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta) \quad (2.1.5)$$

2.2 Gleichstromkreise

Reihenschaltung Widerstände

$$R_{ges} = \sum_n R_n \quad (2.2.1)$$

Parallelschaltung Widerstände

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{ges}} &= \sum_n \frac{1}{R_n} \\ \Rightarrow R_{ges} &= \frac{1}{\sum_n \frac{1}{R_n}} \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Spannungsteiler

$$\frac{U_1}{U_{ges}} = \frac{R_1}{R_{ges}} \quad (2.2.3)$$

Stromteiler

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (2.2.4)$$

2.3 Wechselstromkreise

Merksatz Spulen

„Bei Induktivitäten, die Ströme sich verspäten.“

Merksatz Kondensatoren

„Im Kondensator eilt der Strom vor.“

Reaktanz Kondensator

$$X_C = \frac{1}{j2\pi fC} \quad (2.3.1)$$

Reaktanz Spule

$$X_L = j2\pi fL \quad (2.3.2)$$

3 Energietechnik

3.1 Grundlagen

Minimaler Kurzschlussstrom

$$I_{k_{min}} = \frac{c_{min} \cdot U}{\sqrt{3} \cdot R_{min}} \quad (3.1.1)$$

Maximaler Kurzschlussstrom

$$I_{k_{max}} = \frac{c_{max} \cdot U}{\sqrt{3} \cdot R_{max}} \quad (3.1.2)$$

Leiterspannung

$$U_L = U \cdot \sqrt{3} \quad (3.1.3)$$

3.2 Leitungserwärmung

Stromdichte

$$J = \frac{I_k}{A_L} \quad (3.2.1)$$

Faktor adiabatische Erwärmung (s.u.)

$$\Psi = \frac{\alpha_{20} \cdot J^2 \cdot t_k}{\gamma_{20} \cdot c} \quad (3.2.2)$$

Adiabatische Erwärmung

$$\vartheta_{Ea} = \frac{1}{\alpha_{20}} \left[\left([1 + \alpha_{20}(\vartheta_A - \vartheta_{20})] e^{\Psi} \right) - 1 \right] + \vartheta_{20} \quad (3.2.3)$$

Gesamterwärmung

$$\vartheta_E = \vartheta_{Ea} \cdot \eta_{th} \quad (3.2.4)$$

3.3 Kurzschlussstromberechnung

Kurzschlussimpedanz

$$Z_k = X_k = X_q = U \cdot \frac{U}{S} = \frac{U^2}{S} \quad (3.3.1)$$

Maximaler Kurzschlussstrom

$$I_{k_{max}} = \frac{c_{max} \cdot U}{\sqrt{3} \cdot |\underline{Z}_k|} \quad (3.3.2)$$

Minimaler Kurzschlussstrom

$$I_{k_{min}} = \frac{c_{min} \cdot U}{\sqrt{3} \cdot |\underline{Z}_k|} \quad (3.3.3)$$

3.4 Impedanzen Quelle und Trafo

Impedanz Quelle

$$Z_Q = \frac{c_{max} \cdot U_Q^2}{S_{KQ}} \cdot \frac{1}{\ddot{u}_T^2} \quad (3.4.1)$$

Reaktanz Quelle

$$X_Q = 0,995 \cdot Z_Q \quad (3.4.2)$$

Resistanz Quelle

$$R_Q = 0,1 \cdot X_Q \quad (3.4.3)$$

Impedanz Quelle

$$Z_Q = R_Q + jX_Q \quad (3.4.4)$$

Impedanz Trafo

$$Z_T = \frac{u_{KT}}{100\%} \cdot \frac{U_T^2}{S_T} \quad (3.4.5)$$

Resistanz Trafo

$$R_T = \frac{u_{RT}}{100\%} \cdot \frac{U_T^2}{S_T} \quad (3.4.6)$$

Reaktanz Trafo

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} \quad (3.4.7)$$

Impedanz Trafo

$$Z_T = R_T + jX_T \quad (3.4.8)$$

Impedanz Quelle + Trafo

$$Z_{QT} = (R_Q + R_T) + j(X_Q + X_T) \quad (3.4.9)$$

Maximaler Kurzschlussstrom Quelle

$$I_{KQ} = \frac{c_{max} \cdot U_Q}{\sqrt{3} \cdot |\underline{Z}_{QT}|} \quad (3.4.10)$$

Gesamter Kurzschlussstrom

$$I_{K_{gesamt}} = (I_{KQ} + I_{KG} + I_{KM}) \quad (3.4.11)$$

3.5 Impedanz Netz

Impedanz Quelle Oberseite

$$Z_{Q_{OS}} = \frac{c_{max} \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot I_{kQ}} = \frac{c_{max} \cdot U_{NQ}^2}{S_K''} \quad (3.5.1)$$

Impedanz Quelle Unterseite

$$Z_{Q_{US}} = Z_{Q_{OS}} \cdot \frac{1}{\ddot{u}^2} \quad (3.5.2)$$

Winkel Quelle

$$\varphi_Q = \arctan\left(\frac{X_Q}{R_Q}\right) \quad (3.5.3)$$

Reaktanz Quelle Unterseite

$$X_{Q_{US}} = |\underline{Z}_{Q_{US}}| \cdot \sin(\varphi_Q) \quad (3.5.4)$$

Widerstand Quelle Unterseite

$$R_{Q_{US}} = |\underline{Z}_{Q_{US}}| \cdot \cos(\varphi_Q) \quad (3.5.5)$$

Relativer ohmscher Spannungsabfall

$$u_r = \frac{P_{cu} \cdot 100\%}{S_{rr}} \quad (3.5.6)$$

Relativer reaktiver Spannungsabfall

$$u_x = \sqrt{u_z^2 - u_r^2} \quad (3.5.7)$$

Reaktanz Trafo

$$X_T = \frac{u_x}{100\%} \cdot \frac{U_{rr}^2}{S_{rr}} \quad (3.5.8)$$

Widerstand Trafo

$$R_T = \frac{u_r}{100\%} \cdot \frac{U_{rr}^2}{S_{rr}} \quad (3.5.9)$$

Faktor Trafokompensation (s.u.)

$$\lambda = \frac{X_T \cdot S_{rr}}{U_{rr}^2} \quad (3.5.10)$$

Trafokompensation

$$K_r = 0,95 \cdot \frac{c_{max}}{1 + 0,6 \cdot \lambda} \quad (3.5.11)$$

Impedanz Trafo

$$Z_T = \sqrt{R_T^2 + X_T^2} \quad (3.5.12)$$

Gesamtwiderstand

$$R_{ges} = R_{Q_{US}} + R_{K_2} + R_T \quad (3.5.13)$$

Gesamtreaktanz

$$X_{ges} = X_{Q_{US}} + X_{K_2} + X_T \quad (3.5.14)$$

Gesamtimpedanz

$$Z_{ges} = \sqrt{R_{ges}^2 + X_{ges}^2} \quad (3.5.15)$$

3.6 Impedanz Kabel

Widerstand Kabel

$$R_K = R' \cdot l \quad (3.6.1)$$

Reaktanz Kabel

$$X_K = X' \cdot l \quad (3.6.2)$$

Maximaler Kurzschlussstrom

$$I_{kmax} = \frac{c_{max} \cdot U_{RT}}{\sqrt{3} \cdot |\underline{Z}_{ges}|} \quad (3.6.3)$$

3.7 Staffelplan

Vorgehen:

1. Ermitteln der Leitungsabschnitte pro Zone
2. Berechnen der Widerstände für jede Zone, also summieren über alle Produkte aus Leitungslänge und spezifischem Widerstand

$$X_{Da-Db} = \sum_{n=a}^b (l_n \cdot MK_n)$$
3. Berechnen der Widerstände für jede Zone, also Multiplikation von Toleranz mit Widerstand (anschließenden Leitungsabschnitt beachten!)

$$\begin{aligned} X_{1Da} &= p \cdot X_{Da} \\ X_{2Da} &= p \cdot X_{Da} + p^2 \cdot X_{Db} \end{aligned} \quad (3.7.1)$$

4. Zeichnung erstellen

- x-Achse = Widerstand, y-Achse = Zeit
- Für jeden Widerstand horizontale Linie zeichnen, Höhe = Zeitraum, Länge = Widerstand
- Senkrechte Linie zeichnen zur Verbindung der Widerstände in einer Zone
- Wenn sich eine horizontale und vertikale Linie berühren: Anmerkung, dass Relais nicht selektiv ist

3.8 Kompensation

Scheinleistung

$$S_{ges} = \sqrt{P_{ges}^2 + Q_{ges}^2} \quad (3.8.1)$$

Korrigierte Leistung

$$S = \frac{P}{\cos(\varphi)} \quad (3.8.2)$$

Zugeführte Leistung

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta} \quad (3.8.3)$$

Blindleistung aus Wirkleistung

$$Q = P \cdot \tan(\varphi) \quad (3.8.4)$$

Winkel

$$\tan(\varphi) = \frac{\Sigma Q}{\Sigma P} \quad (3.8.5)$$

Blindleistung aus Scheinleistung

$$Q_1 = S_1 \cdot \sin(\varphi) \quad (3.8.6)$$

Blindleistung

$$Q_C = Q_1 - Q_2 \quad (3.8.7)$$

Korrigierte Blindleistung

$$Q = P \cdot (\tan(\varphi_1) - \tan(\varphi_2)) \quad (3.8.8)$$

Strom

$$I_c = \frac{Q}{U_c} \quad (3.8.9)$$

Strom

$$I_c = \frac{U}{X_c} = U \cdot \omega \cdot C \quad (3.8.10)$$

Kapazität

$$C = \frac{I_c}{U \cdot \omega} \quad (3.8.11)$$

Kapazität

$$C = \frac{Q_c}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2} \quad (3.8.12)$$

Strom

$$I = \frac{P_{ges}}{U \cdot \cos(\varphi)} \quad (3.8.13)$$

3.9 Transformator

Übersetzungsfaktor

$$\ddot{u} = \frac{U_{10}}{U_{20}} \quad (3.9.1)$$

Leistung

$$S = U_{10} \cdot I_{10} \quad (3.9.2)$$

Winkel

$$\cos(\varphi) = \frac{P_0}{S_0} \quad (3.9.3)$$

Gesamter relativer Spannungsabfall

$$u_{k_{ges}} = \frac{\sum_n S_{Tn}}{\sum_n \frac{S_{Tn}}{u_{kn}}} \quad (3.9.4)$$

Teilleistung Trafo

$$S'_i = S_{N_i} \cdot \frac{u_{k_{ges}}}{U_{k_i}} \cdot \frac{\sum S'}{\sum S'_N} \quad (3.9.5)$$

Maximale Scheinleistung

$$S_{max} = u_k \cdot \left(\sum_j \frac{S_j}{U_{k_j}} \right) \quad (3.9.6)$$

3.10 Verlustströme

Eisenverluststrom

$$I_{fe} = I_{10} \cdot \cos(\varphi) \quad (3.10.1)$$

Magnetisierungsverluststrom

$$I_{mag} = I_{10} \cdot \sin(\varphi) \quad (3.10.2)$$

Relativer Leerlaufstrom

$$I_0 = \frac{I_{10}(\text{bei } U_{1N})}{I_{1N}} \quad (3.10.3)$$

Eisenverlustwiderstand

$$R_{fe} = \frac{U_{10}}{I_{fe}} \quad (3.10.4)$$

Hauptinduktivität

$$L_h = \frac{X_h}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{U_{10}}{2 \cdot \pi \cdot I_{mag1}} \quad (3.10.5)$$

3.11 Kurzschlussleistung

Leistung

$$S = U_{1K} \cdot I_{1K} \quad (3.11.1)$$

Winkel

$$\cos(\varphi) = \frac{P_k}{S_k} \quad (3.11.2)$$

Impedanz

$$Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1k}} \quad (3.11.3)$$

3.12 Dauerkurzschlussstrom

Gesamtwiderstand

$$(R_1 + R'_2) = |\underline{Z}_k| \cdot \cos(\varphi_k) \quad (3.12.1)$$

Näherungsweise Widerstand

$$\begin{aligned} \text{für } R_1 &\approx R'_2 \text{ gilt:} \\ R_1 &\approx \frac{1}{2}(R_1 + R'_2) \quad \text{und} \\ R'_2 &\approx \frac{1}{\ddot{u}^2} \cdot R_1 \end{aligned} \quad (3.12.2)$$

3.13 Streuinduktivitäten

Gesamtreaktanz

$$(X_{S1} + X'_{S2}) = |\underline{Z}_k| \cdot \sin(\varphi_k) \quad (3.13.1)$$

Näherungsweise Reaktanz

$$\begin{aligned} \text{für } X_{S1} &\approx X'_{S2} \text{ gilt:} \\ X_{S1} &\approx \frac{1}{2}(X_{S1} + X'_{S2}) \end{aligned} \quad (3.13.2)$$

Induktivität

$$L_{S1} = \frac{X_{S1}}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad (3.13.3)$$

Induktivität

$$L_{S2} \approx \frac{1}{\ddot{u}^2} \cdot L'_{S2} \quad (3.13.4)$$

3.14 Wirkungsgrad

Abgegebene Leistung

$$P_{ab} = \frac{1}{2} \cdot S_N \cdot \cos(\varphi_N) \quad (3.14.1)$$

Strom

$$I_1 = \frac{1}{2} \cdot I_{1N} \quad (3.14.2)$$

Kupferverlustleistung

$$P_{cu} = \frac{1}{I_{1N}^2} \cdot P_{KN} \quad (3.14.3)$$

Eisenverlustleistung

$$P_{fe} = P_{ON} \quad (3.14.4)$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_{cu} + P_{fe}} \quad (3.14.5)$$

Relativer Spannungsabfall

$$u_k = \frac{U_{1k}}{U_{1N}} \cdot 100\% \quad (3.14.6)$$

Spannung

$$U_{1k} = \frac{U_k \cdot U_{1N}}{100\%} \quad (3.14.7)$$

Strom

$$I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} \quad (3.14.8)$$

Eisenverlustleistung

$$P_{vfe} = \frac{U_{2N}^2}{U_{20}^2} \cdot P_{20} \quad (3.14.9)$$

Kupferverlustleistung

$$P_{vcu} = \frac{9}{16} \cdot U_{1k} \cdot \cos(\varphi_k) \quad (3.14.10)$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\text{Nennlast} \cdot P_{vfe} \cdot \cos(\varphi)}{\text{Nennlast} \cdot P_{kfe} \cdot \cos(\varphi) + P_{vfe} + P_{vcu}} \quad (3.14.11)$$

Gesamtleistung

$$S_{ges} = S_1 + S_2 + S_3 \quad (3.14.12)$$

Relativer Gesamtspannungsabfall

$$u_{kges} = \frac{S_{ges}}{\sum_{G=1}^3 \frac{S_{NG}}{u_{kG}}} \quad (3.14.13)$$

Leistung 1

$$S_1 = \frac{U_{kges}}{U_{k1}} \cdot S_{N1} \quad (3.14.14)$$

Leistung 2

$$S_2 = \frac{U_{kges}}{U_{k2}} \cdot S_{N2} \quad (3.14.15)$$

Leistung 3

$$S_3 = \frac{U_{kges}}{U_{k3}} \cdot S_{N3} \quad (3.14.16)$$

Kontrollrechnung

$$S_{ges} = S_1 + S_2 + S_3 \quad (3.14.17)$$

3.15 Symmetrische Komponenten

Phasenverschiebungsfaktor 1

$$\underline{a} = e^{j120^\circ} \quad (3.15.1)$$

Phasenverschiebungsfaktor 2

$$\underline{a}^2 = e^{-j120^\circ} \quad (3.15.2)$$

Gesamtphasenverschiebung

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0 \quad (3.15.3)$$

Spannung Mitkomponente

$$\underline{U}_M = \frac{1}{3}(\underline{U}_R + \underline{a} \cdot \underline{U}_s + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T) \quad (3.15.4)$$

Spannung Gegenkomponente

$$\underline{U}_G = \frac{1}{3}(\underline{U}_R + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_s + \underline{a} \cdot \underline{U}_T) \quad (3.15.5)$$

Spannung Nullkomponente

$$\underline{U}_N = \frac{1}{3}(\underline{U}_R + \underline{U}_s + \underline{U}_T) \quad (3.15.6)$$

Strom Mitkomponente

$$\underline{I}_M = \frac{1}{3}(\underline{I}_R + \underline{a} \cdot \underline{I}_s + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_T) \quad (3.15.7)$$

Strom Gegenkomponente

$$\underline{I}_G = \frac{1}{3}(\underline{I}_R + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_s + \underline{a} \cdot \underline{I}_T) \quad (3.15.8)$$

Strom Nullkomponente

$$\underline{I}_N = \frac{1}{3}(\underline{I}_R + \underline{I}_s + \underline{I}_T) \quad (3.15.9)$$

Strom im Neutralleiter

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{I}_N}{3} \quad (3.15.10)$$

4 Formelzeichen und Symbole

Lateinische Buchstaben

- A_L = Leitungsfläche
- c_{max} = Maximaler Spannungsfaktor
- c_{min} = Minimaler Spannungsfaktor
- c = Spezifische Wärmekapazität
- D_a = Zone a
- I_0 = Relativer Leerlaufstrom
- I_{fe} = Eisenverluststrom
- I_{kmax} = Maximaler Kurzschlussstrom
- I_{kmin} = Minimaler Kurzschlussstrom
- I_{mag} = Magnetisierungsverluststrom
- J = Stromdichte
- K_r = Trafokompensation
- L_h = Hauptinduktivität
- P = Leistung
- P_{vcu} = Kupferverlustleistung
- P_{vfe} = Eisenverlustleistung
- R_{fe} = Eisenverlustwiderstand
- $R_{K/Q/T}$ = Widerstand Kabel / Quelle / Trafo
- S = Scheinleistung
- t_k = Dauer des Kurzschlusses
- $u_{KT/x}$ = Relativer Spannungsabfall
- $u_{r/RT}$ = Relativer ohmscher Spannungsabfall
- \ddot{u} = Übersetzungsfaktor

- $X_{K/Q/T}$ = Reaktanz Kabel / Quelle / Trafo
- $Z_{K/Q/T}$ = Impedanz Kabel / Quelle / Trafo

Griechische Buchstaben

- α_{20} = Temperaturkoeffizient 20 °C
- γ_{20} = Spezifische Leitfähigkeit 20 °C
- η = Wirkungsgrad
- ϑ = Temperatur
- ϑ_{20} = 20 °C
- ϑ_E = Gesamterwärmung
- ϑ_{Ea} = Adiabatische Erwärmung
- λ = Faktor Trafokompensation
- Ψ = Faktor adiabatische Erwärmung