

Die Budgetgerade

Mathematische Grundlagen der Konsumententscheidung

Lernziele

Nach dieser Präsentation können Sie:

- Die Budgetgerade definieren und graphisch darstellen
- Die Budgetrestriktion mathematisch formulieren
- Auswirkungen von Einkommens- und Preisänderungen analysieren
- Praktische Anwendungen auf Konsumententscheidungen übertragen
- Die Bedeutung für die Haushaltstheorie erklären

Was ist eine Budgetgerade?

Definition

Die Budgetgerade ist die graphische Darstellung der Budgetrestriktion. Sie zeigt alle möglichen Güterkombinationen, die ein Haushalt bei gegebenen Preisen und Einkommen konsumieren kann.

Grundlagen:

- Zeigt mögliche Güterkombinationen
- Basiert auf gegebenen Preisen und Einkommen
- Grundlage der Haushaltstheorie
- Instrument zur Analyse von Konsumententscheidungen

Die Budgetrestriktion

Grundformel der Budgetrestriktion:

Budgetrestriktion

$$m = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$$

Variablen:

- m = verfügbares Einkommen (Budget)
- p_1, p_2 = Preise der Güter 1 und 2
- x_1, x_2 = Mengen der Güter 1 und 2

Bedeutung: Das gesamte Einkommen wird für die beiden Güter ausgegeben.

Die Gleichung der Budgetgerade

Umformung nach x_2 :

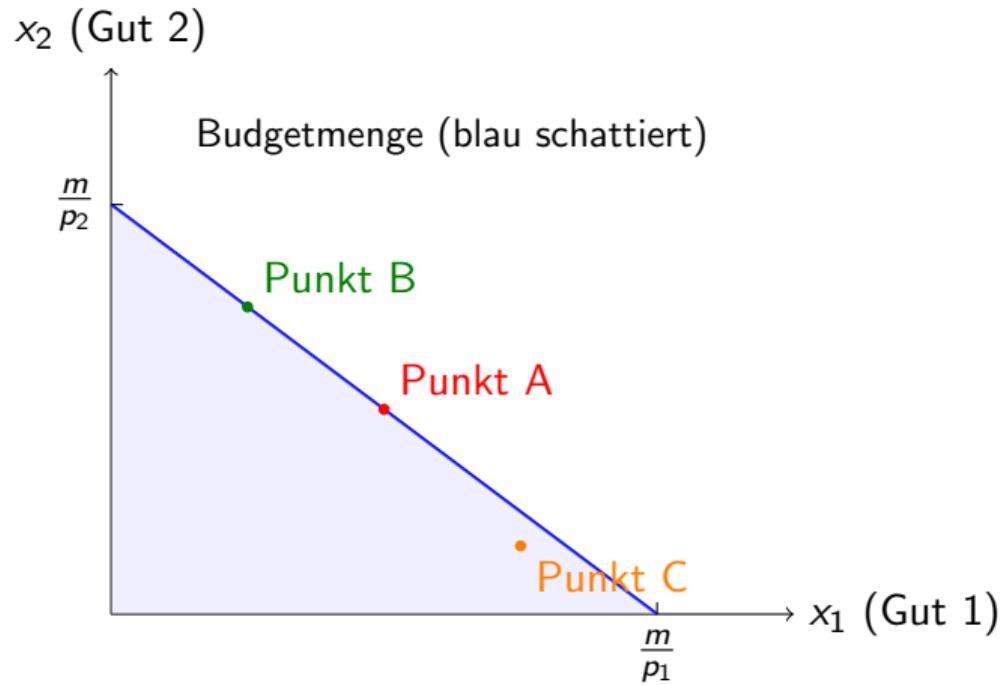
Budgetgerade

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$$

Interpretation der Parameter:

- **Achsenabschnitt:** $\frac{m}{p_2}$ – maximale Menge von Gut 2
- **Steigung:** $-\frac{p_1}{p_2}$ – Preisverhältnis der Güter
- Die Steigung zeigt die Opportunitätskosten
- Negative Steigung: Trade-off zwischen beiden Gütern

Graphische Darstellung



Interpretation der Budgetgerade

Drei Bereiche:

- **Auf der Budgetgerade:** Budget vollständig ausgeschöpft
- **Unterhalb der Budgetgerade:** Budget nicht vollständig genutzt
- **Oberhalb der Budgetgerade:** Nicht erschwinglich

Budgetmenge

Die Budgetmenge umfasst alle Punkte auf und unterhalb der Budgetgerade – alle für den Haushalt erreichbaren Güterkombinationen.

Übung: Budgetgerade berechnen

Aufgabe: Ein Haushalt hat ein monatliches Einkommen von 600€. Der Preis für Gut 1 beträgt 30€, der Preis für Gut 2 beträgt 20€.

- 1 Wie lautet die Budgetrestriktion?
- 2 Wie viele Einheiten von Gut 1 kann der Haushalt maximal kaufen?
- 3 Wie viele Einheiten von Gut 2 kann der Haushalt maximal kaufen?
- 4 Wie lautet die Gleichung der Budgetgerade?

Übung: Budgetgerade berechnen

Aufgabe: Ein Haushalt hat ein monatliches Einkommen von 600€. Der Preis für Gut 1 beträgt 30€, der Preis für Gut 2 beträgt 20€.

- 1 Wie lautet die Budgetrestriktion?
- 2 Wie viele Einheiten von Gut 1 kann der Haushalt maximal kaufen?
- 3 Wie viele Einheiten von Gut 2 kann der Haushalt maximal kaufen?
- 4 Wie lautet die Gleichung der Budgetgerade?

Lösung

$$1) \quad 600 = 30x_1 + 20x_2 \quad 2) \quad \frac{600}{30} = 20 \text{ Einheiten} \quad 3) \quad \frac{600}{20} = 30 \text{ Einheiten} \quad 4)$$
$$x_2 = 30 - 1,5x_1$$

Einkommensänderungen

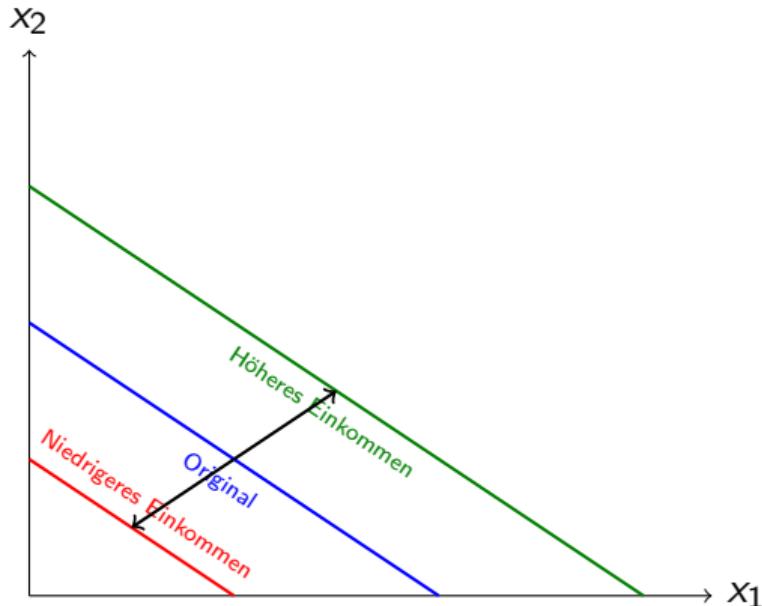
Auswirkungen einer Einkommensänderung:

- Parallel Verschiebung der Budgetgerade
- Steigung bleibt konstant (Preisverhältnis unverändert)
- Beide Achsenabschnitte ändern sich proportional
- **Einkommenserhöhung:** Verschiebung nach außen
- **Einkommenssenkung:** Verschiebung nach innen

Beispiel

BAföG-Erhöhung, Gehaltserhöhung, Steuersenkung

Graphische Darstellung: Einkommensänderung



Beobachtung: Alle drei Geraden sind parallel – gleiche Steigung

Preisänderungen

Auswirkungen einer Preisänderung:

- Änderung eines Achsenabschnitts
- Steigung der Budgetgerade ändert sich
- Nur das betroffene Gut wird beeinflusst
- Drehung der Budgetgerade um den anderen Achsenabschnitt

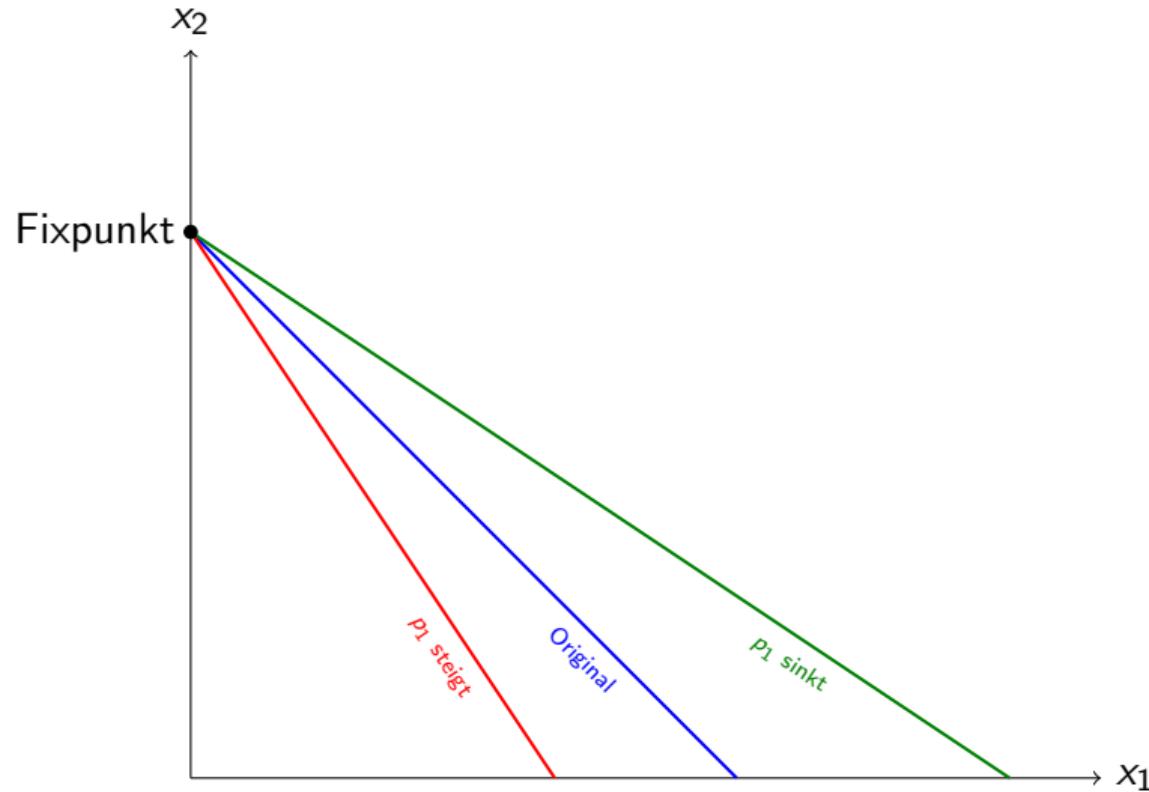
Preiserhöhung von Gut 1:

- Steigung wird steiler
- Drehung nach innen

Preissenkung von Gut 1:

- Steigung wird flacher
- Drehung nach außen

Graphische Darstellung: Preisänderung



Übung: Veränderungen erkennen

Aufgabe: Gegeben ist die Budgetgerade $x_2 = 20 - 2x_1$.

Welche Veränderung führt zu folgenden neuen Budgetgeraden?

- 1 $x_2 = 25 - 2x_1$
- 2 $x_2 = 20 - 4x_1$
- 3 $x_2 = 15 - 2x_1$

Übung: Veränderungen erkennen

Aufgabe: Gegeben ist die Budgetgerade $x_2 = 20 - 2x_1$.

Welche Veränderung führt zu folgenden neuen Budgetgeraden?

- 1 $x_2 = 25 - 2x_1$
- 2 $x_2 = 20 - 4x_1$
- 3 $x_2 = 15 - 2x_1$

Lösung

1) Einkommenserhöhung (parallele Verschiebung nach außen), 2) Preiserhöhung von Gut 1 (steilere Steigung), 3) Einkommenssenkung (parallele Verschiebung nach innen)

Studentisches Budget – Ausgangssituation

Szenario:

- Student hat monatliches Budget von 800€
- Entscheidung zwischen zwei Gütern:
 - Lebensmittel (x_1): 200€ pro Warenkorb
 - Freizeitaktivitäten (x_2): 100€ pro Aktivität

Budgetrestriktion

$$800 = 200x_1 + 100x_2$$

Studentisches Budget – Berechnung

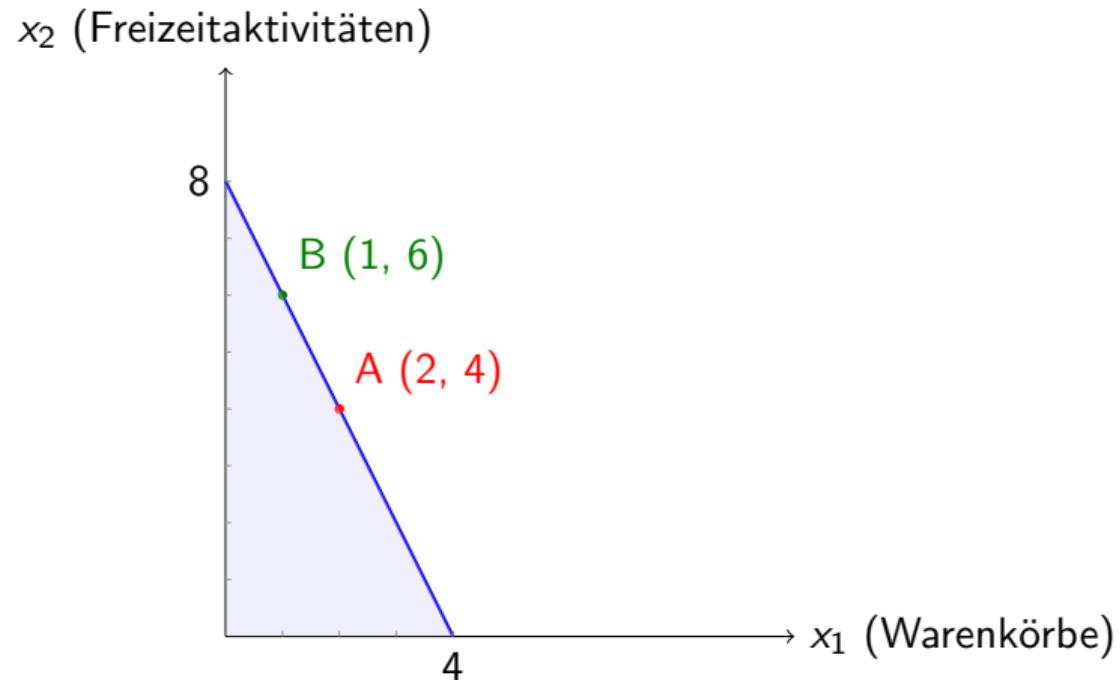
Umformung zur Budgetgerade:

$$x_2 = \frac{800}{100} - \frac{200}{100}x_1 = 8 - 2x_1$$

Interpretation:

- **Maximale Warenkörbe:** $\frac{800}{200} = 4$ Stück
- **Maximale Freizeitaktivitäten:** $\frac{800}{100} = 8$ Stück
- **Steigung:** -2 bedeutet: 1 Warenkorb kostet 2 Freizeitaktivitäten
- **Opportunitätskosten:** Für jeden zusätzlichen Warenkorb verzichtet der Student auf 2 Freizeitaktivitäten

Studentisches Budget – Graphische Darstellung



Studentisches Budget – BAföG-Erhöhung

Szenario: Neues Budget durch BAföG-Erhöhung: 1000€

Neue Budgetrestriktion

$$1000 = 200x_1 + 100x_2$$

Neue Budgetgerade:

$$x_2 = 10 - 2x_1$$

Auswirkungen:

- Maximale Warenkörbe: 5 statt 4
- Maximale Freizeitaktivitäten: 10 statt 8
- Steigung bleibt gleich: -2
- Parallel Verschiebung nach außen

Studentisches Budget – Preisänderung

Szenario: Preiserhöhung Lebensmittel auf 250€ (bei Budget 1000€)

Neue Budgetrestriktion

$$1000 = 250x_1 + 100x_2$$

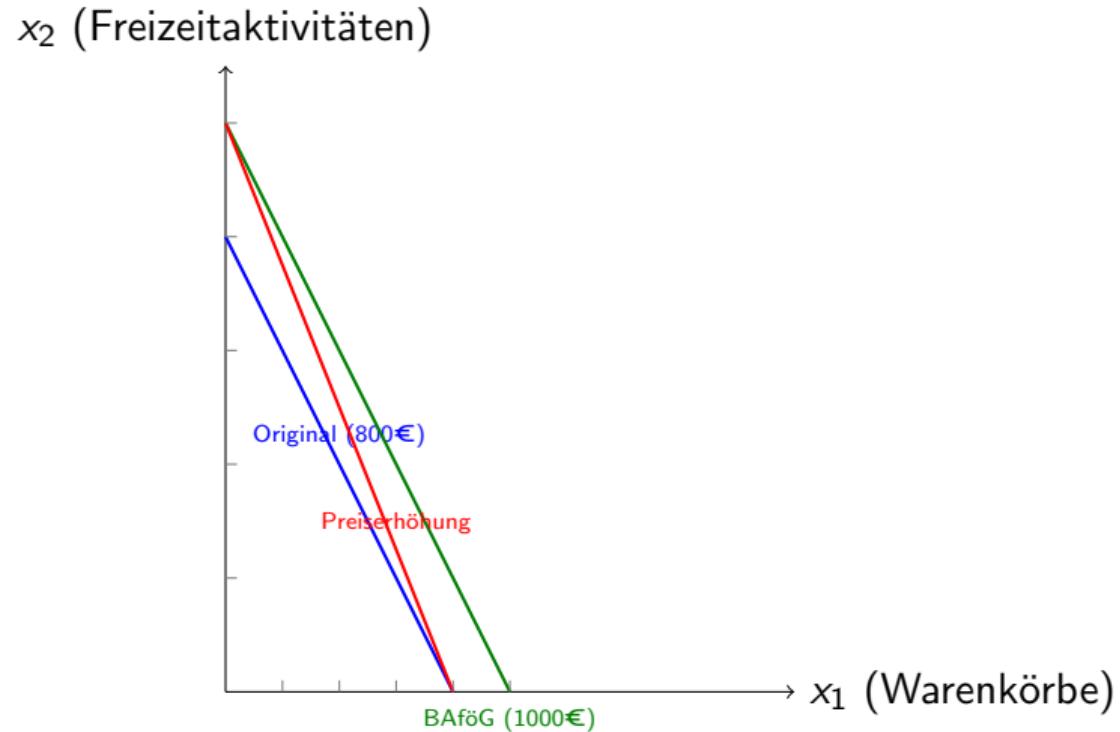
Neue Budgetgerade:

$$x_2 = 10 - 2,5x_1$$

Auswirkungen:

- Maximale Warenkörbe: 4 statt 5
- Maximale Freizeitaktivitäten: unverändert 10
- Steigung wird steiler: $-2,5$ statt -2
- Drehung nach innen um den Achsenabschnitt von x_2

Studentisches Budget – Vergleich



Studentisches Budget – Analyse

BAföG-Erhöhung:

- Parallel Verschiebung nach außen
- Mehr Konsummöglichkeiten
- Beide Güter werden erschwinglicher
- Steigung unverändert

Preiserhöhung Lebensmittel:

- Drehung der Geraden
- Weniger Lebensmittel möglich
- Freizeitaktivitäten unverändert
- Steilere Steigung

Übung: Studentisches Budget erweitern

Aufgabe: Der Student aus unserem Beispiel bekommt zusätzlich zu seinem BAföG (1000€) einen Nebenjob mit 400€ monatlich. Gleichzeitig sinken die Preise für Freizeitaktivitäten auf 80€.

- 1 Wie lautet die neue Budgetrestriktion?
- 2 Wie lautet die neue Budgetgerade?
- 3 Welche beiden Veränderungen wirken hier zusammen?

Übung: Studentisches Budget erweitern

Aufgabe: Der Student aus unserem Beispiel bekommt zusätzlich zu seinem BAföG (1000€) einen Nebenjob mit 400€ monatlich. Gleichzeitig sinken die Preise für Freizeitaktivitäten auf 80€.

- 1 Wie lautet die neue Budgetrestriktion?
- 2 Wie lautet die neue Budgetgerade?
- 3 Welche beiden Veränderungen wirken hier zusammen?

Lösung

- 1) $1400 = 250x_1 + 80x_2$
- 2) $x_2 = 17,5 - 3,125x_1$
- 3) Einkommenserhöhung (nach außen) und Preissenkung von Gut 2 (Drehung nach außen)

Anwendung in der Praxis

Einsatzbereiche der Budgetgerade:

- **Konsumententscheidungen:** Planung des Haushaltsbudgets
- **Preispolitik:** Bewertung von Preisänderungen
- **Sozialpolitik:** Analyse von Transferleistungen
- **Unternehmensplanung:** Ressourcenallokation
- **Grundlage für weitere Modelle:** Indifferenzkurven, optimaler Konsumpunkt

Wichtig

Die Budgetgerade zeigt nur die *möglichen* Konsumententscheidungen, nicht die *optimale* Wahl. Diese wird durch Kombination mit Präferenzen (Indifferenzkurven) ermittelt.

Erweiterungen und Grenzen

Vereinfachende Annahmen:

- Nur zwei Güter betrachtet
- Vollständige Teilbarkeit der Güter
- Konstante Preise
- Kein Sparen oder Verschuldung

Erweiterungsmöglichkeiten:

- Mehr als zwei Güter (höherdimensionale Darstellung)
- Intertemporale Budgetrestriktionen (Sparen und Kredite)
- Nichtlineare Budgetbeschränkungen (Rabatte, Steuern)
- Unsichere Einkommen und Preise

Zusammenfassung

Konzept	Bedeutung
Budgetrestriktion	$m = p_1x_1 + p_2x_2$
Budgetgerade	$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
Achsenabschnitt	Maximale Menge bei vollständiger Spezialisierung
Steigung	Preisverhältnis und Opportunitätskosten
Einkommensänderung	Parallele Verschiebung
Preisänderung	Drehung um einen Achsenabschnitt

Kernbotschaft

Die Budgetgerade zeigt alle für einen Haushalt bei gegebenen Preisen und Einkommen erreichbaren Güterkombinationen.

Übungsaufgabe 1: Berechnung

Aufgabe: Ein Haushalt hat ein monatliches Einkommen von 1200€. Gut 1 kostet 40€, Gut 2 kostet 60€.

- 1 Wie lautet die Budgetrestriktion?
- 2 Stellen Sie die Budgetgerade auf.
- 3 Berechnen Sie die beiden Achsenabschnitte.
- 4 Was ist die Steigung und was bedeutet sie ökonomisch?

Übungsaufgabe 2: Veränderungsanalyse

Aufgabe: Gegeben ist die ursprüngliche Budgetgerade aus Aufgabe 1. Analysieren Sie folgende Szenarien:

- 1 Das Einkommen steigt auf 1500€. Wie verändert sich die Budgetgerade?
- 2 Der Preis von Gut 1 sinkt auf 30€ (bei Einkommen 1200€). Wie verändert sich die Budgetgerade?
- 3 Beide Preise steigen um 50% (bei Einkommen 1200€). Was passiert?

Übungsaufgabe 3: Interpretation

Aufgabe: Betrachten Sie die Budgetgerade $x_2 = 50 - 0,8x_1$.

- 1 Wie hoch ist das maximale x_1 , wenn $x_2 = 0$?
- 2 Was sagt die Steigung von $-0,8$ aus?
- 3 Der Haushalt konsumiert 20 Einheiten von Gut 1. Wie viele Einheiten von Gut 2 kann er dann noch konsumieren?
- 4 Ist die Kombination $(30, 30)$ für diesen Haushalt erschwinglich?