



ELTE | IK

PROGRAMOZÁS

Visszavezetési esetek

Horváth Győző



Ismétlés



Programozási minták

1. Összegzés
2. Megszámolás
3. Maximumkiválasztás
 - a. Minimumkiválasztás
4. Feltételes maximumkeresés
5. Keresés
6. Eldöntés
 - a. Mind eldöntés
7. Kiválasztás
8. Másolás
9. Kiválogatás

Most Common DUPLO Parts



Programozási minták

Összegzés

i	f(i)
e	→ f(e)
e+1	→ f(e+1)
e+2	→ f(e+2)
...	→ ...
u-2	→ f(u-2)
u-1	→ f(u-1)
u	→ f(u)
=	
s	

Megszámolás

i	T(i)	érték
e	→ IGAZ	1
e+1	→ HAMIS	0
e+2	→ HAMIS	0
...	→
u-2	→ IGAZ	1
u-1	→ IGAZ	1
u	→ HAMIS	0
=		
db		

Maximum kiválasztás

i	f(i)
e	→ f(e)
e+1	→ f(e+1)
e+2	→ f(e+2)
...	→ ...
u-2	→ f(u-2)
u-1	→ f(u-1)
u	→ f(u)
maxind, maxért	

Feltételes maximumkeresés

i	T(i)	f(i)
e	→ HAMIS	f(e)
e+1	→ IGAZ	f(e+1)
e+2	→ IGAZ	f(e+2)
...	→
u-2	→ HAMIS	f(u-2)
u-1	→ IGAZ	f(u-1)
u	→ HAMIS	f(u)
van, maxind, maxért		

Programozási minták

Keresés

i	T(i)
e	→ HAMIS
e+1	→ HAMIS
e+2	→ IGAZ
...	→ ...
u-2	→ IGAZ
u-1	→ IGAZ
u	→ HAMIS
van, ind	

Eldöntés

i	T(i)
e	→ HAMIS
e+1	→ HAMIS
e+2	→ IGAZ
...	→ ...
u-2	→ IGAZ
u-1	→ IGAZ
u	→ HAMIS
van	

Kiválasztás

i	T(i)
e	→ HAMIS
e+1	→ HAMIS
e+2	→ IGAZ
...	→ ...
u-2	→ IGAZ
u-1	→ IGAZ
u	→ HAMIS
ind	

Programozási minták

Másolás

i			f(i)
e	→	1	f(e)
e+1	→	2	f(e+1)
e+2	→	3	f(e+2)
...	→
u-2	→	u-e-1	f(u-2)
u-1	→	u-e	f(u-1)
u	→	u-e+1	f(u)
y			

Kiválogatás

i	T(i)	f(i)		y
e	→ HAMIS	f(e)	1	f(e+1)
e+1	→ IGAZ	f(e+1)	2	f(e+2)
e+2	→ IGAZ	f(e+2)	db= 3	f(u-1)
...	→	...		
u-2	→ HAMIS	f(u-2)		
u-1	→ IGAZ	f(u-1)		
u	→ HAMIS	f(u)		
db, y				

Visszavezetési esetek



Problémafelvetés

Eddig az utófeltételt hasonlítottuk össze, noha a programozási minta sablonja adott adatokra és ezeken értelmezett függvényekre mond valamit.

Mi van akkor, ha a mintafeladat és a konkrét feladat adatai eltérnek, pl. hiányzik vagy más jellegű adat van? Abban az esetben miért vezet helyes működésre a dolog?

Feladatsablon

(mintafeladat)

Be: $e \in Z, u \in Z$

Ki: $\text{van} \in L, \text{ind} \in Z$

Ef: -

Uf: $(\text{van}, \text{ind}) = \text{KERES}(i = e..u,$

$T(i))$

???

$\text{ind} \sim \text{melyik}$

Előzőnél gyorsabb vonat

(konkrét feladat)

Be: $n \in N, \text{midő} \in N[1..n]$

Ki: $\text{van} \in L, \text{melyik} \in N$

Ef: -

Uf: $(\text{van}, \text{melyik}) = \text{KERES}(i = 2..n,$

$\text{midő}[i] < \text{midő}[i-1])$

Rövidítés = helyettesítés

- A rövidített utófeltétel az eredeti hosszabb (és logikailag helyes) változatot helyettesíti
- A konkrét feladatot felírva csak akkor írhatjuk fel a rövidített formátumot, ha az minden elemében megfeleltethető a hosszabb formátumnak.
- Ekkor a visszavezetés során előállt algoritmus is biztosan helyes megoldása lesz a feladatnak.

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=e..u, 1, T(i))$



Uf: $db = \text{DARAB}(i=e..u, T(i))$

Rövidítés = helyettesítés

- A rövidített utófeltétel az eredeti hosszabb (és logikailag helyes) változatot helyettesíti
- A konkrét feladatot felírva csak akkor írhatjuk fel a rövidített formátumot, ha az minden elemében megfeleltethető a hosszabb formátumnak.
- Ekkor a visszavezetés során előállt algoritmus is biztosan helyes megoldása lesz a feladatnak.

Uf: $\text{van} = \exists i \in [e..u] : (T(i))$ és
 $\text{van} \rightarrow (\text{ind} \in [e..u] \text{ és } T(\text{ind}) \text{ és}$
 $\forall i \in [e.. \text{ind}-1] : (\text{nem } T(i)))$



Uf: $(\text{van}, \text{ind}) = \text{KERES}(i=e..u, T(i))$

Természetes visszavezetés amikor minden stimmel

Hány páros szám van a és b
intervallumban?

Feladatsablon

(mintafeladat)

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i = e..u, 1, T(i))$



Uf: $db = \text{DARAB}(i = e..u, T(i))$



Páros számok száma

(konkrét feladat)

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $pdb \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $pdb = \text{SZUMMA}(i = a..b, 1, i \bmod 2 = 0)$

Természetes visszavezetés amikor minden stimmel

Hány páros szám van a és b
intervallumban?

Feladatsablon

(mintafeladat)

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=e..u, 1, T(i))$



Uf: $db = \text{DARAB}(i=e..u, T(i))$

Páros számok száma

(konkrét feladat)

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $pdb \in \mathbb{N}$

Ef: -

) Uf: $pdb = \text{SZUMMA}(i=a..b, 1, i \bmod 2 = 0)$

Minden stimmel = az átnevezéseken kívül teljesen megegyezik

- adatok, futóindexek neve
- általános (jelentés nélküli) kifejezések, mint $f(i)$, $T(i)$
- állandó értékű kifejezések, mint intervallum határ

Természetes visszavezetés amikor minden stimmel

Hány páros szám van a és b
intervallumban?

Feladatsablon

(mintafeladat)

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=e..u, 1, T(i))$



Uf: $db = \text{DARAB}(i=e..u, T(i))$

Páros számok száma

(konkrét feladat)

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $pdb \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $pdb = \text{SZUMMA}(i=a..b, 1, i \bmod 2 = 0)$



Uf: $pdb = \text{DARAB}(i=a..b, i \bmod 2 = 0)$

Minden stimmel = az átnevezéseken kívül teljesen megegyezik

- adatok, futóindexek neve
- általános (jelentés nélküli) kifejezések, mint $f(i)$, $T(i)$
- állandó értékű kifejezések, mint intervallum határ

Általános visszavezetés szigorúbb előfeltétel

Hány prímszám van a és b
intervallumban?

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=e..u, 1, T(i))$



Uf: $db = \text{DARAB}(i=e..u, T(i))$

i	T(i)	érték
e →	IGAZ	1
e+1 →	HAMIS	0
e+2 →	HAMIS	0
... →
u-2 →	IGAZ	1
u-1 →	IGAZ	1
u →	HAMIS	0
		=
		db

A konkrét feladat előfeltétele
lehet szigorúbb a mintáénál.
Ha sok adatra helyes, akkor
nyilván a szűkítettre is helyes lesz.

Prímszámok száma

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $pdb \in \mathbb{N}$

Ef: $a > 0$

Uf: $pdb = \text{SZUMMA}(i=a..b, 1, \text{prím}(i))$



Uf: $pdb = \text{DARAB}(i=a..b, \text{prím}(i))$

i	T(i)	érték
e →	IGAZ	1
e+1 →	HAMIS	0
e+2 →	HAMIS	0
... →
u-2 →	IGAZ	1
u-1 →	IGAZ	1
u →	HAMIS	0
		=
		db

Általános visszavezetés gyengébb utófeltétel

Adj meg egy prímszámot
az a és b intervallumban!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$, $\text{ind} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [e..u] : (T(i))$ és
 $\text{van} \rightarrow (\text{ind} \in [e..u] \text{ és } T(\text{ind}) \text{ és } \forall i \in [e..\text{ind}-1] : (\text{nem } T(i)))$



Uf: $(\text{van}, \text{ind}) = \text{KERES}(i=e..u, T(i))$

i	T(i)
e	→ HAMIS
e+1	→ HAMIS
e+2	→ IGAZ
...	→ ...
u-2	→ IGAZ
u-1	→ IGAZ
u	→ HAMIS

A konkrét feladat utófeltétele lehet gyengébb a mintáénál. Ha a feladat több megoldást is elfogad, akkor nyilván a minta szűkített megoldása is helyes lesz. → Szűkítsük le a feladatot!

i	T(i)
e	→ HAMIS
e+1	→ HAMIS
e+2	→ IGAZ
...	→ ...
u-2	→ IGAZ
u-1	→ IGAZ
u	→ HAMIS

Prímszám keresése

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$, $p \in \mathbb{N}$

Ef: $a > 0$

Uf: $\text{van} = \exists i \in [a..b] : (\text{prím}(i))$ és
 $\text{van} \rightarrow (p \in [a..b] \text{ és } \text{prím}(p))$



Általános visszavezetés gyengébb utófeltétel

Adj meg egy prímszámot
az a és b intervallumban!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$, $\text{ind} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [e..u] : (T(i))$ és
 $\text{van} \rightarrow (\text{ind} \in [e..u] \text{ és } T(\text{ind}) \text{ és } \forall i \in [e..\text{ind}-1] : (\text{nem } T(i)))$



Uf: $(\text{van}, \text{ind}) = \text{KERES}(i=e..u, T(i))$

i	T(i)
e	→ HAMIS
e+1	→ HAMIS
e+2	→ IGAZ
...	→ ...
u-2	→ IGAZ
u-1	→ IGAZ
u	→ HAMIS

A konkrét feladat utófeltétele lehet gyengébb a mintáénál. Ha a feladat több megoldást is elfogad, akkor nyilván a minta szűkített megoldása is helyes lesz. → Szűkítsük le a feladatot!

Prímszám keresése

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$, $p \in \mathbb{N}$

Ef: $a > 0$

Uf: $\text{van} = \exists i \in [a..b] : (\text{prím}(i))$ és
 $\text{van} \rightarrow (p \in [a..b] \text{ és } \text{prím}(p) \text{ és } \forall i \in [e..p-1] : (\text{nem } \text{prím}(i)))$



Uf: $(\text{van}, p) = \text{KERES}(i=a..b, \text{prím}(i))$

i	T(i)
e	→ HAMIS
e+1	→ HAMIS
e+2	→ IGAZ
...	→ ...
u-2	→ IGAZ
u-1	→ IGAZ
u	→ HAMIS

Alteres visszavezetés kevesebb kimeneti adat

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$, $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: -

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és
 $\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és
 $\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$
 $\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

Az a és b intervallumbeli egész értékeken
hol veszi fel a $\sin(x)$ függvény a legnagyobb
értékét?

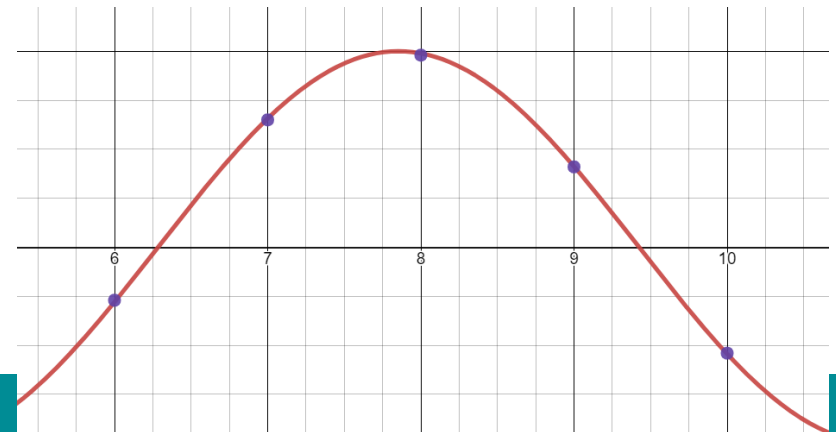
$\sin(x)$ maximuma

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{hol} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $\text{hol} \in [a..b]$ és
 $\forall i \in [a..b]: (\sin(\text{hol}) \geq \sin(i))$



Alteres visszavezetés kevesebb kimeneti adat

Az a és b intervallumbeli egész értékeken
hol veszi fel a $\sin(x)$ függvény a legnagyobb
értékét?

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és

$\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és

$\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$

$\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

$\sin(x)$ maximuma

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxért} \in \mathbb{R}$

Ki: $\text{hol} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $\text{hol} \in [a..b]$ és

$\forall i \in [a..b]: (\sin(\text{hol}) \geq \sin(i))$ és

$\text{maxért} = f(\text{hol})$



Uf: $(\text{hol}, \text{maxért}) =$

$\text{MAX}(i=a..b, \sin(i))$

A mintafeladat kimeneti adatait **segédadattá** lehet minősíteni.

→ szigorúbb lesz az utófeltétel, hiszen a megmaradt kimeneti adaton túl másra is tesz megszorítást, de ez nem baj (ld. előzőleg)

→ segédváltozó az algoritmusban

Ezzel párhuzamosan a konkrét feladatba is segédadatot kell bevezetni és szigorítani kell az utófeltételét.

Alteres visszavezetés kevesebb kimeneti adat

Az a és b intervallumbeli egész értékeken hol veszi fel a $\sin(x)$ függvény a legnagyobb értékét?

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és

$\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és

$\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$

$\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

$\sin(x)$ maximuma

Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{hol} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

$\text{maxind}, \text{maxért} \sim \text{hol}, \text{maxért}$

$e..u \sim a..b$

$f(i) \sim \sin(i)$

Uf: $(\text{hol},) =$

$\text{MAX}(i=a..b, \sin(i))$

A konkrét feladatnak nincs szüksége a segédadatra, csak azért vezettük be, hogy a rövidítés és visszavezetés alkalmazható legyen. Végző soron teljesen ki is hagyható a specifikációból.

A visszavezetési táblázatban ugyanolyan nevűnek tekintjük.

Altered visszavezetés kevesebb kimeneti adat

Az a és b intervallumbeli egész értékeken
hol veszi fel a $\sin(x)$ függvény a legnagyobb
értékét?

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$

$\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

$\text{maxind}, \text{maxért} \sim \text{hol}, \text{maxért}$
 $e..u \sim a..b$
 $f(i) \sim \sin(i)$

$\sin(x)$ maximuma

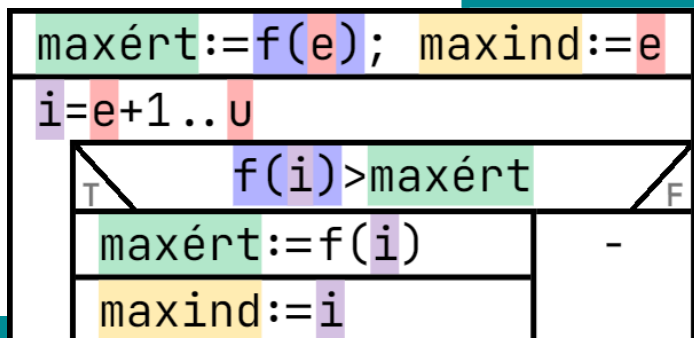
Be: $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{hol} \in \mathbb{Z}$

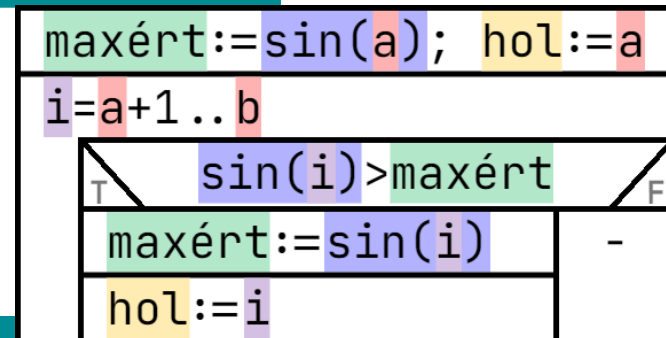
Ef: -

Uf: $(\text{hol},) =$

$\text{MAX}(i=a..b, \sin(i))$



Változó
 i : Egész
 maxért : H



Változó
 i : Egész,
 maxért : Valós

Alteres visszavezetés példa: eldöntés

Eldöntés

Keresés

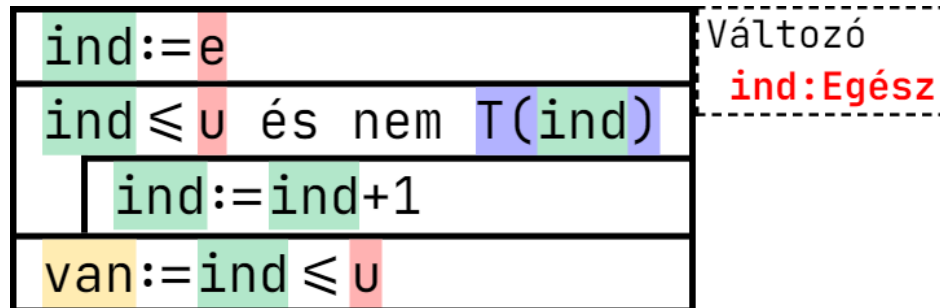
Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Sa: $ind \in \mathbb{Z}$

Ki: $van \in \mathbb{L}$, $ind \in \mathbb{Z}$

Ef: -

Uf: $(van, ind) = \text{KERES}(i=e..u, T(i))$



Eldöntés

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Sa: $ind \in \mathbb{Z}$

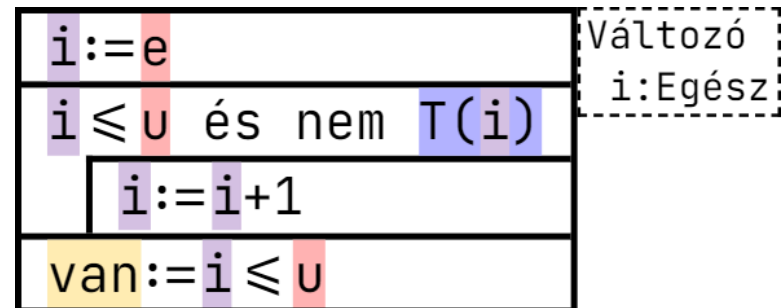
Ki: $van \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf: $(van, ind) = \text{KERES}(i=e..u, T(i))$

Uf: $(van,) = \text{KERES}(i=e..u, T(i))$

Uf: $van = \text{VAN}(i=e..u, T(i))$



Alteres visszavezetés kevesebb bemeneti adat

Adjuk meg egy természetes szám valódi osztóinak számát!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=e..u, 1, T(i))$



Uf: $db = \text{DARAB}(i=e..u, T(i))$

Valódi osztók száma

Be: $n \in \mathbb{N}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=2..n \text{ div } 2, 1, i|n)$

Ha a mintafeladat egy olyan bemeneti adata hiányzik a konkrét feladatból, amelyik nem változtatja értékét, akkor ezt helyettesíthetjük egy olyan adattal, amelyik értéke állandó (konstans). Ettől a feladat nem változik meg. Az értéket az előfeltételben határozzuk meg, azaz a konkrét feladat szigorítja azt. A bevezetett konstans értékű adatnak megfelelő változókat segédváltozóknak tekinthetjük.

Alteres visszavezetés kevesebb bemeneti adat

Adjuk meg egy természetes szám valódi osztóinak számát!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: -

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=e..u, 1, T(i))$



Uf: $db = \text{DARAB}(i=e..u, T(i))$



Valódi osztók száma

Be: $e \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$

Ki: $db \in \mathbb{N}$

Ef: $e=2$

Uf: $db = \text{SZUMMA}(i=e..n \text{ div } 2, 1, i|n)$



Uf: $db = \text{DARAB}(i=e..n \text{ div } 2, i|n)$

Ha a mintafeladat egy olyan bemeneti adata hiányzik a konkrét feladatból, amelyik nem változtatja értékét, akkor ezt helyettesíthetjük egy olyan adattal, amelyik értéke állandó (konstans). Ettől a feladat nem változik meg. Az értéket az előfeltételben határozzuk meg, azaz a konkrét feladat szigorítja azt. A bevezetett konstans értékű adatnak megfelelő változókat segédváltozóknak tekinthetjük.

Paraméteres visszavezetés több bemeneti adat

Osztja-e k az a és b közötti számok
valamelyikét?

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [e..u] : (T(i))$



Uf: $\text{van} = \text{VAN}(i = e..u, T(i))$

Valódi osztók száma

Be: $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{N}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [a..b] : (k | i)$

Ha a konkrét feladat olyan plusz bemeneti adatot is tartalmaz, amelynek értéke állandó, akkor

1. rögzítsük az értékét (konstans, nem kell feltüntetni az adatok között)
2. a visszavezetés így adott érték mellett megtehető, hiszen az adatok egyeznek
3. ez k minden lehetséges értéke mellett megtehető, ezért ezt olyan adatként jelezzük, amely a program elején felvesz egy állandó értéket

Paraméteres visszavezetés több bemeneti adat

Osztja-e k az a és b közötti számok
valamelyikét?

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [e..u] : (T(i))$



Uf: $\text{van} = \text{VAN}(i = e..u, T(i))$



Valódi osztók száma

Be: $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [a..b] : (13 \mid i)$



Uf: $\text{van} = \text{VAN}(i = a..b, 13 \mid i)$

$k=13$

Ha a konkrét feladat olyan plusz bemeneti adatot is tartalmaz, amelynek értéke állandó, akkor

1. rögzítsük az értékét (konstans, nem kell feltüntetni az adatok között)
2. a visszavezetés így adott érték mellett megtehető, hiszen az adatok egyeznek
3. ez k minden lehetséges értéke mellett megtehető, ezért ezt olyan adatként jelezzük, amely a program elején felvesz egy állandó értéket

Paraméteres visszavezetés több bemeneti adat

Osztja-e k az a és b közötti számok
valamelyikét?

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [e..u] : (T(i))$



Uf: $\text{van} = \text{VAN}(i = e..u, T(i))$



Valódi osztók száma

Be: $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{N}$

minden k -ra

Ki: $\text{van} \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf: $\text{van} = \exists i \in [a..b] : (k | i)$



Uf: $\text{van} = \text{VAN}(i = a..b, k | i)$

Ha a konkrét feladat olyan plusz bemeneti adatot is tartalmaz, amelynek értéke állandó, akkor

1. rögzítsük az értékét (konstans, nem kell feltüntetni az adatok között)
2. a visszavezetés így adott érték mellett megtehető, hiszen az adatok egyeznek
3. ez k minden lehetséges értéke mellett megtehető, ezért ezt olyan adatként jelezzük, amely a program elején felvesz egy állandó értéket

Példa

Ez miért is tehető meg,
amikor nem is hasonlítanak?

Egy hőmérsékletstatistika alapján add
meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$, $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$
 $\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $n \in \mathbb{N}$, $\text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

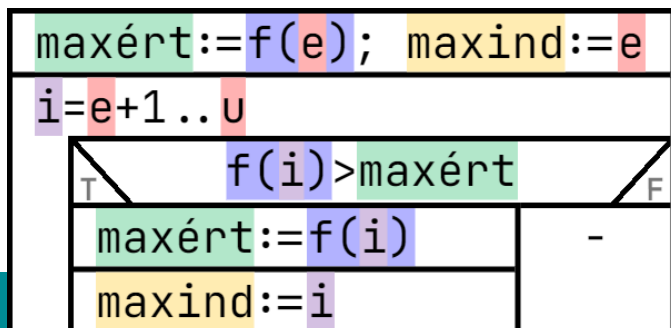
Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és

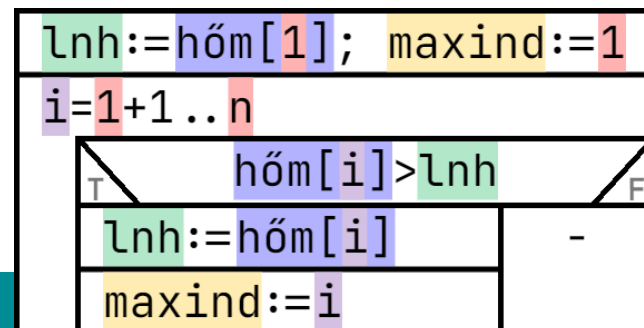
$\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$

Uf: $(, \text{lnh}) =$
 $\text{MAX}(i=1..n, \text{hőm}[i])$

$\text{maxind}, \text{maxért} \sim \text{maxind}, \text{lnh}$
 $e..u \sim 1..n$
 $f(i) \sim \text{hőm}[i]$



Változó
 i : Egész



Változó
 i : Egész,
 maxind : Egész

Példa

Egy hőmérsékletstatisztika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $n \in \mathbb{N}$, $\text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Ki: $l_{nh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és

$\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$

Uf: $\exists i \in [1..n]: (l_{nh} = \text{hőm}[i])$ és

$\forall i \in [1..n]: (l_{nh} \geq \text{hőm}[i])$

Ez maximumkiválasztás!

Példa

Egy hőmérsékletstatistika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$, $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és

$\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és

$\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$

$\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $n \in \mathbb{N}$, $\text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és

$\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$

Uf: $\exists i \in [1..n]: (\text{lnh} = \text{hőm}[i])$ és

$\forall i \in [1..n]: (\text{lnh} \geq \text{hőm}[i])$

De ha összehasonlítjuk, akkor maximumkiválasztást csak nyomokban tartalmaz!

Példa

Egy hőmérsékletstatisztika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}, \text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és

$\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és

$\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$

$\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $n \in \mathbb{N}, \text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és

$\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$

Uf: $\exists i \in [1..n]: (\text{lnh} = \text{hőm}[i])$ és

$\forall i \in [1..n]: (\text{lnh} \geq \text{hőm}[i])$

1. Paraméteres visszavezetés

A tömb olyan értékét nem változtató bemenő adat, amelyet – értékét állandó paraméternek véve – elhagyhatónak tekintünk.

Példa

Egy hőmérsékletstatistika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$, $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és
 $\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és
 $\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$
 $\text{MAX}(i = e..u, f(i))$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $e \in \mathbb{N}$, $u \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $\text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és
 $\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$
és $e = 1$ és $u = n$ és $e \leq u$

Uf: $\exists i \in [1..n]: (\text{lnh} = \text{hőm}[i])$ és
 $\forall i \in [1..n]: (\text{lnh} \geq \text{hőm}[i])$

2. Alteres visszavezetés (kevesebb bemeneti adat)

A feladat implicit módon tartalmazza az intervallum határait. Ezek állandó értékek
→ beemelhetők az adatok közé → előfeltétel

Példa

Egy hőmérsékletstatisztika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}, \text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és
 $\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és
 $\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$
 $\text{MAX}(i = e..u, f(i))$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $e \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, \text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és
 $\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$
és $e = 1$ és $u = n$ és $e \leq u$

Uf: $\exists i \in [1..n]: (\text{lnh} = \text{hőm}[i])$ és
 $\forall i \in [1..n]: (\text{lnh} \geq \text{hőm}[i])$

3. Alteres visszavezetés (kevesebb kimeneti adat)

A mintafeladat kimeneti adata segédadattá avanzsálható, a konkrét feladatban ugyanilyen néven megjelenik segédadat

Példa

Egy hőmérsékletstatistika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxért} \in H$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és
 $\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és
 $\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$
 $\text{MAX}(i = e..u, f(i))$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $e \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, \text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és
 $\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$
és $e = 1$ és $u = n$ és $e \leq u$

Uf: $\exists i \in [1..n]: (\text{lnh} = \text{hőm}[i])$ és
 $\forall i \in [1..n]: (\text{lnh} \geq \text{hőm}[i])$

4. Általános visszavezetés (szigorúbb előfeltétel)

A konkrét feladat előfeltétele szigorúbb, így szűkíti a megoldás értelmezési tartományát, ami megtehető

Példa

Egy hőmérsékletstatistika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és
 $\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$ és
 $\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$
 $\text{MAX}(i = e..u, f(i))$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $e \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, \text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és
 $\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$
és $e = 1$ és $u = n$ és $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [1..n]$ és
 $\forall i \in [1..n]: (\text{hőm}[\text{maxind}] \geq \text{hőm}[i])$
és $\text{lnh} = \text{hőm}[\text{maxind}]$

5. Általános visszavezetés (gyengébb utófeltétel)

Utófeltétel átalakítása: a bevezetett segédadattal átfogalmazható, mit tudunk lnh és $e, u, \text{hőm}$ kapcsolatáról \rightarrow szigorítjuk az utófeltételt

Példa

Egy hőmérsékletstatisztika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}, u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és

$\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$
és $\text{maxért} = f(\text{maxind})$

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $e \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, \text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $e \leq u$ és $e = 1$ és $u = n$ és
 $n > 0$ és

$\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$

Uf: $\text{maxind} \in [1..n]$ és

$\forall i \in [1..n]: (\text{hőm}[\text{maxind}] \geq \text{hőm}[i])$
és $\text{lnh} = \text{hőm}[\text{maxind}]$

Kis átrendezéssel a konkrét feladat megfeleltethető a mintafeladatnak.

Példa

Egy hőmérsékletstatisztika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{maxért} \in H$

Ef: $e \leq u$

Uf: $\text{maxind} \in [e..u]$ és
 $\forall i \in [e..u]: (f(\text{maxind}) \geq f(i))$
és $\text{maxért} = f(\text{maxind})$



Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$
 $\text{MAX}(i=e..u, f(i))$

maxind	\sim	maxind	\sim	lnh
$e..u$	\sim	$1..n$		
$f(i)$	\sim	$\text{hőm}[i]$		

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $e \in \mathbb{N}$, $u \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $\text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

Sa: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$

Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $e \leq u$ és $e=1$ és $u=n$ és
 $n > 0$ és

$\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$

Uf: $\text{maxind} \in [1..n]$ és
 $\forall i \in [1..n]: (\text{hőm}[\text{maxind}] \geq \text{hőm}[i])$
és $\text{lnh} = \text{hőm}[\text{maxind}]$



Uf: $(\text{maxind}, \text{lnh}) =$
 $\text{MAX}(i=1..n, \text{hőm}[i])$

A visszavezetés megtehető

Példa

Egy hőmérsékletstatisztika alapján add meg a legnagyobb hőmérsékletet!

Feladatsablon

Be: $e \in \mathbb{Z}$, $u \in \mathbb{Z}$

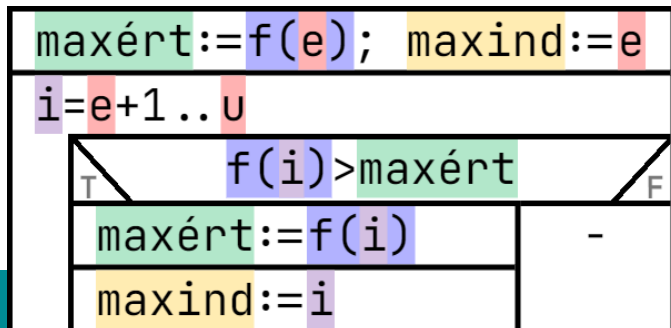
Ki: $\text{maxind} \in \mathbb{Z}$, $\text{maxért} \in \mathbb{H}$

Ef: $e \leq u$

Uf: $(\text{maxind}, \text{maxért}) =$

$\text{MAX}(i = e..u, f(i))$

maxind	maxért	\sim	maxind	lnh
$e..u$		\sim	$1..n$	
$f(i)$		\sim	$\text{hőm}[i]$	



Változó
 i : Egész

Legnagyobb hőmérséklet

Be: $n \in \mathbb{N}$, $\text{hőm} \in \mathbb{R}[1..n]$

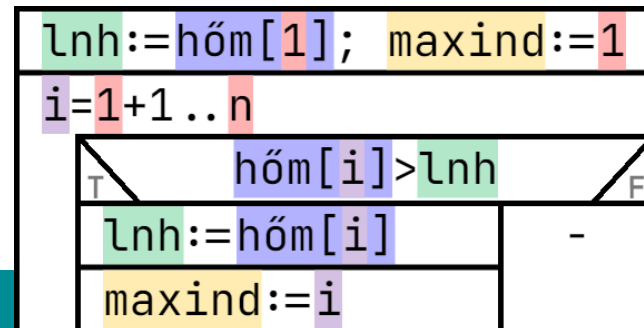
Ki: $\text{lnh} \in \mathbb{R}$

Ef: $n > 0$ és

$\forall i \in [1..n]: (-100 \leq \text{hőm}[i] \leq 100)$

Uf: $(, \text{lnh}) =$

$\text{MAX}(i = 1..n, \text{hőm}[i])$



Változó
 i : Egész,
 maxind : Egész