

TEMA 1

Distribución de Frecuencias: Variables discretas

| Mod. | F. Abs. | F. Rel. | F. Abs. Acum. | F. Rel. Acum |
|---------|---------|---------------|---------------------------|-----------------------------------|
| C | n_i | f_i | N_i | F_i |
| c_1 | n_1 | $f_1 = n_1/n$ | $N_1 = n_1$ | $F_1 = N_1/n = f_1$ |
| \dots | \dots | \dots | \dots | \dots |
| c_j | n_j | $f_j = n_j/n$ | $N_j = n_1 + \dots + n_j$ | $F_j = N_j/n = f_1 + \dots + f_j$ |
| \dots | \dots | \dots | \dots | \dots |
| c_k | n_k | $f_k = n_k/n$ | $N_k = n$ | $F_k = 1$ |
| | n | 1 | | |

Distribución de Frecuencias: Variables continuas

| | M. clase | F. Abs. | F. Rel. | F. Abs. Ac. | F. Rel. Ac. |
|-----------------|----------|---------|---------------|-----------------------|-----------------------|
| | C | n_i | f_i | N_i | F_i |
| $l_0 - l_1$ | c_1 | n_1 | $f_1 = n_1/n$ | $N_1 = n_1$ | $F_1 = f_1$ |
| \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots |
| $l_{j-1} - l_j$ | c_j | n_j | $f_j = n_j/n$ | $N_j = N_{j-1} + n_j$ | $F_j = F_{j-1} + f_j$ |
| \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots |
| $l_{k-1} - l_k$ | c_k | n_k | $f_k = n_k/n$ | $N_k = n$ | $F_k = 1$ |
| | | n | 1 | | |

Notación: $l_{j-1} - l_j \stackrel{def}{=} (l_{j-1}, l_j]$

- Número de intervalos $k \approx \begin{cases} \sqrt{n} & \text{si } n \text{ no es muy grande} \\ 1 + 3,22 \log(n) & \text{en otro caso} \end{cases}$
- Amplitud total $A = l_k - l_0$ donde $l_0 = x_{min}$, $l_1 = l_0 + a, \dots, l_k = x_{max} = l_0 + ka$, y
- **Amplitud de cada intervalo:** $a_i = a = A/k$
- **Marca de clase:** $c_i = \frac{l_i + l_{i-1}}{2}$.
- **Media**

- Si los datos no están ordenados en una tabla,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Si los datos son discretos y están ordenados en una tabla,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 n_1 + \dots + x_k n_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i = \sum_{i=1}^k x_i f_i$$

- Si los datos son continuos y están ordenados en una tabla,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (c_1 n_1 + \dots + c_k n_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k c_i n_i = \sum_{i=1}^k c_i f_i$$

- **Linealidad de la media** Si $Y = a + bX$ entonces la media de Y es $\bar{y} = a + b\bar{x}$,
- **Mediana** Med , es la observación que queda en el centro de todas las observaciones (cuando éstas han sido ordenadas de menor a mayor), si n es el número de observaciones, la mediana corresponderá
 - a la observación que ocupa la posición $[n/2] + 1$ (donde $[\cdot]$ es la *parte entera* de un número), si el número de datos es impar, y
 - a la semisuma de los valores que ocupan las posiciones $n/2$ y $n/2 + 1$, si el número de datos es par.
 - si los datos se presentan agrupados en una tabla, será el valor cuya frecuencia acumulada sea igual a $n/2$ si existe, o el primer x_i cuya frecuencia acumulada supere el valor $n/2$.
- **Moda** Es el valor de la variable que se repite con mayor frecuencia.
- **Percentil de orden** p es el valor de los datos que deja a su izquierda el $100 \cdot p\%$ de los datos y a su derecha el $100 \cdot (1 - p)\%$.
- **Cuartiles: Primer Cuartil:** $Q_1 = P_{25}$. **Tercer Cuartil:** $Q_3 = P_{75}$.
- **Rango** $R = \max\{x_1, \dots, x_n\} - \min\{x_1, \dots, x_n\}$
- **Desviación media** $D_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$.
- **Recorrido Intercuartílico** $IQR = Q_3 - Q_1$
- **Varianza** $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$.
 Notación $E(X^2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$.
 Observación $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 = E(X^2) - \bar{x}^2$.
- **Desviación Típica** $s = +\sqrt{s^2}$
- **Cuasi-varianza** $s_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{n s^2}{n-1}$.
- **Tipificación** Es el proceso de restar la media y dividir entre su desviación típica a una variable X , $z = \frac{X - \bar{x}}{s}$.
- **Coeficiente de Variación** $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$.
- **Coeficiente de asimetría** $\gamma_1 = \frac{m_3}{m_2 \sqrt{m_2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\sigma^3}$ donde $\mu_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^p$, es el momento de orden p y $m_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^p$, es el momento *central* de orden p .
- **Coeficiente de curtosis o apuntamiento** $\gamma_2 = \frac{m_4}{\sigma^4} - 3$, donde m_4 es el momento central de cuarto orden.

TEMA 2

- **Frecuencia Total** n , es el número total de individuos observados.
- **Frecuencia absoluta del par** (x_i, y_j) , n_{ij} , número de observaciones que poseen la modalidad x_i de X e y_j de Y al mismo tiempo.
- **Frecuencia relativa del par** (x_i, y_j) , $f_{ij} = \frac{n_{ij}}{n}$

Distribución Conjunta de Frecuencias de dos variables X e Y

| $X \setminus Y$ | y_1 | y_2 | \cdots | y_l | |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| x_1 | n_{11} | n_{12} | \cdots | n_{1l} | $n_{1.}$ |
| x_2 | n_{21} | n_{22} | \cdots | n_{2l} | $n_{2.}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots | \ddots | \vdots | \vdots |
| x_k | n_{k1} | n_{k2} | \cdots | n_{kl} | $n_{k.}$ |
| | $n_{.1}$ | $n_{.2}$ | \cdots | $n_{.l}$ | n |

- **Frecuencias Absolutas Marginales de $X = x_i$ y de $Y = y_j$** $n_{i.} = n_{i1} + n_{i2} + \cdots + n_{il} = \sum_{j=1}^l n_{ij}$ y $n_{.j} = n_{1j} + n_{2j} + \cdots + n_{kj} = \sum_{i=1}^k n_{ij}$ respectivamente.
- **Observación** Las frecuencias absolutas marginales corresponden a los valores suma de las distintas filas ($n_{i.}$) y columnas ($n_{.j}$) en la tabla de doble entrada.
- **Frecuencias Relativas Marginales de $X = x_i$ e $Y = y_j$** $f_{i.} = \frac{n_{i.}}{n}$ y $f_{.j} = \frac{n_{.j}}{n}$ respectivamente.
- **Observación**

$$\sum_{i=1}^k n_{i.} = \sum_{j=1}^l n_{.j} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l n_{ij} = n$$

$$\sum_{i=1}^k f_{i.} = \sum_{j=1}^l f_{.j} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l f_{ij} = 1$$

- **Distribuciones Marginales de X y de Y**

| X | $n_{i.}$ | $f_{i.}$ |
|----------|----------|----------|
| x_1 | $n_{1.}$ | $f_{1.}$ |
| x_2 | $n_{2.}$ | $f_{2.}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots |
| x_k | $n_{k.}$ | $f_{k.}$ |
| | n | 1 |

| Y | y_1 | y_2 | \cdots | y_l | |
|----------|----------|----------|----------|----------|-----|
| $n_{.i}$ | $n_{.1}$ | $n_{.2}$ | \cdots | $n_{.l}$ | n |
| $f_{.i}$ | $f_{.1}$ | $f_{.2}$ | \cdots | $f_{.l}$ | 1 |

- **Distribuciones Condicionadas**

| $Y X = x_i$ | y_1 | y_2 | \cdots | y_l | |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| n_{ij} | n_{i1} | n_{i2} | \cdots | n_{il} | $n_{i.}$ |

| $X Y = y_j$ | n_{ij} |
|-------------|----------|
| x_1 | n_{1j} |
| x_2 | n_{2j} |
| \vdots | \vdots |
| x_k | n_{kj} |
| | $n_{.j}$ |

- **Observación** Dos variables X e Y son estadísticamente independientes si y solo si $f_{ij} = f_{i.}f_{.j}$
- **Covarianza** $s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
- **Observación** $s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y}\bar{x}$
- **Vector de Medias** (\bar{x}, \bar{y})
- **Matriz de Covarianzas** $S = \begin{pmatrix} s_x^2 & s_{xy} \\ s_{xy} & s_y^2 \end{pmatrix}$
- **Coefficiente de Correlación Lineal** $r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$
- **Residuos o Errores** $\epsilon_i = y_i - (a + bx_i)$
- **Ajuste de la recta** $Y = a + bX$ **por Mínimos Cuadrados**

$$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

- **Observación** $\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i = 0$
- **Varianza Residual** $s_{\epsilon}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2$
- **Observación** $s_{\epsilon}^2 = s_y^2(1 - r_{xy}^2)$
- **Coefficiente de Determinación** $R^2 = r_{xy}^2$
- **Observación** $b = \frac{s_y}{s_x} r_{xy}$

Dos rectas de regresión

- $Y = a + bX$ con $b = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$ y $a = \bar{y} - b\bar{x}$.
- $X = c + dY$ con $d = \frac{s_{xy}}{s_y^2}$, $c = \bar{x} - d\bar{y}$.
- **Observación** $b \cdot d = r_{xy}^2$ y $\frac{b}{d} = \frac{s_x^2}{s_y^2}$

TEMA 3

Leyes de DeMorgan $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ y $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Definición de Probabilidad

- **Axioma 1** Dado $A \subset E$, se cumple que $0 \leq P(A) \leq 1$
- **Axioma 2** $P(E) = 1$
- **Axioma 3**

$$\left. \begin{array}{l} A_1, \dots, A_n, \dots \in \mathcal{A} \\ A_i \cap A_j = \emptyset \end{array} \right\} \Rightarrow P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

- **Interpretación clásica de la probabilidad** *Regla de Laplace*:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}}.$$

- **Interpretación frecuentista de la probabilidad** Supongamos que un suceso A ocurre A_n veces en n repeticiones del experimento:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{n}.$$

- **Probabilidades como grado de confianza** Medida del grado de creencia que tiene una persona dada en un momento dado sobre la ocurrencia del suceso.
- **Probabilidad condicionada** $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- **Sucesos Independientes:** A es independiente de B si y solo si $P(A) = P(A|B)$.
- **Observación:** A es independiente de $B \iff P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- **Proposición**
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
 - $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$.
 - $P(A^c) = 1 - P(A)$.
 - $P(A^c|B) = 1 - P(A|B)$.

- **Teorema de la Probabilidad Compuesta**

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2) \dots P(A_n|A_1 A_2 \dots A_{n-1}).$$

- **Teorema de la Probabilidad total** $P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)$.
- **Teorema de Bayes** $P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) \cdot P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) \cdot P(A_i)}$.

TEMA 4

- **F. de masa de Probabilidad** de una v.a. discreta.

$$f : \quad \mathbb{N} \longrightarrow [0, 1]$$

$$x_i \longrightarrow f(x_i) = P(X = x_i) = P(\{e, \text{ tal que } X(e) = x_i\})$$

Propiedades:

1. $f(x_i) \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, k$
- 2.

$$\sum_{i=1}^k f(x_i) = \sum_{i=1}^k P(X = x_i) = 1$$

- **F. de Distribución** de una v.a. discreta.

$$F : \quad \mathbb{N} \longrightarrow [0, 1]$$

$$x_i \longrightarrow F(x_i) = P(X \leq x_i) = P(\{e, \text{ tal que } X(e) \leq x_i\})$$

- **F. de densidad** de una v.a. continua. Es una función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ que verifica

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
- Dados $a < b$, $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$.
- **F. de distribución** de una v.a. continua,

$$F(\mathbf{x}) = P(X \leq \mathbf{x}) = \int_{-\infty}^x f(t)dt.$$

Mismas propiedades que en el caso discreto, además de que $f(x) = F'(x)$

- **Momentos:**

$$E(X) = \mu = \begin{cases} \sum_x x f(x) & \text{si } X \text{ es discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx & \text{si } X \text{ es continua} \end{cases}$$

$$Var(X) = \sigma^2 = \begin{cases} \sum_x (x - \mu)^2 f(x) & \text{si } X \text{ es discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx & \text{si } X \text{ es continua} \end{cases}$$

Observación: $Var(X) = \sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$

Desviación Típica = $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

- **Desigualdad de Chebychev** X v.a. con media μ y desviación típica σ entonces:

$$P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}.$$

o equivalentemente

$$P(|X - \mu| < k\sigma) > 1 - \frac{1}{k^2}.$$

- **Transformación de una variable aleatoria** Dada una v.a. X se puede definir la transformación $g(X)$ y calcular su esperanza definida mediante

$$E[g(X)] = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx & \text{en el caso continuo} \\ \sum_i g(x_i) f(x_i) & \text{en el caso discreto} \end{cases}$$

Análogamente, se define

$$Var[g(X)] = E[\{g(X) - E[g(X)]\}^2]$$

- **Transformación de varias variables:** Las definiciones anteriores se extienden al caso bivalente. Así para $Y = g(X_1, X_2)$ se tiene que

$$E[Y] = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_1, x_2) f(x_1, x_2) dx_2 dx_1, & \text{en el caso continuo} \\ \sum_{x_1} \sum_{x_2} g(x_1, x_2) f(x_1, x_2), & \text{en el caso discreto} \end{cases}$$

- **Covarianza** Es una medida de la relación de crecimiento conjunto de dos variables y se define como la esperanza de la transformación

$$g(x_1, x_2) = (x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)$$

es decir,

$$Cov(X_1, X_2) = E[(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2)]$$

- **Observación:** En el caso de independencia se tiene

$$Cov(X_1, X_2) = 0.$$

- **Observación:**

$$\begin{aligned} E(a_1 X_1 + a_2 X_2) &= a_1 E(X_1) + a_2 E(X_2) \\ Var(a_1 X_1 + a_2 X_2) &= a_1^2 Var(X_1) + a_2^2 Var(X_2) + 2a_1 a_2 Cov(X_1, X_2). \end{aligned}$$

- **Observación:** Cuando X_1, X_2 son independientes resulta

$$Var(a_1 X_1 + a_2 X_2) = a_1^2 Var(X_1) + a_2^2 Var(X_2),$$

resultado que se extienden facilmente al caso de n variables aleatorias.

- **Observación:** Sean X_1, \dots, X_n v.a. independientes con media μ y varianza σ^2 . Si definimos

$$\bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + \dots + X_n)$$

entonces

$$\begin{aligned} E(\bar{X}) &= E\left(\frac{1}{n} \sum_i X_i\right) = \frac{1}{n} \sum_i E(X_i) = \frac{1}{n} \sum_i \mu = \mu \\ Var(\bar{X}) &= Var\left(\frac{1}{n} \sum_i X_i\right) = \frac{1}{n^2} \sum_i Var(X_i) = \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned}$$

■ **Cálculo Probabilidades Normales a partir de la Tabla de la $N(0, 1)$:**

Para valores negativos:

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

Para v.a. normales no estándar, usamos que si $X \sim N(\mu, \sigma)$, entonces $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$

■ **Suma de Variables Normales**

Sean X_1, X_2, \dots, X_n , v.a. normales e independientes, t.q. $E(X_i) = \mu_i$ y $Var(X_i) = \sigma_i^2$, $i = 1, \dots, n$, Definimos

$$Y = a_1 X_1 + \dots + a_n X_n$$

donde a_1, \dots, a_n son constantes. Entonces Y es una variable aleatoria normal con

$$E(Y) = a_1 \mu_1 + \dots + a_n \mu_n$$

y

$$Var(Y) = a_1^2 \sigma_1^2 + \dots + a_n^2 \sigma_n^2$$

■ **Teorema Central del Límite**

Sean X_1, X_2, \dots, X_n , variables independientes, con medias y varianzas $E(X_i) = \mu_i$ y $Var(X_i) = \sigma_i^2$, $i = 1, \dots, n$, respectivamente. Entonces cuando n crece, la distribución de la variable

$$Y = X_1 + \dots + X_n$$

es aproximadamente normal $N(\sum \mu_i, \sum \sigma_i^2)$. O equivalentemente, la distribución de

$$\frac{Y - \sum \mu_i}{\sqrt{\sum \sigma_i^2}}$$

es aproximadamente $N(0, 1)$.

Ver tablas adjuntas

| Dist. | $f(x)$ | $F(x)$ | $E(X)$ | $Var(X)$ |
|------------------------------|--|---|-------------------------------|--|
| Bernoulli $Ber(p)$ | $\begin{aligned} P(X=1) &= p \\ P(X=0) &= 1-p \end{aligned}$ | $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1-p & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ | p | $p(1-p)$ |
| Binomial $Bin(n, p)$ | $P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, x = 1, 2, \dots, n$ | - | np | $np(1-p)$ |
| Geométrica $Ge(p)$ | $P(X=x) = p(1-p)^{x-1}, x = 1, 2, \dots, \infty$ | - | $\frac{1}{p}$ | $\frac{1}{p^2}$ |
| Poisson $Poiss(\lambda)$ | $P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, \infty$ | - | λ | λ |
| Uniforme $U(a, b)$ | $f(x) = \frac{1}{b-a}, a < x < b$ | $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$ | $\frac{a+b}{2}$ | $\frac{(b-a)^2}{12}$ |
| Beta $Be(\alpha, \beta)$ | $f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, 0 < x < 1$ donde $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ | - | $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ | $\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$ |
| Exponencial $Exp(\alpha)$ | $f(x) = \alpha e^{-\alpha x}, x > 0$ | $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\alpha x} & \text{para } x > 0 \end{cases}$ | $\frac{1}{\alpha}$ | $\frac{1}{\alpha^2}$ |
| Normal $N(\mu, \sigma)$ | $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty$ | - | μ | σ^2 |

| | Caso | Intervalo de Confianza | Contraste de Hipótesis | Estadístico del Contraste | Región de rechazo |
|---|--|---|---|---|--|
| 1 | Para μ de $N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 conocida | $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ | $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ $H_0: \mu \leq \mu_0; H_1: \mu > \mu_0$ $H_0: \mu \geq \mu_0; H_1: \mu < \mu_0$ | $z_c = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ | $\left\{ z_c > z_{\alpha/2} \right\}$ $\left\{ z_c > z_\alpha \right\}$ $\left\{ z_c < -z_\alpha \right\}$ |
| 2 | Para μ de $N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 desconocida | $\bar{x} \pm t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$ | $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ $H_0: \mu \leq \mu_0; H_1: \mu > \mu_0$ $H_0: \mu \geq \mu_0; H_1: \mu < \mu_0$ | $t_c = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ | $\left\{ t_c > t_{n-1, \alpha/2} \right\}$ $\left\{ t_c > t_{n-1, \alpha} \right\}$ $\left\{ t_c < -t_{n-1, \alpha} \right\}$ |
| 3 | Para μ caso general, n grande | $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$ | $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ $H_0: \mu \leq \mu_0; H_1: \mu > \mu_0$ $H_0: \mu \geq \mu_0; H_1: \mu < \mu_0$ | $z_c = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ | $\left\{ z_c > z_{\alpha/2} \right\}$ $\left\{ z_c > z_\alpha \right\}$ $\left\{ z_c < -z_\alpha \right\}$ |
| 4 | Para una proporción, p , caso general (n grande) | $\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ | $H_0: p = p_0; H_1: p \neq p_0$ $H_0: p \leq p_0; H_1: p > p_0$ $H_0: p \geq p_0; H_1: p < p_0$ | $z_c = \frac{(\hat{p} - p_0)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}/n}} \sim N(0,1)$ | $\left\{ z_c > z_{\alpha/2} \right\}$ $\left\{ z_c > z_\alpha \right\}$ $\left\{ z_c < -z_\alpha \right\}$ |
| 5 | Para σ^2 de $N(\mu, \sigma^2)$ | $\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, \alpha/2}^2}, \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2} \right)$ | $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2; H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2; H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ $H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2; H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$ | $\chi_c^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_{n-1}^2$ | $\left\{ \chi_c^2 \notin \left[\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2, \chi_{n-1, \alpha/2}^2 \right] \right\}$ $\left\{ \chi_c^2 > \chi_{n-1, \alpha}^2 \right\}$ $\left\{ \chi_c^2 < \chi_{n-1, 1-\alpha}^2 \right\}$ |

Nota: $s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ Se elige el entero más próximo a esta cantidad.

$f = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + s_2^2 / n_2 \right)^2}{\left(s_1^2 / n_1 \right)^2 / (n_1 - 1) + \left(s_2^2 / n_2 \right)^2 / (n_2 - 1)}$

| Caso | Intervalo de Confianza | Contraste de Hipótesis | Estadístico del Contraste | Región de rechazo |
|------|---|---|--|---|
| 6 | Para $\mu_1 - \mu_2$ de $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ σ_1^2, σ_2^2 conocidas | $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ | $z_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$ | $\left\{ z_c > z_{\alpha/2} \right\}$ $\left\{ z_c > z_\alpha \right\}$ $\left\{ z_c < -z_\alpha \right\}$ |
| 7 | Para $\mu_1 - \mu_2$ de $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, σ_1^2, σ_2^2 desconocidas, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ | $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ | $t_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p \cdot \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim t_{n_1+n_2-2}$ | $\left\{ t_c > t_{n_1+n_2-2, \alpha/2} \right\}$ $\left\{ t_c > t_{n_1+n_2-2, \alpha} \right\}$ $\left\{ t_c < -t_{n_1+n_2-2, \alpha} \right\}$ |
| 8 | Para $\mu_1 - \mu_2$ de $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, σ_1^2, σ_2^2 desconocidas, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ | $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ | $t_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} \sim t_f$ | $\left\{ t_c > t_{f, \alpha/2} \right\}$ $\left\{ t_c > t_{f, \alpha} \right\}$ $\left\{ t_c < -t_{f, \alpha} \right\}$ |
| 9 | Para $\mu_1 - \mu_2$ caso general (n_1 y n_2 grandes) | $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ | $z_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$ | $\left\{ z_c > z_{\alpha/2} \right\}$ $\left\{ z_c > z_\alpha \right\}$ $\left\{ z_c < -z_\alpha \right\}$ |
| 10 | Para $p_1 - p_2$ caso general (n_1 y n_2 grandes) | $H_0 : p_1 - p_2 = p_0; H_1 : p_1 - p_2 \neq p_0$ $H_0 : p_1 - p_2 \leq p_0; H_1 : p_1 - p_2 > p_0$ $H_0 : p_1 - p_2 \geq p_0; H_1 : p_1 - p_2 < p_0$ | $z_c = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\hat{p}_1 \hat{q}_1/n_1 + \hat{p}_2 \hat{q}_2/n_2}} \sim N(0,1)$ | $\left\{ z_c > z_{\alpha/2} \right\}$ $\left\{ z_c > z_\alpha \right\}$ $\left\{ z_c < -z_\alpha \right\}$ |
| 11 | Para σ_1^2/σ_2^2 de $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ | $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2; H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2; H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2; H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ | $F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$ | $\left\{ F_c \notin \left[F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha/2}, F_{n_1-1, n_2-1, \alpha/2} \right] \right\}$ $\left\{ F_c > F_{n_1-1, n_2-1, \alpha} \right\}$ $\left\{ F_c < F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha} \right\}$ |