Fundamentos Cinemáticos de la Geometría Relacional y Límites Informacionales de Agencia

Oscar Riveros
Investigador Independiente / Polímata
Santiago, Chile
independent.academia.edu/oarr · github.com/maxtuno

Diciembre de 2025

Resumen

Se sistematiza un marco matemático unificado para la geometría relacional discreta y los límites operacionales de influencia en sistemas físicos locales. El núcleo formal se estructura en cuatro módulos interconectados: (A) una interfaz aritmética exacta para satisfacibilidad en dominios restringidos (CNF balanceadas); (B) la *curvatura epistémica* como medida métrica de incompletitud estructural bajo un principio de refinamiento derivacional; (C) el *Layered Metric Space* (LMS) como cinemática discreta variacional con transiciones de materialización; y (D) límites de agencia derivados de cotas tipo Lieb–Robinson con constantes explícitas.

Se formaliza la agencia como la capacidad operativa de inducir distinguibilidad remota, sujeta a supresión exponencial por la geometría del grafo subyacente. El marco produce herramientas técnicas con aplicaciones colaterales en computación cuántica, teoría de control y análisis de redes. Las extensiones cosmológicas (energía oscura como decaimiento de influencia, materia oscura como rigidez geométrica) se presentan estrictamente como programas de investigación abiertos, con sus limitaciones observacionales explicitadas rigurosamente, destacando la refutación empírica parcial por fenómenos como el *Bullet Cluster*.

Palabras clave: Geometría discreta, límites de Lieb–Robinson, agencia operacional, curvatura epistémica, materia oscura, energía oscura, Layered Metric Space.

Índice

1. Introducción y Principios Rectores

Este trabajo consolida y unifica cuatro líneas de investigación desarrolladas por el autor en los últimos años, estableciendo un marco formal para la geometría relacional discreta y la teoría operacional de agencia en sistemas físicos locales. El objetivo es doble: (1) presentar resultados matemáticos rigurosos y autocontenidos, y (2) delimitar con precisión el alcance de sus posibles interpretaciones físicas, especialmente en el dominio cosmológico.

Para garantizar la consistencia lógica y evitar extrapolaciones indebidas, adoptamos los siguientes principios rectores:

Advertencia Estructural (Principio de No-Exportación Automática (P)). Las identidades exactas y cotas derivadas en las Secciones 2–4 son independientes de cualquier interpretación física específica. En particular:

- Las cotas de Lieb–Robinson no implican dinámica cosmológica efectiva sin una derivación explícita del límite continuo y del *coarse-graining* correspondiente.
- La identidad de Duhamel controla diferencias entre evoluciones, pero no define causalidad física autónoma ni reemplaza las estructuras causales de teorías relativistas continuas.

Advertencia Estructural (Principio de Separación Núcleo-Extensión (P)). Los resultados de los Módulos A–D (Secciones 2–4) constituyen el **núcleo formal demostrado**. Las Secciones 5–6 (extensiones cosmológicas) son **conjeturas** o **programas de investigación** sujetos a validación observacional futura.

Advertencia Estructural (Principio de Falsabilidad Operacional (P)). Toda extensión física del formalismo debe producir predicciones cuantitativas falsables. Se presta especial atención a tests de estrés observacionales como el *Bullet Cluster*, el espectro del CMB, y las relaciones de escala galáctica (RAR).

Observación (Estatus Ontológico del LMS). El formalismo *Layered Metric Space* (LMS) se interpreta en este trabajo como una estructura matemática abstracta para describir evolución métrica discreta. Su estatus como candidato a estructura física fundamental (espaciotiempo discreto) permanece como una hipótesis independiente no demostrada.

2. Núcleo Formal: Los Cuatro Módulos

2.1. Módulo A: Interfaz Aritmética Exacta para CNF Balanceadas

Consideramos fórmulas booleanas en Forma Normal Conjuntiva (CNF) que son *balanceadas*: cada cláusula contiene exactamente una ocurrencia (positiva o negada) de cada variable.

Definición 2.1 (CNF balanceada)**.** Sea $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ un conjunto de variables booleanas. Una cláusula C es *balanceada* si tiene la forma $C = \ell_1 \vee \ell_2 \vee \cdots \vee \ell_n$, donde para cada i, ℓ_i es x_i o $\neg x_i$. Una fórmula CNF $\mathcal{F}$ es balanceada si todas sus cláusulas lo son.

Lema 2.1 (Falsificador único)**.** *Para cada cláusula balanceada C existe una única asignación $a_C \in \{0,1\}^n$ que la hace falsa. Esta asignación viene dada por $a_C = (s_1, \ldots, s_n)$ donde $s_i = 0$ si $\ell_i = x_i$ y $s_i = 1$ si $\ell_i = \neg x_i$.*

Definición 2.2 (Índice binario)**.** Para $a = (a_1, \ldots, a_n) \in \{0,1\}^n$, definimos $\operatorname{ind}(a) := \sum_{i=1}^{n} a_i 2^{n-i} \in \{0, \ldots, 2^n - 1\}$.

Teorema 2.2 (Ecuación SAT para CNF balanceadas)**.** *Sea $\mathcal{F}$ una fórmula CNF balanceada en n variables, sin cláusulas repetidas. Para cada cláusula $C \in \mathcal{F}$, sea $T(C) := \operatorname{ind}(a_C)$. Defina el entero*

$$S_{\mathcal{F}} := \sum_{C \in \mathcal{F}} 2^{T(C)}.$$

Sea $S_{\mathcal{F}} = \sum_{k=0}^{2^n-1} b_k 2^k$ su expansión binaria. Entonces, para toda asignación $a \in \{0,1\}^n$ con índice $k = \operatorname{ind}(a)$:

$$b_k = 1 \quad \text{si y solo si} \quad a \text{ no satisface } \mathcal{F}.$$

Equivalentemente, $b_k = 0$ caracteriza exactamente las asignaciones satisfacientes.

Demostración. Cada cláusula C contribuye un bit 1 en la posición $T(C)$. Como las cláusulas son distintas, no hay acarreos en la suma binaria. Un bit $b_k = 1$ indica que existe alguna cláusula C con $T(C) = k$, es decir, cuya asignación falsificante es precisamente a. Por tanto, a no satisface $\mathcal{F}$. Recíprocamente, si a no satisface $\mathcal{F}$, existe C con $a = a_C$, luego $b_k = 1$. $\square$

Observación (Aporte colateral: compresión aritmética)*.* Este teorema provee una representación compacta y exacta de la relación de satisfacibilidad para CNF balanceadas, útil en verificación formal y hashing semántico. Aunque no reduce la complejidad computacional de SAT en el peor caso, permite operaciones lógicas (combinación, comparación) mediante aritmética entera.

2.2. Módulo B: Curvatura Epistémica e Incompletitud Geométrica

Definimos un marco métrico para cuantificar la brecha entre un sistema formal y su dominio semántico.

Definición 2.3 (Sistema formal con interfaz métrica)**.** Una tupla $\mathcal{S} = (L, \vdash, \iota, \mathcal{O}, X, \delta, e, j)$ donde:

- $(L, \vdash)$: sistema formal (lenguaje y relación de derivabilidad)
- $\mathcal{O}$: dominio semántico (espacio medible)
- $\iota : L \to \mathcal{O}$: interpretación (función de Borel)
- (X, δ): espacio métrico separable completo
- $e : L \to X$, $j : \mathcal{O} \to X$: encajes de Borel

El *error de representación* para $\sigma \in L$ es

$$\operatorname{err}(\sigma) := \delta(e(\sigma), j(\iota(\sigma)))\,.$$

Definición 2.4 (Curvatura epistémica)**.** La curvatura epistémica del sistema $\mathcal{S}$ es

$$\kappa_{\mathcal{S}} := \inf_{\sigma \in L} \operatorname{err}(\sigma) \in [0, \infty).$$

Decimos que $\mathcal{S}$ es *epistémicamente plano* si $\kappa_{\mathcal{S}} = 0$, y *curvo* si $\kappa_{\mathcal{S}} > 0$.

Definición 2.5 (Principio de Refinamiento Derivacional (DRP))**.** Existe un operador $T : L \to L$ tal que:

1. $\sigma \vdash T(\sigma)$ para todo $\sigma \in L$ (preservación derivacional)
2. $\mathrm{err}(T(\sigma)) \leq \mathrm{err}(\sigma)$ para todo $\sigma \in L$ (no expansividad)
3. La órbita $\{T^n(\sigma)\}_{n\in\mathbb{N}}$ tiene un punto de acumulación σ_∞ con $\mathrm{err}(\sigma_\infty) = \inf_n \mathrm{err}(T^n(\sigma))$.

Teorema 2.3 (Incompletitud como curvatura positiva)**.** *Sea $\mathcal{S}$ un sistema formal con interfaz métrica que satisface DRP. Si $\mathcal{S}$ es semánticamente completo (para cada $o \in \mathcal{O}$ verdadero existe $\sigma \in L$ con $\iota(\sigma) = o$), entonces necesariamente $\kappa_{\mathcal{S}} = 0$. Equivalentemente:*

$$\kappa_{\mathcal{S}} > 0 \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{S} \text{ no es semánticamente completo.}$$

Esquema. Supongamos $\kappa_{\mathcal{S}} > 0$. Por definición, $\mathrm{err}(\sigma) \geq \kappa_{\mathcal{S}} > 0$ para todo σ. Dado un objeto semántico $o \in \mathcal{O}$, si existiera σ con $\iota(\sigma) = o$, la iteración $T^n(\sigma)$ produciría una sucesión cuyos errores decrecen monótonamente pero permanecen acotados inferiormente por $\kappa_{\mathcal{S}}$, contradiciendo la completitud semántica bajo DRP. □

Observación (Geometrización de límites de representación)*.* Este resultado reformula la imposibilidad de completitud perfecta como una obstrucción geométrica (curvatura positiva), no como un teorema de indecidibilidad al estilo Gödel. Proporciona una métrica cuantitativa ($\kappa_{\mathcal{S}}$) para el desajuste entre sintaxis y semántica.

2.3. Módulo C: Layered Metric Space (LMS) – Cinemática Discreta Variacional

El LMS es una estructura de grafo métrico que evoluciona en “capas” discretas, interpretadas como pasos de tiempo relacional.

Definición 2.6 (Layered Metric Space)**.** Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido, conexo y localmente finito. Un *Layered Metric Space* es una familia $\{\ell_k : E \to \mathbb{R}_{>0}\}_{k\in\mathbb{Z}}$ que asigna una longitud positiva a cada arista en cada capa k.

Definición 2.7 (Magnitudes cinemáticas)**.** Para cada arista $e \in E$ y capa k definimos:

- **Strain inter-capa**: $\sigma_k(e) := \ell_{k+1}(e) - \ell_k(e)$.
- **Curvatura inter-capa**: $R_k(e) := \ell_{k+1}(e) - 2\ell_k(e) + \ell_{k-1}(e)$.
- **Curvatura intra-capa**: Sea $\mathcal{C}_k$ un conjunto de ciclos simples en G. Un funcional $K_k : \mathcal{C}_k \to \mathbb{R}$ que mide desviación de planitud local (e.g., déficit angular en una triangulación).

Definición 2.8 (Acciones LMS)**.** Consideramos dos formulaciones variacionales:

1. **Acción con rigidez geométrica**:
$$\mathcal{S}^{(1)}_{\mathrm{LMS}}[\{\ell_k\}] = \alpha \sum_k \sum_{c\in\mathcal{C}_k} K_k(c)^2 \; + \; \beta \sum_k \sum_{e\in E} \sigma_k(e)^2.$$
El término $K_k(c)^2$ introduce *rigidez* (penaliza cualquier curvatura).

2. **Acción con acoplamiento intra-capa**:
$$\mathcal{S}^{(2)}_{\mathrm{LMS}}[\{\ell_k\}] = \sum_k \sum_{e\in E} \sigma_k(e)^2 \; + \; \mu \sum_k \sum_{\{e,e'\}\in\mathcal{N}} (\ell_k(e) - \ell_k(e'))^2,$$
donde $\mathcal{N}$ son pares de aristas que comparten un vértice (Laplaciano discreto).

Definición 2.9 (Materialización operativa)**.** Sea $\{q_k^{(\lambda)} : V \times V \to [0,1]\}_{\lambda>0}$ una familia paramétrica de kernels de transición entre capas. Decimos que una subred $B \subseteq V$ se *materializa* en el intervalo $[k_1, k_2]$ si:

$$\lim_{\lambda\to\infty} q_k^{(\lambda)}(x \to y) \in \{0,1\} \quad \forall x, y \in B,\ \forall k \in [k_1, k_2],$$

y la convergencia es uniforme en $B \times B \times [k_1, k_2]$ y estable bajo perturbaciones locales acotadas. El conjunto B con sus transiciones saturadas forma un *backbone materializado.*

Proposición 2.4 (Procrustes ortogonal para evolución unitaria)**.** *Dada una matriz $M \in \mathbb{C}^{n\times n}$ (derivada de kernels q_k), el problema*

$$\min_{U\in\mathcal{U}(n)} \|U - M\|_F,$$

donde $\mathcal{U}(n)$ es el grupo unitario y $\|\cdot\|_F$ la norma de Frobenius, tiene solución única. Si $M = W\Sigma V^\dagger$ es la SVD de M, entonces

$$U_{\text{opt}} = WV^\dagger, \qquad \|U_{\text{opt}} - M\|_F^2 = \sum_{i=1}^{n} (\sigma_i - 1)^2.$$

Demostración. Para $U = W'V^\dagger$ con W' unitaria, $\|U - M\|_F^2 = \|W'\Sigma - I\|_F^2 = \sum_i (\sigma_i^2 + 1 - 2\,\mathrm{Re}(w'_{ii}\sigma_i))$. El mínimo se alcanza cuando $w'_{ii} = 1$ para todo i, es decir, $W' = W$. □

Observación (Aplicación en compilación cuántica)*.* Este resultado provee un método óptimo para aproximar una operación física general (posiblemente no unitaria) por una puerta lógica unitaria, con error cuantificado por $\epsilon = \sqrt{\sum(\sigma_i - 1)^2}$.

2.4. Módulo D: Agencia Operacional y Límites de Lieb–Robinson

Consideramos un sistema cuántico de espines en un grafo $G = (V, E)$, con álgebra local $\mathcal{A}_X = B(\mathcal{H}_X) \otimes I_{V\setminus X}$.

Definición 2.10 (Control local y evolución)**.** Un *control* c es una función medible $t \mapsto H_c(t)$ con $\mathrm{supp}(H_c(t)) \subseteq C \subset V$ y $\|H_c(t)\| \le \kappa$ (c.t.p.). El Hamiltoniano total es $H^{(c)}(t) = H_0 + H_c(t)$, donde $H_0 = \sum_{Z\subseteq V} h_Z$ es un Hamiltoniano local de fondo. La evolución unitaria $U_c(t, s)$ satisface $i\partial_t U_c(t, s) = H^{(c)}(t)U_c(t, s)$. Definimos la evolución de Heisenberg a dos tiempos:

$$\tau_{t,s}^{(c)}(A) := U_c(t, s)^\dagger A U_c(t, s).$$

Definición 2.11 (Influencia y agencia)**.** Dados dos controles c, c' y un tiempo $T > 0$, definimos:

- **Influencia** sobre región $R \subseteq V$:

$$\mathsf{Inf}_R(c, c'; T) := \sup_{\substack{B\in\mathcal{A}_R \\ \|B\|\le 1}} \left|\mathrm{Tr}\Big(\rho_0(\tau_{T,0}^{(c)}(B) - \tau_{T,0}^{(c')}(B))\Big)\right|.$$

- **Agencia** (distinguibilidad inducida):

$$\mathsf{Ag}_R(c, c'; T) := \frac{1}{2}\|\rho_{T,R}^{(c)} - \rho_{T,R}^{(c')}\|_1,$$

  donde $\rho_{T,R}^{(c)} = \mathrm{Tr}_{V\setminus R}(U_c(T, 0)\rho_0 U_c(T, 0)^\dagger)$.

Lema 2.5 (Dualidad y cota)**.**

$$\mathsf{Ag}_R(c,c';T) = \sup_{\substack{B\in\mathcal{A}_R\\ \|B\|\le 1}} \frac{1}{2}\left|\mathrm{Tr}\Big((\rho^{(c)}_{T,R} - \rho^{(c')}_{T,R})B\Big)\right| \le \mathsf{Inf}_R(c,c';T).$$

Lema 2.6 (Identidad de Duhamel exacta)**.** *Sean c, c' controles y $\Delta H(t) := H^{(c)}(t) - H^{(c')}(t)$. Para todo observable B,*

$$\tau^{(c)}_{T,0}(B) - \tau^{(c')}_{T,0}(B) = i\int_0^T \tau^{(c)}_{s,0}\Big([\Delta H(s), \tau^{(c')}_{T,s}(B)]\Big)\, ds.$$

Demostración. Defina $F(s) := \tau^{(c)}_{s,0}(\tau^{(c')}_{T,s}(B))$. Derivando y usando las ecuaciones de evolución se obtiene $dF/ds = i\tau^{(c)}_{s,0}([\Delta H(s), \tau^{(c')}_{T,s}(B)])$. Integrando de 0 a T y notando que $F(0) = \tau^{(c')}_{T,0}(B)$ y $F(T) = \tau^{(c)}_{T,0}(B)$ se concluye. □

Supuesto 2.1 (Localidad exponencial)**.** El Hamiltoniano de fondo satisface: existe $\mu > 0$ tal que

$$J_\mu := \sup_{v\in V} \sum_{Z\ni v} \|h_Z\| e^{\mu\,\mathrm{diam}(Z)} < \infty.$$

Teorema 2.7 (Cota de Lieb–Robinson para agencia)**.** *Bajo la Assumption 2.4 y para controles acotados, existen constantes $C'_{LR}, v'_{LR} > 0$ (dependientes de J_μ, μ, κ y la geometría de G) tales que*

$$\mathsf{Ag}_R(c,c';T) \le K'_A \int_0^T \|\Delta H(s)\| \sum_{x\in C}\sum_{y\in R} \exp\Big(-\mu\left[d(x,y) - v'_{LR}(T-s)\right]_+\Big)\, ds,$$

con $K'_A = C'_{LR}/2$. En particular, si $d(C,R) > v'_{LR}T + \ell$,

$$\mathsf{Ag}_R(c,c';T) \le K'_A|C||R|e^{-\mu\ell}\int_0^T \|\Delta H(s)\| ds.$$

Esquema. Aplicar la identidad de Duhamel, acotar el conmutador usando una cota de Lieb–Robinson para generadores dependientes del tiempo (ver referencias), y luego integrar. La dependencia en $(T - s)$ refleja que perturbaciones tardías tienen menos tiempo para propagarse. □

Proposición 2.8 (Constantes explícitas conservadoras)**.** *Para controles simples $H_c(t) = g(t)G$ con $\|G\| = 1$, $|g(t)| \le \kappa$, se tiene*

$$v'_{LR} \lesssim \frac{2}{\mu}\left(J_\mu + \kappa e^{\mu\,\mathrm{diam}(C)}\right).$$

Corolario 2.9 (Indistinción dinámica agente/ley)**.** *La propagación de la influencia depende exclusivamente del operador $\Delta H(t)$. El formalismo es ciego a si esta perturbación proviene de un "agente" (control deliberado) o de una variación en una "ley" física (cambio en H_0).*

Observación (Geometría limita agencia). El teorema establece que la capacidad de un subsistema C para afectar una región remota R decae exponencialmente con la distancia $d(C,R)$, con una velocidad máxima v'_{LR}. Esto formaliza la intuición: *la geometría del grafo subyacente impone límites duros a la agencia operacional.*

3. Aplicaciones Colaterales en Ingeniería Matemática

Independientemente de interpretaciones físicas, el núcleo formal provee herramientas técnicas directas.

3.1. Control Cuántico: Cotas de Error No-Perturbativas

La identidad de Duhamel exacta permite acotar errores en compuertas cuánticas sin recurrir a truncamientos de series de Dyson/Magnus. Dada una compuerta objetivo U_{target} y una implementación real $\tau_{T,0}^{(c)}$, se tiene

$$\|U_{\text{target}}^{\dagger} B U_{\text{target}} - \tau_{T,0}^{(c)}(B)\| \leq \int_0^T \|\Delta H(s)\| \cdot \|[\tilde{B}(s), \tau_{T,s}^{(c')}(B)]\| ds,$$

donde ΔH es la desviación del Hamiltoniano ideal y $\tilde{B}(s)$ evoluciona bajo el control ideal. Esto provee certificaciones de fidelidad rigurosas.

3.2. Compilación de Circuitos Cuánticos vía Procrustes

Dada una operación física M_{exp} (obtenida por tomografía o simulación ruidosa), la puerta unitaria más cercana es $U_{\text{opt}} = WV^{\dagger}$ (SVD). El error de compilación $\epsilon = \sqrt{\sum(\sigma_i - 1)^2}$ cuantifica la "infidelidad geométrica" irreducible del hardware. Protocolo:

1. Medir/estimar M_{exp}.
2. Calcular SVD: $M_{\text{exp}} = W \Sigma V^{\dagger}$.
3. Compilar $U_{\text{opt}} = WV^{\dagger}$.
4. Error estimado: ϵ; si $\epsilon >$ umbral, se requiere corrección de errores o reparametrización.

3.3. Análisis de Redes: Radio de Explosión Determinista

Para una red $G = (V, E)$ con dinámica local, el Teorema 2.6 permite calcular el "radio de explosión" R_{blast} de un fallo o ataque en una región C en tiempo T:

$$R_{\text{blast}} = v'_{LR} T + \frac{1}{\mu} \log \left(\frac{K'_A |C| \int_0^T \|\Delta H(s)\| ds}{\delta} \right),$$

donde δ es un umbral de detectabilidad. Se garantiza que nodos a distancia $> R_{\text{blast}}$ permanecen estadísticamente inalterados ($\mathsf{Ag} < \delta$). Aplicación: diseño de *sharding* seguro en blockchain, contención de fallos en redes distribuidas.

3.4. Diseño de Arquitecturas Cuánticas

El principio de co-localidad: módulos que deben interactuar con agencia $\geq \delta$ en tiempo T deben ubicarse con distancia máxima

$$d_{\text{máx}} \leq v'_{LR} T + \frac{1}{\mu} \log \left(\frac{K'_A |C| |R| \int \|\Delta H\|}{\delta} \right).$$

Esto guía el *placement* de qubits en procesadores cuánticos modulares y la interconexión de módulos.

Módulo	**Interfaz**	**Métrica**	**Propagación**
A: SAT aritmético	Sintaxis $\leftrightarrow$ aritmética	Distancia binaria	–
B: Curvatura epistémica	Sintaxis $\leftrightarrow$ semántica	$\delta(e(\sigma), j(\iota(\sigma)))$	DRP (refinamiento)
C: LMS	Capas $\leftrightarrow$ geometría	ℓ_k, strain, curvatura	Evolución variacional
D: Agencia	Control $\leftrightarrow$ observación	Traza, norma operador	Lieb–Robinson

Tabla 1: Estructura unificadora de los módulos.

4. Unificación: Puentes entre Módulos

Los cuatro módulos comparten una estructura común de **interfaz + métrica + propagación**:

Teorema 4.1 (Indistinción dinámica agente/ley (formal))**.** *En el formalismo del Módulo D, la propagación de diferencias entre evoluciones depende únicamente de $\Delta H(t)$. No existe operador matemático que distinga entre:*

- *Perturbación ΔH originada en un "agente consciente".*
- *Perturbación ΔH originada en una "ley física variable".*
- *Perturbación ΔH originada en "ruido ambiental".*

Corolario 4.2 (Limitación geométrica de la agencia)**.** *Para cualquier sistema físico local descrito por los Módulos C–D, existe una función $\Phi(d, T)$ con decaimiento exponencial en d tal que*

$$\mathsf{Ag}_R \leq \Phi(d(C, R), T) \cdot (\textit{presupuesto de control}).$$

La geometría del grafo subyacente impone límites duros a lo que cualquier subsistema puede "hacer" a distancia.

5. Extensiones Cosmológicas: Programa de Investigación

Las siguientes propuestas son **conjeturas** que requieren desarrollo teórico sustancial y validación observacional. Se presentan como rutas de investigación, no como resultados establecidos.

5.1. Estado Observacional de Referencia (2025)

Cualquier modelo cosmológico debe reproducir al menos:

- **CMB (Planck)**: $\Omega_m \approx 0{,}315$, $\Omega_\Lambda \approx 0{,}685$, $H_0 \approx 67{,}4$ km/s/Mpc, espectros de potencia C_ℓ consistentes.
- **Supernovas (Pantheon+)**: $w = -1{,}03 \pm 0{,}03$, compatible con constante cosmológica.
- **BAO (DESI, eBOSS)**: Distancias angulares $D_A(z)$ y tasas de expansión $H(z)$.
- **Crecimiento de estructura**: $f\sigma_8(z)$ compatible con ΛCDM.
- **Lente gravitacional**: Mapas de masa en galaxias y cúmulos.
- **Bullet Cluster (1E 0657-56)**: Separación ~ 720 kpc entre picos de gas (X-ray) y picos de masa (lente); masa total $\sim 5\times$ masa bariónica del gas; componente oscuro se comporta como fluido no colisional.
- **Relación de Aceleración Radial (RAR)**: Correlación universal $g_{\text{obs}} = \mathcal{F}(g_{\text{bar}})$.

5.2. Conjetura CE: Energía Oscura como Decaimiento de Influencia

Conjetura 5.1 (Energía oscura como pérdida de agencia cohesiva). A escalas cosmológicas, la distancia comóvil entre regiones crece con el factor de escala $a(t)$. Si la "agencia cohesiva" de la interacción gravitatoria decae como $\exp(-\mu d_{\text{com}})$ (análogo a Lieb–Robinson), entonces existe una escala crítica más allá de la cual la cohesión se vuelve ineficiente. En este régimen, el término cinemático de *strain* en la acción LMS domina, produciendo una aceleración efectiva de la expansión.

Observación (Requisitos de validación). Para que esta conjetura sea viable, debe:

1. Derivar un límite continuo del LMS que produzca una ecuación de Friedmann modificada.
2. Obtener un parámetro efectivo $w(z)$ compatible con observaciones (Planck, Pantheon+, DESI).
3. Respetar los tests de gravedad a escala solar y galáctica (la gravedad debe ser aproximadamente Newtoniana a escalas $\ll$ horizonte).
4. Reproducir el espectro de lente del CMB y el crecimiento de estructura $f\sigma_8(z)$.

Advertencia Estructural (Incompatibilidad con relatividad general estándar). En RG, las perturbaciones gravitatorias se propagan a velocidad c sin decaimiento exponencial con distancia. Cualquier modelo con decaimiento tipo Lieb–Robinson modificará sustancialmente la propagación de ondas gravitacionales y los potenciales estáticos, sometiéndose a tests de precisión severos.

5.3. Conjetura CM: Materia Oscura como Rigidez Geométrica

Conjetura 5.2 (Materia oscura como rigidez de backbone materializado). Las galaxias y cúmulos corresponden a regiones de materialización (backbone rígido). El término de curvatura cuadrática (αK^2) en la acción LMS induce, en el límite continuo, ecuaciones de campo de orden superior que generan un potencial gravitatorio efectivo adicional alrededor de estas estructuras, simulando halos de materia oscura.

Advertencia Estructural (Refutación parcial: Bullet Cluster). En su formulación más simple (rigidez ligada localmente a densidad bariónica), esta conjetura es **refutada por el Bullet Cluster**. Los mapas de masa por lente muestran que la mayor parte de la masa no sigue al gas bariónico, sino que se comporta como un componente collisionless. Cualquier modelo donde el potencial adicional dependa localmente de ρ_{bar} (o ρ_{bar}^2) falla en reproducir esta separación.

Conjetura 5.3 (Versión no local para salvar Bullet Cluster). Existe una extensión del LMS donde la rigidez geométrica se acopla a un campo no local $\phi(x)$ que satisface una ecuación de tipo Yukawa:

$$(\Box - m^2)\phi = \lambda \rho_{\text{bar}}^2,$$

produciendo un potencial efectivo

$$\Phi_{\text{eff}}(\vec{r}) \sim \int \frac{e^{-m|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \rho_{\text{bar}}(\vec{r}')^2 d^3r'.$$

Si $m^{-1} \gg$ escala del cúmulo, este campo podría desacoplarse del gas en colisiones, posiblemente reproduciendo observaciones.

Observación (Pruebas adicionales). Cualquier modelo de materia oscura geométrica debe también:

1. Reproducir la Relación de Aceleración Radial (RAR) en galaxias.

2. Producir perfiles de halo tipo NFW (Navarro–Frenk–White) o similares.
3. Permitir formación temprana de estructuras (consistente con CMB y lent cósmica).
4. Respetar límites de quinta fuerza en el Sistema Solar.

5.4. Programa de Validación

1. **Reducción cosmológica del LMS**: Derivar ecuaciones de Friedmann efectivas a partir de la acción LMS en un ansatz homogéneo/isótropo discreto, tomando límite continuo.
2. **Acoplamiento a materia**: Incluir términos de acoplamiento $\ell_k \leftrightarrow \rho_{\text{bar}}$ en la acción.
3. **Perturbaciones y crecimiento**: Estudiar perturbaciones lineales, obtener espectro de potencia $P(k)$ y función de crecimiento $f(z)$.
4. **Lente gravitacional**: Calcular funciones de correlación de lente débil $\xi_{\pm}(\theta)$ y mapas de convergencia para cúmulos.
5. **Simulaciones numéricas**: Implementar evolución discreta del LMS en condiciones cosmológicas iniciales, comparar con simulaciones de N-cuerpos de ΛCDM.

6. Conclusión y Perspectivas

Este trabajo ha consolidado un marco matemático unificado para la geometría relacional discreta y la teoría operacional de agencia. Los resultados principales son:

1. **Núcleo formal riguroso**:
   - Codificación aritmética exacta para CNF balanceadas (Teorema 2.1).
   - Curvatura epistémica como geometrización de incompletitud (Teorema 2.3).
   - LMS como cinemática variacional con materialización (Definiciones 2.5–2.7).
   - Cotas de Lieb–Robinson para agencia con constantes explícitas (Teorema 2.6, Proposición 2.7).
   - Indistinción dinámica entre agente y ley (Corolario 2.8).
2. **Aportes colaterales aplicables**:
   - Control cuántico no perturbativo (identidad de Duhamel).
   - Compilación óptima de circuitos (Procrustes).
   - Análisis de seguridad en redes (radio de explosión).
   - Diseño de arquitecturas cuánticas (principio de co-localidad).
3. **Extensiones cosmológicas (conjeturales)**:
   - Energía oscura como decaimiento de influencia: conceptualmente coherente, pero requiere derivación de ecuaciones cosmológicas efectivas y superar tests de gravedad.
   - Materia oscura como rigidez geométrica: enfrenta refutación parcial por Bullet Cluster; versiones no locales podrían ser exploradas.

Observación (Valor del programa). El valor principal no reside en proporcionar respuestas cosmológicas definitivas, sino en ofrecer un **lenguaje preciso** para formular preguntas fundamentales sobre geometría, información y causalidad en sistemas físicos discretos. El marco permite cuantificar límites de agencia, geometrizar incompletitud, y explorar transiciones de fase geométricas (materialización).

Advertencia Estructural (Llamado al rigor). Las extensiones cosmológicas, aunque sugerentes, permanecen en el ámbito de la especulación no confirmada. Su viabilidad depende de resolver problemas matemáticos abiertos (límite continuo del LMS, ecuaciones efectivas) y superar pruebas observacionales severas. El **Bullet Cluster** ejemplifica el tipo de test que cualquier alternativa a ΛCDM debe pasar.

Agradecimientos

Agradezco a los revisores anónimos por sus comentarios rigurosos, y a las herramientas de IA (Gemini, Claude, ChatGPT, Grok, DeepSeek) por su asistencia en la compilación y verificación de consistencia de este manuscrito.

Referencias

[1] Riveros, O. (2025). *The Layered Metric Space: Kinematical Foundations.* Manuscrito.

[2] Riveros, O. (2025). *Locality, Soft Causal Cones, and Informational Limits of Agency.* Manuscrito.

[3] Riveros, O. (2025). *Epistemic Curvature and the Structural Contingency of Undecidability.* Manuscrito.

[4] Riveros, O. (2025). *Balanced CNFs and the SAT Equation.* Manuscrito.

[5] Lieb, E. H., Robinson, D. W. (1972). The finite group velocity of quantum spin systems. *Comm. Math. Phys.* **28**, 251–257.

[6] Nachtergaele, B., Sims, R. (2006). Lieb–Robinson bounds and the exponential clustering theorem. *Comm. Math. Phys.* **265**, 119–130.

[7] Clowe, D., Bradač, M., Gonzalez, A. H., et al. (2006). A direct empirical proof of the existence of dark matter. *Astrophys. J. Lett.* **648**, L109–L113.

[8] Planck Collaboration (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.* **641**, A6.

[9] Schönemann, P. H. (1966). A generalized solution of the orthogonal Procrustes problem. *Psychometrika* **31**, 1–10.

[10] Barthel, T., Kliesch, M. (2012). Quasilocality and efficient simulation of Markovian quantum dynamics. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 230504.

[11] Audenaert, K. M. R. (2007). A sharp continuity estimate for the von Neumann entropy. *J. Phys. A: Math. Theor.* **40**, 8127–8136.