

---

## Numerische Methoden für Differentialgleichungen - Aufgabenblatt 5, Sommersemester 2020

---

5.1 Implementieren Sie die Finite-Differenzen-Methode für das Randwertproblem

$$\begin{aligned} -u''(x) &= 1 \quad \text{für } a < x < b, \\ u(a) &= u_a \quad u(b) = u_b. \end{aligned}$$

Schreiben Sie eine Subroutine:

*INPUT*: Gitter, d.h. ein Vektor von Punkten  $[x_0 = a, x_1, \dots, x_{N-1}, x_N = b]$ ,  $u_a, u_b$

*OUTPUT*: Lösung (als Vektor), d.h.  $[u_0, u_1, \dots, u_{N-1}, u_N]$ .

Testen Sie Ihre Implementierung für  $a = 0, b = 2, u_a = 0, u_b = 0$ , auf einem gleichförmigen Gitter mit Schrittweite  $h$ , wobei  $h = (b - a)/N$  und  $N \in \{10, 20, 40, 80, 160, 320\}$ .

Berechnen Sie die analytische Lösung  $u(x)$ , und plotten Sie diese zusammen mit der diskreten Approximation.

Bestimmen Sie den Fehler  $e_i = u(x_i) - u_i, i = 0, \dots, N$  und verwenden dafür die Maximumsnorm

$$\|e\|_\infty := \max\{|e_0|, |e_1|, \dots, |e_N|\}$$

und zeigen Sie die Konvergenzraten des Fehlers.

5.2 Schreiben und testen Sie ein entsprechendes Programm für das Problem

$$\begin{aligned} -u''(x) &= x, \quad 0 < x < 2, \\ u(0) &= 1, \quad u(2) = 2. \end{aligned}$$

Zeigen Sie dieselben Größen wie in 5.1.