



ELTE | IK

# PROGRAMOZÁS

## Halmazok

Horváth Győző



# Programozási minták

1. Összegzés
2. Megszámolás
3. Maximumkiválasztás
  - a. Minimumkiválasztás
4. Feltételes maximumkeresés
5. Keresés
6. Eldöntés
  - a. Mind eldöntés
7. Kiválasztás
8. Másolás
9. Kiválogatás

Most Common DUPLO Parts



# Halmazok (dinamikus) tömbben

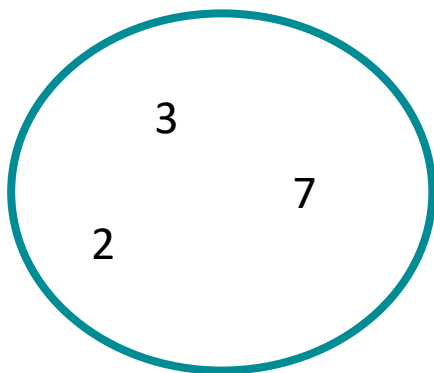


# Halmazok

- Minden elem egyszer szerepel benne
- Ábrázolás
  - (Dinamikus) tömbben
  - Logikai vektorban

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h



1	2	3
3	7	2

**HalmazE:** Minden elem egyszer szerepel-e?

**Másképp:** Minden elemre igaz, hogy előtte nem szerepel önmaga?

**Specifikáció:**

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $h \in \mathbb{Z}[1..n]$

Ki:  $\text{halmaz} \in \mathbb{L}$

Fv:  $\text{nincs} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  $\text{nincs}(i) = \mathbf{MIND}(j=1..i-1, h[i] \neq h[j])$

Ef: -

Uf:  $\text{halmaz} = \mathbf{MIND}(i=2..n, \text{nincs}(i))$

# ElemE

1	2	3
3	7	2

**ElemE:** Egy adott érték benne van-e a tömbben?

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $h \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $e \in \mathbb{Z}$

Ki:  $elem \in \mathbb{L}$

Ef: -

Uf:  $elem = \text{VAN}(i=1..n, h[i]=e)$

1	2	3
3	7	2

**HalmazÉpít:** Egy „sima” tömböt halmazzá alakít.

**Másképp:** Válogassuk az először szereplő elemeket (akik előtt nincs önmaguk).

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $t \in \mathbb{Z}[1..n]$

Ki:  $db \in \mathbb{N}$ ,  $h \in \mathbb{Z}[1..db]$

Fv:  $nincs: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  $nincs(i) = \mathbf{MIND}(j=1..i-1, t[i] \neq t[j])$

Ef: -

Uf:  $(db, h) = \mathbf{KIVÁLOGAT}(i=1..n, nincs(i), t[i])$

# Metszet

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5
1	4	5	2	7

**Metszet:** Vegyük két halmaz azon elemeit, amelyek az egyikben **és** a másikban is benne vannak!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $y \in \mathbb{Z}[1..m]$

Ki:  $db \in \mathbb{N}$ ,  $metszet \in \mathbb{Z}[1..db]$

Ef:  $\text{HalmazE}(x)$  és  $\text{HalmazE}(y)$

Uf:  $\text{HalmazE}(metszet)$  és  $\forall i \in [1..db]:$

$\text{ElemeE}(x, metszet[i])$  **és**  $\text{ElemeE}(y, metszet[i])$



# Metszet

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5
1	4	5	2	7

**Metszet:** Vegyük két halmaz azon elemeit, amelyek az egyikben **és** a másikban is benne vannak!

**Másképp:** Válogassuk ki az egyik tömbből azokat az elemeket, amelyek a másikban is benne vannak!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $y \in \mathbb{Z}[1..m]$

Ki:  $db \in \mathbb{N}$ ,  $metszet \in \mathbb{Z}[1..db]$

Fv:  $benne: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  $benne(i) = \text{VAN}(j=1..m, x[i]=y[j])$

Ef:  $\text{HalmazE}(x)$  és  $\text{HalmazE}(y)$

Uf:  $(db, metszet) = \text{KIVÁLOGAT}(i=1..n, benne(i), x[i])$

# Unió

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5
1	4	5	2	7

**Unió:** Vegyük két halmaz azon elemeit, amelyek vagy az egyikben, **vagy** a másikon vannak!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $y \in \mathbb{Z}[1..m]$

Ki:  $db \in \mathbb{N}$ ,  $unió \in \mathbb{Z}[1..db]$

Ef:  $\text{HalmazE}(x)$  és  $\text{HalmazE}(y)$

Uf:  $\text{HalmazE}(unió)$  és  $\forall i \in [1..db]:$   
 $\text{ElemE}(x, unió[i])$  **vagy**  $\text{ElemE}(y, unió[i])$

# Unió

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5
1	4	5	2	7

**Másképp:** Vegyük az egyik tömböt, majd válogassuk ki a másiktól azokat az elemeket, amelyek az egyikből hiányoznak, és fűzzük a végére!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $y \in \mathbb{Z}[1..m]$

Ki:  $db \in \mathbb{N}$ ,  $unió \in \mathbb{Z}[1..db]$

Sa:  $deltadb \in \mathbb{N}$ ,  $delta \in \mathbb{Z}[1..deltadb]$

Fv:  $benne: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  $benne(i) = \text{VAN}(j=1..n, y[i]=x[j])$

Ef:  $\text{HalmazE}(x)$  és  $\text{HalmazE}(y)$

Uf:  $(deltadb, delta) = \text{KIVÁLOGAT}(i=1..m, \text{nem benne}(i), y[i])$  és  
 $db = n + deltadb$  és

$\forall i \in [1..n]: (unió[i] = x[i])$  és

$\forall i \in [1..deltadb]: (unió[n+i] = delta[i])$

# Unió

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5
1	4	5	2	7

**Másképp:** Vegyük az egyik tömböt, majd válogassuk ki a másiktól azokat az elemeket, amelyek az egyikből hiányoznak, és fűzzük a végére!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $y \in \mathbb{Z}[1..m]$

Ki:  $db \in \mathbb{N}$ ,  $unió \in \mathbb{Z}[1..db]$

Sa:  $deltadb \in \mathbb{N}$ ,  $delta \in \mathbb{Z}[1..deltadb]$

Fv:  $benne: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  $benne(i) = \text{VAN}(j=1..n, y[i]=x[j])$

Fv:  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(i) = \{x[i], \text{ ha } 1 \leq i \leq n;$   
 $\quad \quad \quad delta[i-n] \text{ egyébként} \}$

Ef: -

Uf:  $(deltadb, delta) = \text{KIVÁLOGAT}(i=1..m, \text{ nem benne}(i), y[i])$  és  
 $db = n + deltadb$  és  $unió = \text{MÁSOL}(i=1..db, f(i))$

1	2	3
3	7	2

**Halmazba:** Egy elem betevése a halmazba.

**Másképp:** Ha nincs a tömbben, tegyük a tömb végére.

**Specifikáció:**

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $h \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $e \in \mathbb{Z}$

Ki:  $n' \in \mathbb{N}$ ,  $h' \in \mathbb{Z}[1..n']$

Fv:  $\text{elem} : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  $\text{elem}(e) = \text{VAN}(i=1..n, h[i]=e)$

Ef:  $\text{HalmazE}(h)$

Uf:  $\text{elem}(e) \rightarrow (n'=n \text{ és } h'=h) \text{ és}$

$\text{nem elem}(e) \rightarrow$

$(n'=n+1 \text{ és } \forall i \in [1..n] : (h[i]=h'[i])) \text{ és } h'[n']=e)$

1	2	3
3	7	2

**Halmazba:** Egy elem betevése a halmazba.

**Másképp:** Ha nincs a tömbben, tegyük a tömb végére.

## Állapottér specifikáció:

$A = (n:N, h:Z[1..n], e:Z)$

$Ef = (n=n' \text{ és } h=h' \text{ és } e=e')$

$Uf = (\text{benne}(e) \rightarrow Ef \text{ és }$

$\text{nem benne}(e) \rightarrow$

$(n=n'+1 \text{ és } \forall i \in [1..n]: (h[i]=h'[i]) \text{ és } h[n]=e))$

$Fv: \text{benne}:Z \rightarrow L, \text{benne}(e) = \text{VAN}(i=1..n, h[i]=e)$

1	2	3
3	7	2

**Halmazba:** Egy elem kivétele a halmazból.

**Másképp:** Ha benne van a tömbben, a tömb utolsó elemét tegyük a helyére.

**Specifikáció:**

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $h \in \mathbb{Z}[1..n]$ ,  $e \in \mathbb{Z}$

Ki:  $n' \in \mathbb{N}$ ,  $h' \in \mathbb{Z}[1..n']$

Sa:  $\text{van} \in \mathbb{L}$ ,  $\text{ind} \in \mathbb{N}$

Fv:  $\text{eleme}: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{L} \times \mathbb{N}$ ,  $\text{eleme}(e) = \text{KERES}(i=1..n, h[i]=e)$

Ef: -

Uf:  $(\text{van}, \text{ind}) = \text{eleme}(e)$  és

nem van  $\rightarrow (n' = n \text{ és } h' = h)$  és

van  $\rightarrow (n' = n - 1 \text{ és}$

$\forall i \in [1..ind-1]: (h'[i] = h[i])$  és

$h'[ind] = h[n]$  és

$\forall i \in [ind+1..n-1]: (h'[i] = h[i]))$

# Halmazok logikai vektor



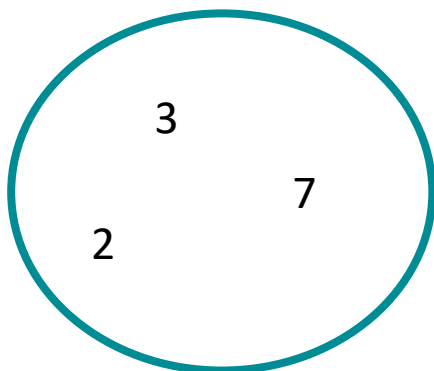


# Halmazok

- Minden elem egyszer szerepel benne
- Ábrázolás
  - (Dinamikus) tömbben
  - Logikai vektorban

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h



# ElemE

1	2	3
3	7	2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h

**ElemE:** Egy adott érték benne van-e a tömbben?

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $h \in L[1..n]$ ,  $e \in [1..n]$

Ki:  $elem \in L$

Ef: -

Uf:  $elem = h[e]$

# HalmazÉpít

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h

**HalmazÉpít:** Egy „sima” tömböt halmazzá alakít.

**Másképp:** Azok az elemek igazak, amelyek szerepelnek a tömbben.

## Specifikáció:

Be:  $tdb \in \mathbb{N}$ ,  $t \in E[1..tdb]$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $E = [1..n]$

Ki:  $h \in L[1..n]$

Fv:  $benne: \mathbb{N} \rightarrow L$ ,  $benne(i) = \text{VAN}(j=1..tdb, t[j]=i)$

Ef: -

Uf:  $h = \text{MÁSOL}(i=1..n, benne(i))$

# Metszet

**Metszet:** Vegyük két halmaz azon elemeit, amelyek az egyikben **és** a másikban is benne vannak!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in L[1..n]$ ,  $y \in L[1..n]$

Ki:  $\text{metszet} \in L[1..n]$

Ef: -

Uf:  $\text{metszet} = \text{MÁSOL}(i=1..n, x[i] \text{ és } y[i])$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	h	i	h	h	h	i	h	i	h

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h

# Unió

**Unió:** Vegyük két halmaz azon elemeit, amelyek az egyikben **vagy** a másikban is benne vannak!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in L[1..n]$ ,  $y \in L[1..n]$

Ki:  $\text{unió} \in L[1..n]$

Ef: -

Uf:  $\text{unió} = \text{MÁSOL}(i=1..n, x[i] \text{ vagy } y[i])$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	h	i	h	h	h	i	h	i	h

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h

# Halmazba

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h

**Halmazba:** Az adott elemet állítsuk **igazra**, a többi változatlan!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}, h \in L[1..n], e \in [1..n]$

$$Ki: h' \in L[1..n]$$

Fv:  $f:N \rightarrow L$ ,  $f(i) = \{h[i], \text{ ha } i \neq e;$   
   igaz egyébként}

Ef: -

Uf:  $h' = \text{MÁSOL}(i=1..n, f(i))$

$$\begin{aligned} \text{Uf: } & \forall i \in [1..e-1]: (h'[i] = h[i]) \text{ és} \\ & h'[e] = \text{igaz és} \\ & \forall i \in [e+1..n]: (h'[i] = h[i]) \end{aligned}$$

# Halmazból

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	i	i	h	h	h	i	h	h	h

**Halmazba:** Az adott elemet állítsuk **hamisra**, a többi változatlan!

## Specifikáció:

Be:  $n \in \mathbb{N}$ ,  $h \in L[1..n]$ ,  $e \in [1..n]$

Ki:  $h' \in L[1..n]$

Fv:  $f: \mathbb{N} \rightarrow L$ ,  $f(i) = \{h[i], \text{ ha } i \neq e;$   
  hamis egyébként}

Ef: -

Uf:  $h' = \text{MÁSOL}(i=1..n, f(i))$

Uf:  $\forall i \in [1..e-1]: (h'[i] = h[i])$  és  
       $h'[e] = \text{hamis}$  és  
       $\forall i \in [e+1..n]: (h'[i] = h[i])$