PESQUISA OPERACIONAL

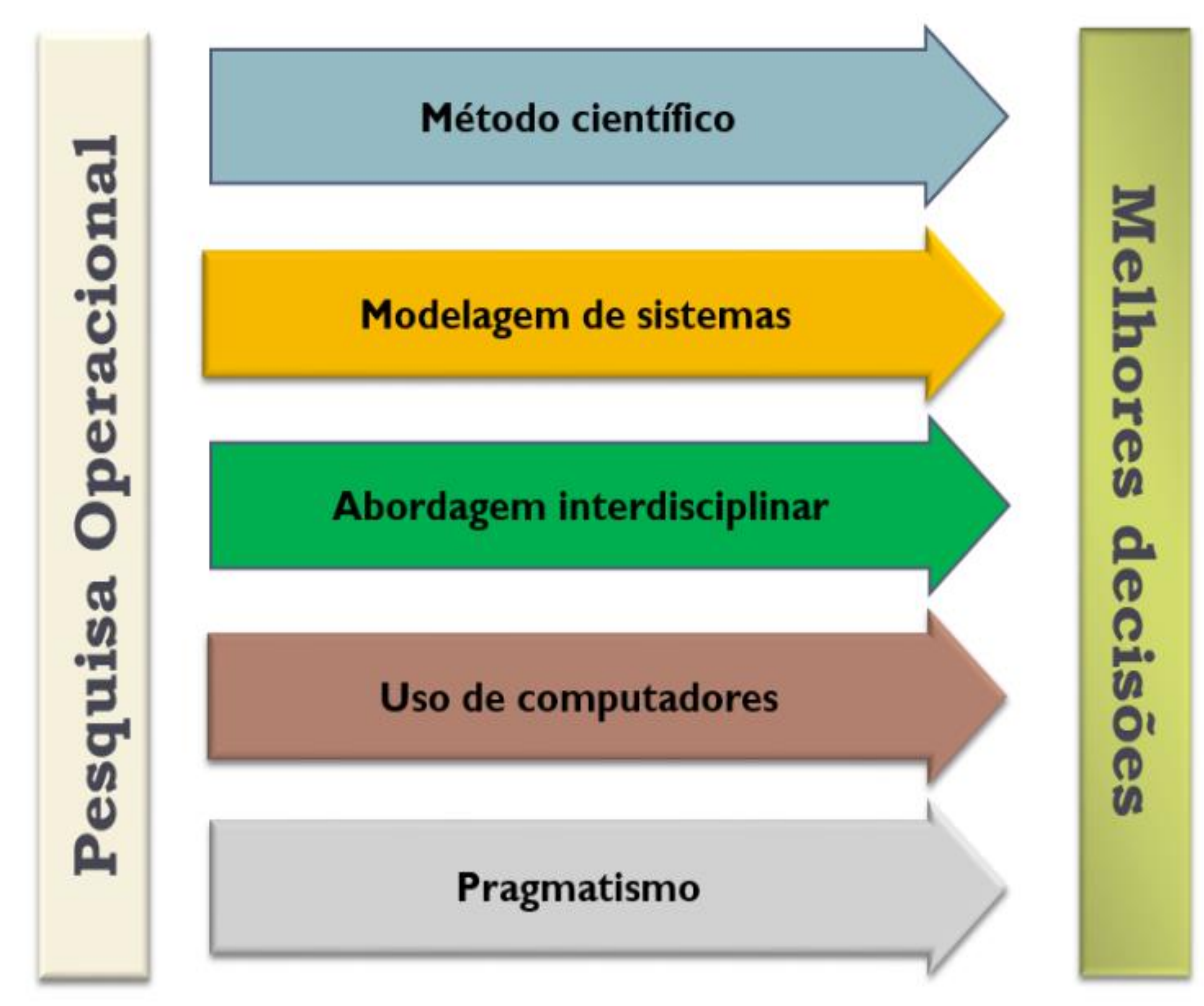
MAYARA CRIVELARO

CONCEITOS

O QUE É P.O.?

- Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional **(SOBRAPO):** Pesquisa Operacional é a área de conhecimento que estuda, desenvolve e aplica **métodos analíticos** avançados para auxiliar na **resolução de problemas** e na **tomada de melhores decisões** em diversas áreas de atuação.

- American Institute of Industrial Engineers **(ABEPRO):** Pesquisa Operacional é uma das áreas da Engenharia de Produção responsável pela **solução de problemas** reais, aplicando conhecimentos de matemática, estatística e computação para aprimorar o processo de **tomada de decisões.**



Fonte: SOBRAPO (https://www.sobrapo.org.br/)

CONCEITOS

CONTEXTO

- Surgiu com os avanços de novos modelos matemáticos e a evolução dos computadores no século XX.
- Muitas aplicações práticas da otimização foram desenvolvidas durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945) para resolverem problemas que envolviam homens, máquinas, materiais e dinheiro.
- Alocar de forma eficiente os escassos recursos para as diversas operações militares; reduzir número de navios afundados por submarinos alemães; maximizar uso das esquadrilhas; etc.
- Quando a guerra acabou, o sucesso da PO no empreendimento bélico despertou interesse na sua aplicação fora do ambiente militar e foi assim que ela migrou para as demais áreas.

ÁREAS DA P.O.

APLICAÇÕES

- **Saúde:** dimensionamento de serviços (ambulatorial ou emergência; programação de horários (médios e enfermeiros); simulação de atendimentos;

- **Manufatura:** otimização de processos de produção e de layouts; dimensionamento de lotes identificação de gargalos.

- **Finanças:** modelando mercado financeiro em busca de melhores investimentos; análise de riscos.

- **Call center:** problemas nos horários de atendimentos; otimização de tempo de espera; maximização de vendas, atendimentos ou negociações; dimensionamento de acionamentos e operadores.

LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
Limeira-SP, 02 a 06 de setembro de 2019

LIMEIRA 2019
51º SBPO

SIMPLEX: o método de Dantzig numa feira livre

Kaique de Oliveira Dutton da Silva
Centro de Tecnologia da Indústria Química e Têxtil (SENAI CETIQT)
Rua Magalhães Castro nº 174, Riachuelo, Rio de Janeiro/RJ
kaiquedutton@gmail.com

Marcos dos Santos
Centro de Análises de Sistemas Navais (CASNAV) / Instituto Militar de Engenharia (IME)
Praça Barão de Ladário s/nº, Ilha das Cobras, Rua da Ponte, Ed. 23 do AMRJ, Centro, Rio de Janeiro/RJ
Praça General Tibúrcio, nº 80, Praia Vermelha, Urca, Rio de Janeiro/RJ
marcosdossantos_doutorado_uff@yahoo.com.br

Marcone Freitas dos Reis
Centro de Tecnologia da Indústria Química e Têxtil (SENAI CETIQT)
Rua Magalhães Castro nº 174, Riachuelo, Rio de Janeiro/RJ
marconefreis11@gmail.com

Ernesto Rademaker Martins
Centro de Análises de Sistemas Navais (CASNAV) / Instituto Militar de Engenharia (IME)
Praça Barão de Ladário s/nº, Ilha das Cobras, Rua da Ponte, Ed. 23 do AMRJ, Centro, Rio de Janeiro/RJ
Praça General Tibúrcio, nº 80, Praia Vermelha, Urca, Rio de Janeiro/RJ
radmart@yahoo.com.br

** Maximizar a receita da barraca de um feirante, a partir de um mix de produtos a ser oferecido diariamente, respeitando a restrição de capacidade do veículo de transporte das mercadorias e o capital de giro diário.

PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR (PPL)

- Aplicações em **problemas de transporte** durante a Segunda Guerra Mundial - grande salto da Programação Linear.

- Programação linear visa a **maximização ou minimização** de uma função objetivo (FO) linear com relação as variáveis de decisão do modelo e sempre respeitando as restrições.

- O objetivo geral da PL é encontrar a **Solução Ótima** que é aquela que possui o melhor valor para um problema de maximização ou minimização.

- George Dantzig criou o **Método Simplex** em 1947, tornando possível a solução de **problemas de otimização** de vários tipos.

$$
\begin{aligned}
&\max x_1 + x_2 \\
&\text{s.r.} \\
&2x_1 + 4x_2 \leq 20 \\
&180x_1 + 20x_2 \leq 600 \\
&x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\min x_1 + 2x_2 \\
&\text{s.r.} \\
&2x_1 + 3x_2 \geq 20 \\
&180x_1 + 20x_2 = 600 \\
&x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

PPL NA FORMA PADRÃO:

1. A Função Objetivo é de Maximização;
2. As restrições têm sinal de menor ou igual;
3. As constantes de todas as restrições são não negativas;
4. As variáveis de decisão só podem assumir valores não negativos.

EXEMPLO PRÁTICO – MIX DE PRODUÇÃO

Maximizar o lucro: fabricação de dois modelos de brinquedos com lucro unitário de R$ 8, 00 para X1 e R$5,00 para X2; temos de recursos 1000 kg de plástico e temos 40 horas de produção semanal; a produção total não pode exceder 700 unidades; a quantidade de X1 não pode exceder em 350 unidades a quantidade de X2; X1 requer 2 kg de plástico e 3 minutos por unidade; X2 requer 1 kg de plástico e 4 min por unidade.

Variáveis de decisão: X1 e X2 (brinquedos a serem produzidos).

Função Objetivo: X1 = 8,00 -> 8X1
X2 = 5,00 -> 5X2
F.O. = max {8X1 + 5X2}

Restrição Não-negatividade: X1 >= 0
X2 >= 0

Maximize: **Z = 8X1 + 5X2**

Sujeito a: **X1 + X2 <= 700**
2X1 + 1X2 <= 1000
3X1 + 4X2 <= 2400
X1 - X2 <= 350

Para: **X1 >= 0**
X2 >= 0

Restrição 1: X1 + X2 <= 700 (produção total)

Restrição 2: X1 = 2kg
X2 = 1kg
2X1 + 1X2 <= 1000

Restrição 3: X1 = 3 min
X2 = 4 min
3X1 + 4X2 <= 2400

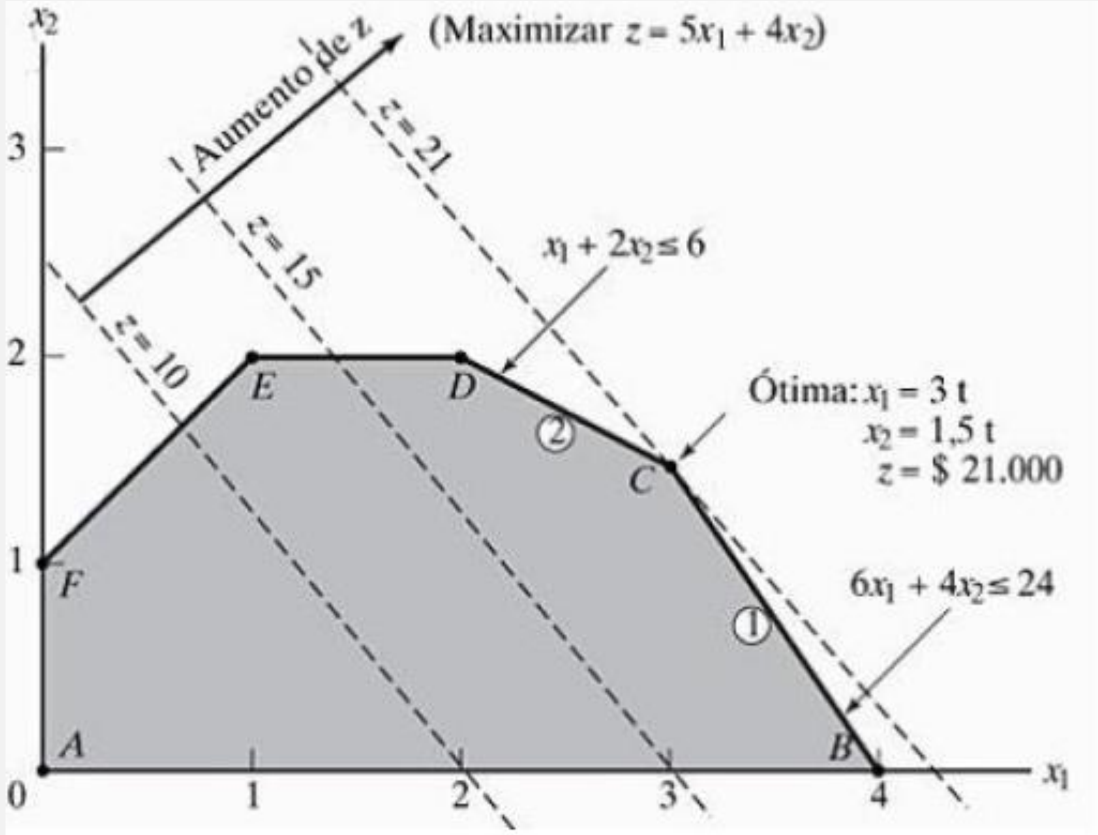
Restrição 4: X1 - X2 <= 350

RESOLUÇÃO DE UM PPL

SOLUÇÃO GRÁFICA

- Pode ser feita **apenas para duas variáveis de decisão**.
- Será **viável** quando todas as restrições são satisfeitas e **inviável** quando pelo menos 1 restrição não é satisfeita.
- A **solução ótima** é aquela em que todas as restrições são atendidas, otimizando-se o valor da função objetivo (maior ou menor valor possível)

*G.A.



MÉTODO SIMPLEX

- Utilizado quando possuímos **mais de 2 variáveis de decisão.**

- Seu desenvolvimento se dá por meio de um conjunto padronizado de rotinas ou instruções que executam o cálculo matemático.

- Ele busca, a partir de uma primeira solução básica viável, percorrer de **forma iterativa** os vértices de um polígono até alcançar uma solução considerada ótima para o problema

TABELA 3.1 Dados para o problema da Wyndor Glass Co.

Fábrica	Tempo de Produção por Lote (em horas) — Produto 1	Tempo de Produção por Lote (em horas) — Produto 2	Tempo de Produção Disponível por Semana (em horas)
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Lucro por lote	U$ 3.000	U$ 5.000	

RESOLUÇÃO DE UM PPL

- **Resolvendo um Problema de Programação Linear no R.**
- Pacotes utilizados: lpSolve / lpSolveAPI.

```r
# #Maximização
# Exemplos: maximização de lucros, receitas; maximização de atendimentos; maximização de produtividade e eficiência;
# #FO = max  {7X1 + 3X2 + 2X3}
# Sujeito a:  5X1 + 2X2 + 2X3 <= 19
#             2X1 + X2 + 2X3 <= 8
# Para:       X1 >= 0
#             X2 >= 0
#             X3 >= 0

#Desenhando o modelo
FUNCAO_OBJ <- c(7,3,2)
RESTRICOES <- matrix(c(5,2,2,
                       2,1,2), ncol=3, byrow=T)

RESTRICOES_SINAL <- c("<=","<=")
RESTRIÇÕES_RESP <- c(19,8)

#Rodando o modelo usando a função lp()
MODELO <- lp("max", FUNCAO_OBJ,RESTRICOES,RESTRICOES_SINAL,RESTRIÇÕES_RESP,compute.sens = T)

#Observando a quantidade sugerida pelo modelo
MODELO$solution

#Logo, X1 = 3 e X2 = 2 e x3 = 0 para atingir o maior resultado possível

#Resultado do modelo
MODELO
#Solução ótima da função Objetivo: 27 (máximo de lucro obtido)
```

```
> #Observando a quantidade sugerida pelo modelo
> MODELO$solution
[1] 3 2 0
> #Resultado do modelo
> MODELO
Success: the objective function is 27
```

REFERÊNCIAS

- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 9ª Edição. Porto Alegre: AMGH, 2013.

- SANTOS, M.; SAMPAIO, R. T.; MARTINS, E. R.; DIAS, F.; WALKER, R. A. 2017. **Aplicação da Programação Linear na formulação de uma dieta de custo mínimo: estudo de caso de uma empresa de refeições coletivas no Estado do Rio de Janeiro.** Engenharia de Produção e a Economia de Baixo Carbono, Juiz de Fora, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/316793043_Aplicacao_da_Programacao_Linear_na_formulacao_de_uma_dieta_de_custo_minimo_estudo_de_caso_de_uma_empresa_de_refeicoes_coletivas_no_Estado_do_Rio_de_Janeiro

- BARBOZA, A.; CARNIERI, C.; STEINER, M.; SIQUEIRA,P.; **Técnicas da Pesquisa Operacional no problema de horários de atendentes em centrais telefônicas**. Gestão e Produção, Paraná, v.10, n.1, p.109-127, abr. 2003. Disponível em: https://www.scielo.br/j/gp/a/QHQ3Kjhj8kDwLxggQxB5hXM/?format=pdf&lang=pt

- SILVA, K. O. D.; SANTOS, M.; REIS, M. F.; MARTINS, E. R. **SIMPLEX: o método de Dantzig numa feira livre.** LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Limeira-SP, 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/335589752_SIMPLEX_o_metodo_de_Dantzig_numa_feira_livre