

Задание 4. Численно решите уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

на отрезке $x = [0, 10]$ с граничными условиями $T(0) = T(10) = 0$ и интервале времени $t = [0, 1]$ с начальными условиями:

$$T(x, t = 0) = T_0(x - x_0)^2 e^{-(x-x_0)^2}$$

где $x_0 = 5$, а T_0 вычисляется в соответствии с правилом*.

1) Воспользуйтесь **явной схемой** численного решения. Рассмотрите два варианта выбора шагов интегрирования dx по x и dt по t : 1) $dx = 0.1$, $dt = 0.01$; 2) $dx = 0.1$, $dt = 0.005$. Для каждого набора шагов интегрирования постройте графики $T(x)$ для шести моментов времени $t = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1$.

2) Используйте **схему Кранка-Николсона** и метод прогонки, при этом может быть использована только одна библиотечная функция – для вычисления экспоненты. Рассмотрите те же варианты выбора шагов интегрирования, что и в случае явной схемы, и сравните полученные результаты.

3) Выведите условия устойчивости для использованных схем.

4) Постройте графики сеточной диффузии для использованных численных схем и шагов интегрирования в сравнении с диффузией, описываемой исходным уравнением.

5) Подготовьте отчет о выполненном задании в виде pdf-файла. В отчете следует отразить постановку задачи, методы ее решения, текст написанной вами программы, построенные графики и вывод условия устойчивости. На титульном листе рядом с ФИО в скобках укажите вычисленное значение T_0 .

(*) Правило вычисления значения T_0 . Записываете первую букву вашей фамилии и инициалы – ФИО. Значение $u_0 = [\text{код(Ф)} + \text{код(И)} + \text{код(О)}] / 15$. Код буквы – это ее порядковый номер в алфавите (см. таблицу).

Пример: **Иванов Сергей Петрович**. $T_0 = [\text{код(И)} + \text{код(С)} + \text{код(П)}] / 15 = (10 + 19 + 17) / 15 = 3.06$

А	1	Ж	8	Н	15	Ф	22	Ы	29
Б	2	З	9	О	16	Х	23	Ь	30
В	3	И	10	П	17	Ц	24	Э	31
Г	4	Й	11	Р	18	Ч	25	Ю	32
Д	5	К	12	С	19	Ш	26	Я	33
Е	6	Л	13	Т	20	Щ	27		
Ё	7	М	14	У	21	Ъ	28		

Таблица кодов букв.