GRADO EN INTELIGENCIA ARTIFICIAL (MOSTOLES)

2361 - PROBABILIDAD Y ESTADISTICA - MAÑANA A - 20

> Exámenes > EXAMEN PARCIAL 2 - MAYO 2024

Comenzado el	martes, 14 de mayo de 2024, 12:05
Estado	Finalizado
Finalizado en	martes, 14 de mayo de 2024, 13:50
Tiempo	1 hora 44 minutos
empleado	
Calificación	4,71 de 10,00 (47,14 %)
Pregunta 1 Correcta	
Se puntúa 1,00 sobre 1,00	0

Se han recogido datos relativos al número de usuarios de una estación de metro de Madrid durante 33 días y se ha calculado el intervalo de confianza 99% del número medio de usuarios, que resulta: (750.17, 761.83). Se asume normalidad en los datos. Calcula:

- a. Estimación puntual de la media: 755.8299b. Estimación puntual de la varianza: 169.0545
- c. Si queremos conseguir un intervalo más preciso, reduciendo la amplitud de dicho intervalo a la mitad, cuantos datos necesitaríamos tomar en la nueva muestra?

```
ci = 750.17

cs = 761.83

n = 33

conf = 0.99

alfa = 1 - conf

talfa = qt(1-alfa/2, n-1)

media = (ci+cs)/2

sd = sqrt(n)*(cs-media)/talfa

var = round(sd^2,3)

n2=4*n
```

Pregunta 2	
Parcialmente correcta	
Se puntúa 0,20 sobre 1,40	

El número de mutaciones genéticas que experimenta un organismo en un laboratorio sigue una distribución de Poisson con una media de $1.2\,$ mutaciones anuales.

a. Hallar la probabilidad de que este organismo sufra alguna mutación en un año.	0.3614331	×

- b. Calcular la probabilidad de que en 10 meses experimente menos de 2 mutaciones. 0.9933509
- c. Determinar la probabilidad de que sufra al menos 4 mutaciones a lo largo de un año y medio. 0.03640666
- d. Si en el último año este organismo ha experimentado al menos 2 mutaciones, ¿cuál es la probabilidad de que hayan sido exactamente 2? 0.64279
- e. El organismo acaba de sufrir una mutación. ¿Cuál es la probabilidad de que pasen entre 13 y 26 meses hasta que experimente la siguiente?
- f. Ha transcurrido ya más de un año desde que el organismo experimentó la última mutación. Calcular la probabilidad de que transcurra al menos otro año hasta que sufra una nueva mutación.

```
lambda = 1.2

m = 10

n1 = 2

n2 = 4

n3 = 2

m2 = 26
```

m1 = 13

- a. La probabilidad pedida es: p1 = 1-dpois(0,lambda) = 0.6988058
- b. La probabilidad pedida es: p2 = ppois(n1-1, lambda*m/12) = 0.7357589
- c. La probabilidad pedida es: p3 = 1-ppois(n2-1, lambda*1.5) = 0.1087084
- d. La probabilidad pedida es: p4 = dpois(n3, lambda)/(1-ppois(n3-1,lambda)) = 0.64279
- e. La probabilidad pedida es: p5 = pexp(m2, lambda/12) pexp(m1, lambda/12) = 0.1982582
- f. La probabilidad pedida es: p6 = 1-pexp(1, lambda) = 0.3011942

Nota: Preguntas: Tipo de Contraste: Cada respuesta correcta suma 0.1. Cada respuesta erronea resta 0.05. Las respuestas en blanco puntúan 0. Preguntas: Solución: Cada respuesta correcta suma 0.3. Cada respuesta erronea resta 0.15. Las respuestas en blanco puntúan 0.

(1) Una empresa de software está analizando la calidad del código que desarrolla. Se seleccionan aleatoriamente 12 códigos y se mide el tiempo que tarda cada uno en ejecutarse, obteniendo los datos:

10.78 9.03 10.59 9.23 9.27 10.67 10.66 9.33

Utiliza un nivel de significación del 0.02 para contrastar si el tiempo medio de ejecución es superior a 9 segundos. Se asume que el tiempo de ejecución es normalmente distribuido.



(2) Un equipo de desarrolladores de inteligencia artificial (IA) ha creado dos algoritmos de clasificación de imágenes para detectar la presencia de gatos en fotografías. Después de probar ambos algoritmos en un conjunto de datos de prueba, se obtuvieron los siguientes resultados:

Algoritmo A: Detectó gatos en 85 de 101 imágenes.

Algoritmo B: Detectó gatos en 84 de 102 imágenes.

¿Hay evidencias para concluir que el algoritmo A es mejor que el algoritmo B en cuanto a precisión de detección de gatos en imágenes? Usar un nivel de significación de 0.01.

Tipo de contraste:		Contraste para la diferencia de proporciones de dos muestras		~
Solución:	El contr	aste es no-significativo	~ .	

(3) Se está investigando el tiempo medio que tardan los usuarios en completar una tarea en dos versiones diferentes de un software. Se pide a 10 usuarios que completen la misma tarea con cada una de las dos versiones del software y se obtienen los datos de la tabla siguiente:

vers	sionA ver	rsionB
1	10	10
2	10	10
3	10	10
4	11	11
5	11	12
6	11	13
7	13	13
8	13	13
9	13	13
10	13	13

Usando un nivel de significación del 1%, ¿podemos decir que hay diferencias significativas entre las dos versiones del software, en cuanto al tiempo medio para completar la tarea?

Tipo de contraste:		Contraste para la diferencia de medias de dos muestras independientes		×
Solución:	El contr	aste es no-significativo	✔ .	

(4) Un equipo de seguridad informática está valorando la efectividad de un software antivirus. Para ello, simula 149 ataques informáticos, de los cuales el software ha sido capaz de detectar 107. ¿Podemos concluir que la proporción de ataques detectados por el software es superior a 70%? Utiliza un nivel de significación del 0.02.

Tipo de contraste:		Contraste para la proporción de una muestra		~
Solución:	El contr	aste es no-significativo	✓ .	

(5) Un equipo de desarrollo de videojuegos está evaluando la efectividad de un nuevo sistema de detección de trampas en línea. Tras una serie de pruebas, se observa que el sistema ha identificado al 79% de los intentos de trampa. Utiliza un contraste de hipótesis con un nivel de significación de 0.02 para determinar si la probabilidad de que el sistema detecte una trampa es superior al 0.8%.

Tipo de contraste: Contraste para la proporción de una muestra		~ .
Solución: El contraste es significativo	x .	
(6) Una empresa informática quiere comprobar si hay diferencias significativo términos de la variabilidad en el tiempo entre fallos. Para ello, toma muestras obteniendo los siguientes datos:		·
Tiempo entre fallos del sistema operativo A:		
4.71 33.54 6.78 7.5 2.15 0.88 44.26 3.57 4.49 3.62 1.82 8.76 2.53		
Tiempo entre fallos del sistema operativo B:		
28.63 12.12 10.76 7.48 9.3 1.12 0.44 2.4 5.33 14.13 18.84 5.04 13.26		
Utiliza un contraste de hipótesis con un nivel de significación de 0.03 para d variabilidad entre los dos sistemas.	eterminar si hay una	diferencia significativa en la
Tipo de contraste: Contraste para el cociente de varianzas de dos muestra	is	~ .
Solución: El contraste es no-significativo	~ .	
(7) Se ha comprobado que el número de intervenciones en el equipo de Tear Poisson. Se eligieron al azar las intervenciones de 24 alumnos en el foro, ano uno de ellos, obteniéndose los datos:	_	_
1 1 4 0 3 4 1 5 5 1 3 3 1 2 5 2 0 2 5 1 6 1 3 4		
¿Con una significación de 0.1 podemos afirmar que el porcentaje de estudia	ntes que participan	más de 3 veces es inferior al 70% ?
Tipo de contraste: Contraste para la proporción de una muestra		~ .
Solución: El contraste es significativo	~ .	
(8) Se quiere realizar un análisis de los tiempos de acceso a las páginas web clientes de cada uno de los bancos, respectivamente, obteniendo que los clientes de cada uno de los bancos, respectivamente, obteniendo que los clientes de banco B varianza muestral 9.59. ¿Podemos afirmar que, en media, el tiempo de acceso con una significación del 0.04 ? Se asume que los tiempos de acceso siguen	entes del banco A ta tardan en promedio so a la página web d	ardan en promedio 101.19 minutos, 103.51 minutos, con una cuasiel banco B es distinta a la del banco A
Tipo de contraste: Contraste para la diferencia de medias de dos muestras	independientes	✓ .
Solución: No tenemos suficiente información para resolver el contraste	x .	
(9) Una empresa está interesada en analizar si una nueva metodología de de términos de tiempo de ejecución. Toma dos muestras aleatorias de tamaño 1 resúmenes númericos son respectivamente:		
Tiempo de ejecución de código con la metodología antigua (en segundos):		
Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max. 12.38 12.58 13.00 13.08 13.54 14.05		
Tiempo de ejecución de código con la metodología nueva (en segundos):		
Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max. 9.60 10.65 11.14 10.99 11.47 12.22		
¿Podemos concluir que la nueva metodología disminuye el tiempo medio de un nivel de significación del 0.02 ?	ejecución con respe	cto a la metodología antigua, usando
Tipo de contraste: Contraste para la diferencia de medias de dos muestras	independientes	~ .
Solución: El contraste es significativo	x .	

```
## SOLUTION 1

k1_a = 85

k1_b = 84

n1_a = 101

n1_b = 102

alfa1 = 0.01

test1 <- prop.test(c(k1_a,k1_b), c(n1_a,n1_b))

pvalor1=test1$p.value

signif1 = pvalor1 < alfa1

## SOLUTION 2

n2 = 13

mu2 = 12

y2_a = scan()
```

12.76 14.05 12.38 13 12.46 12.58 12.8 13.2 13.68 13.95 13.54 13.02 12.57

```
y2_b = scan()
```

9.6 11.14 11.47 9.86 10.65 10.29 10.99 11.62 11.33 12.22 10.69 11.2 11.75

```
alfa2 = 0.02

zalfa2 <- qnorm(1-alfa2/2)

pvalor2 = t.test(y2_a,y2_b,alternative="two.sided")$p.value

signif2 = pvalor2 < alfa2

## SOLUTION 3

n3 = 149

k3 = 107

alfa3 = 0.02

p3 = 0.7

test3 = prop.test(k3,n3,p=p3, alternative="less")

pvalor3=test3$p.value

signif3 = pvalor3 < alfa3

## SOLUTION 4

n4 = 10

y4_a = scan()
```

10 10 10 11 11 11 13 13 13 13

```
y4_b = scan()
```

10 10 10 11 12 13 13 13 13 13

```
datos4=data.frame(versionA = y4_a, versionB = y4_b)
alfa4 = 0.01
zalfa4 = qnorm(1-alfa4/2)
dif4=y4_a-y4_b
media4=mean(dif4)
v4 <- var(dif4)
ds4 <- sd(dif4)
ci4 <- media4 - zalfa4*ds4/sqrt(n4)
cs4 <- media4 + zalfa4*ds4/sqrt(n4)
test4 = t.test(y4_a, y4_b, paired = TRUE)
pvalor4=test4$p.value
signif4 = pvalor4 < alfa4
# SOLUTION 5
n5 = 147
k5 = 119
alfa5 = 0.02
p5 = 0.8
test5 = prop.test(k5,n5,p=p5, alternative="less")
pvalor5=test5$p.value
signif5 = pvalor5 < alfa5
## SOLUTION 6
n6_a = 15
n6_b = 12
mu6 = 11
y6_a = scan()
```

4.71 33.54 6.78 7.5 2.15 0.88 44.26 3.57 4.49 3.62 1.82 8.76 2.53

```
y6_b = scan()
```

28.63 12.12 10.76 7.48 9.3 1.12 0.44 2.4 5.33 14.13 18.84 5.04 13.26

```
alfa6 = 0.03
chialfa6_i <- qchisq(1-alfa6/2, n6_a)
chialfa6_s <- qchisq(alfa6/2, n6_a)
test6 = var.test(y6_a,y6_b, alternative="two.sided")
pvalor6 = test6$p.value
signif6 = pvalor6 < alfa6
media6_a <- mean(y6_a)
varianza6_a <- var(y6_a)
desviaciony6_a <- sd(y6_a)</pre>
media6_b <- mean(y6_b)
varianza6_b <- var(y6_b)
desviaciony6_b <- sd(y6_b)</pre>
## SOLUTION 7
n7 = 24
lambda7 = 3.5
17 = 3
y7 = scan()
```

114034155133125202516134

```
alfa7 = 0.1

k7=sum(y7>l7)

pr7 = sample(c(0.7, 0.75, 0.8), 1)

test7=prop.test(k7,n7,pr7)

pvalor7=test7$p.value

signif7 = pvalor7 < alfa7

## SOLUTION 8

n8 = 12

mu8 = 9

y8 = scan()
```

10.55 9.9 10.5 9.32 10.78 9.03 10.59 9.23 9.27 10.67 10.66 9.33

```
alfa8 = 0.02
zalfa8 <- qnorm(1-alfa8/2)</pre>
test8 = t.test(y8,mu=mu8, alternative="greater")
pvalor8 = test8$p.value
signif8 = pvalor8 < alfa8
media8 <- mean(y8)
v8 <- var(y8)
ds8 <- sd(y8)
ci8 <- media8 - zalfa8*ds8/sqrt(n8)
cs8 <- media8 + zalfa8*ds8/sqrt(n8)
## SOLUTION 9
n9_a = 99
n9_b = 106
m9_a = 101.19
m9_b = 103.51
v9_a = 9.11
v9_b = 9.59
alfa9 = 0.04
ci_var<-(v9_a/v9_b)/qf(1-alfa9/2, n9_a-1, n9_b-1)
cs_var<-(v9_a/v9_b)*qf(1-alfa9/2, n9_b-1, n9_a-1)
signif9_var = !((1 < cs_var) && (ci_var < 1))
if (signif9_var){
f9=((v9_a/n9_a+v9_b/n9_b)^2)/(((v9_a/n9_a)^2)/(n9_a-1)+((v9_b/n9_b)^2)/(n9_b-1))
ci9_mu <-(m9_a-m9_b)-qt(1-alfa9/2,f9)*sqrt(v9_a/n9_a+v9_b/n9_b)
cs9_mu <-(m9_a-m9_b)+qt(1-alfa9/2,f9)*sqrt(v9_a/n9_a+v9_b/n9_b)
} else {
f9 = n9_a +n9_b-2
sp9 = sqrt(((n9_a-1)*v9_a+(n9_b-1)*v9_a)/(f9))
ci9_mu = (m9_a-m9_b)-qt(1-alfa9/2,f9)*sp9*sqrt(1/n9_a+1/n9_b)
cs9_mu = (m9_a-m9_b)+qt(1-alfa9/2,f9)*sp9*sqrt(1/n9_a+1/n9_b)
signif9_mu = ci9_mu*cs9_mu > 0
```

Pregunta 4

Sin contestar

Puntúa como 1,40

La latencia de respuesta de un servidor de bases de datos, medida en milisegundos (ms), es una variable aleatoria, X, con función de distribución

El umbral de latencia aceptable (ULA) para el servidor de bases de datos está fijado en 8 ms. Sin embargo, debido a consideraciones de rendimiento, el umbral deseado (UD) es de 7 ms.

- a. Calcular la constante a.
- b. Hallar la probabilidad de que una respuesta del servidor de bases de datos supere el umbral deseado.
- c. Se ha comprobado que una de las respuestas del servidor no supera el umbral de latencia aceptable. ¿Cuál es la probabilidad de que esta respuesta sí supere el umbral deseado?
- d. ¿Cual es la latencia media de respuesta del servidor?
- e. ¿Cual es la varianza de la latencia de respuesta del servidor?
- f. ¿Cual es el percentil 80 de la latencia de respuesta del servidor?
- g. El administrador de sistemas necesita obtener una respuesta del servidor de bases de datos que *no* supere el umbral deseado.

 Realiza solicitudes al servidor, y en caso de que superen el umbral deseado, las descarta y vuelve a enviar la solicitud. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que realizar menos de 2 solicitudes hasta obtener la respuesta que necesita?
- h. ¿Cuántas solicitudes se espera que tenga que enviar el administrador de sistemas hasta obtener la respuesta que necesita?

(x

Usando que F(10)=1, obtenemos que la constante a debe valer:

$$a = 10^2 - 25 = 75$$

Definimos:

$$F = function(x)(x^2 - 25)/(a)$$

ula = 8

p1 = 1-F(ud)

ud = 7

p2 = (F(ula)-F(ud))/F(ula)

 $F=function(x)\{(x^{2-inf}2)/a\}$

 $f = function(x){2*x/a}$

 $xf = function(x){2*x^2/a}$

 $x2f = function(x)\{2*x^3/a\}$

media = integrate(xf,inf,sup)\$value

varianza = integrate(x2f,inf,sup)\$value - media^2

per = sample(c(0.6, 0.7, 0.8), 1)

f1 = function(x){integrate(f, inf, x)\$value-per}

percentil1 = uniroot(f1,interval=c(0.0001,1000))\$root

percentil2 = sqrt(per*a+inf^2)

g = 2

p3 = pgeom(g-2, 1-p1)

mu = 1/(1-p1)

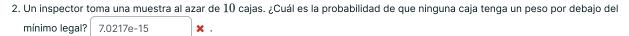
- a. La constante a debe valer: 75
- b. La probabilidad de que una respuesta del servidor de bases de datos supere el umbral deseado es $0.68\,$
- c. La probabilidad de que esta respuesta sí supere el umbral deseado 0.3846154.
- d. La latencia media de respuesta del servidor es 7.7777778.
- e. La varianza de la latencia de respuesta del servidor es 2.0061728.
- f. El percentil $80\ \text{de}$ la latencia de respuesta del servidor es 9.2195445.
- g. La probabilidad de que tenga que realizar menos de 2 solicitudes hasta obtener una respuesta que no supere el umbral deseado es 0.32
- h. El número esperado de solicitudes es: 3.125.

Pregunta **5**Parcialmente correcta Se puntúa 0,91 sobre 1,60

Nota: Tolerancia = 0.005.

Una fábrica de galletas saca al mercado una variedad en cajas de 500 gramos. Según la normativa, se permite una merma en el peso de las cajas de 3%, esto es, el peso de una caja comprada en el mercado debe ser superior a 485 gramos. Después de un amplio estudio, la compañía ha llegado a la conclusión de que el peso real de las galletas que salen al mercado se puede aproximar mediante una variable aleatoria X con distribución normal de media 508 gramos y desviación típica 13.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que una caja seleccionada al azar tenga un peso superior al mínimo legal? 0.9615723



- 3. La empresa recibe una multa de 1000 euros por cada caja de las seleccionadas que el inspector encuentre con un peso inferior al mínimo legal. ¿Cuál es la multa esperada? 38.42769 x .
- 4. El inspector se ha dado cuenta de que a la empresa no le importa mucho el importe de la multa y ha decidido endurecer el sistema de sanciones. A partir de ahora, califica la infracción de leve, grave o muy grave, dependiendo de que el peso de una caja esté en (480,485], (475,480] o sea inferior a 475 gramos, respectivamente. Si el inspector selecciona una caja al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la empresa sea sancionada con una de las siguientes multas?

0	Leve:	0.02280157	
0	Grave:	0.01005907	
0	Muy gr	ave: 0.005567052	~

5. Con este nuevo sistema, la multa recibida por cada caja con un peso inferior al legal es de 1000, 5000 y 8000 euros, según la infracción sea leve, grave o muy grave, respectivamente. Se selecciona una caja al azar, ¿cuál es la multa esperada por esa caja?

```
mu = 508
sigma=13
(p1 = 1 - pnorm(485, mu, sigma))
n=10
dbinom(10,n, p1)
(multa.esperada = 1000*n*p1)
(p.leve = pnorm(485, mu, sigma) - pnorm(480, mu, sigma))
(p.grave = pnorm(480, mu, sigma) - pnorm(475, mu, sigma))
(p.muygrave = pnorm(475, mu, sigma))
(multa = 0*p1 + 1000*p.leve + 5000* p.grave + 8000* p.muygrave)
```

Pregunta **6**Incorrecta
Se puntúa 0,00 sobre 1,00

En la consulta de un pediatra, se sabe que la altura de los bebes de un año sigue una distribución Normal y que el percentil 97 es 91.927 centímetros y el percentil 4 es 59.244 centímetros.

a. Si un bebé tiene una altura de 81.07 centímetros, ¿en qué percentil se encuentra? 88

Actividad previa

Formulario final

Ir a...

Siguiente actividad

Formulas para el primer parcial