

Klausurvorbereitung - Numerisches Programmieren

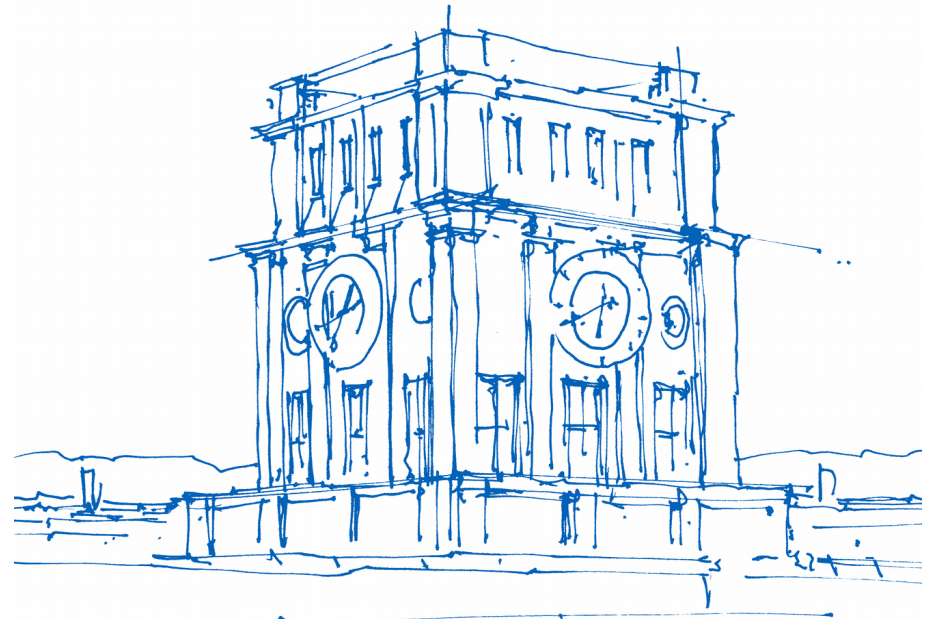
Michael Obersteiner

Technische Universität München

Fakultät für Informatik

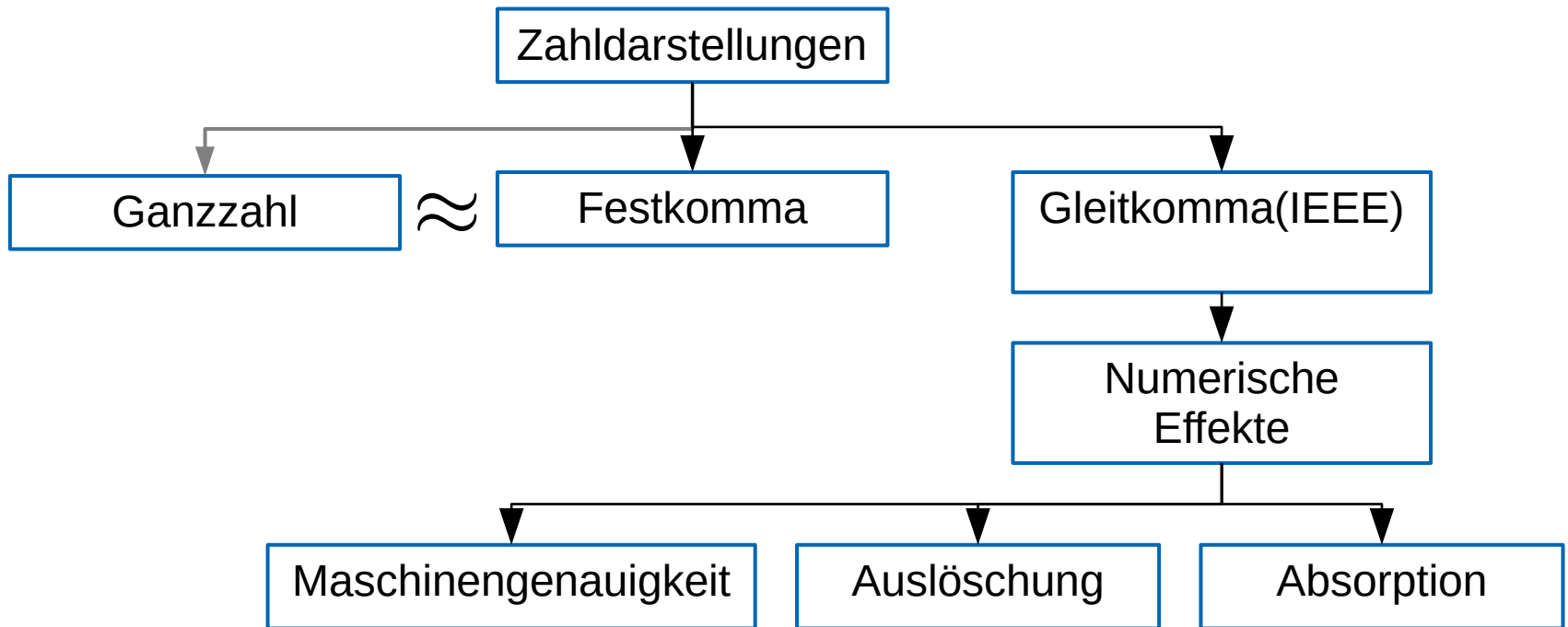
Lehrstuhl für Wissenschaftliches Rechnen

BigBlueButton, 10. Februar 2021



Uhrenturm der TUM

Zahldarstellung



Kondition und Stabilität

Kondition

- Abhängigkeit der Ausgabe von Eingabe (Verstärkungseffekt?)
- Ausgabefehler < Eingabefehler * c

$$\left| \frac{f(\tilde{x}) - f(x)}{f(x)} \right| < \left| \frac{\tilde{x} - x}{x} \right| \cdot c(f, x)$$

- z.B. Approximation durch Ableitung:

$$c(f, x) = \left| \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)} \right|$$

- **Problemspezifisch** und nicht von Implementierung abhängig!
- Vorkonditionierung kann helfen.

Stabilität

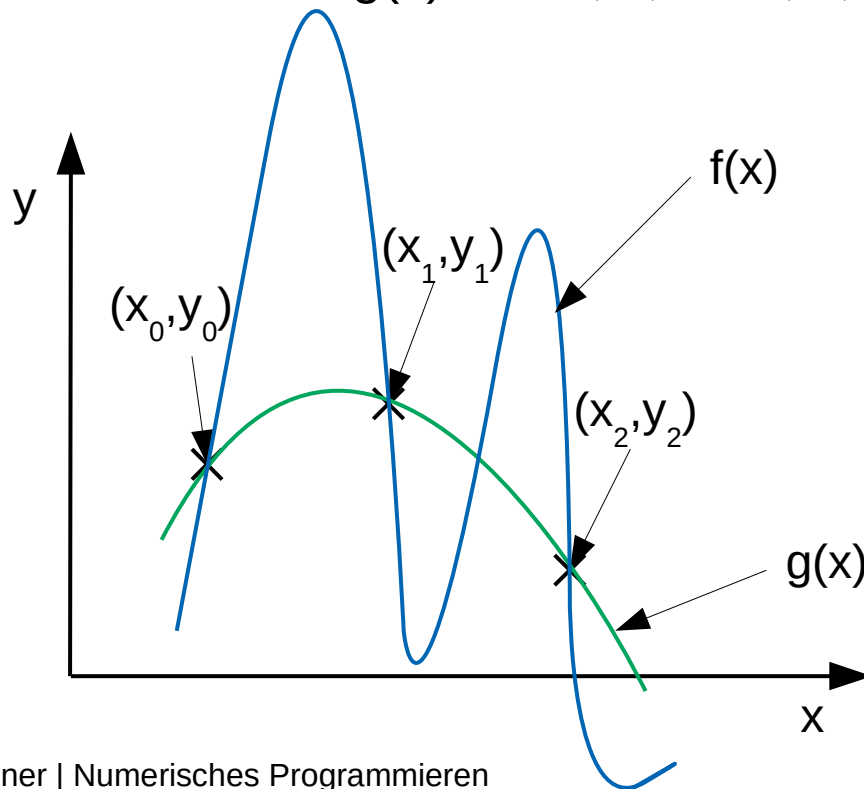
- Wie wirken sich interne Rundungsfehler auf Ausgabe aus?

$$\text{Relativer Fehler} \quad \left| \frac{\tilde{f}(\tilde{x}) - f(\tilde{x})}{f(\tilde{x})} \right|$$

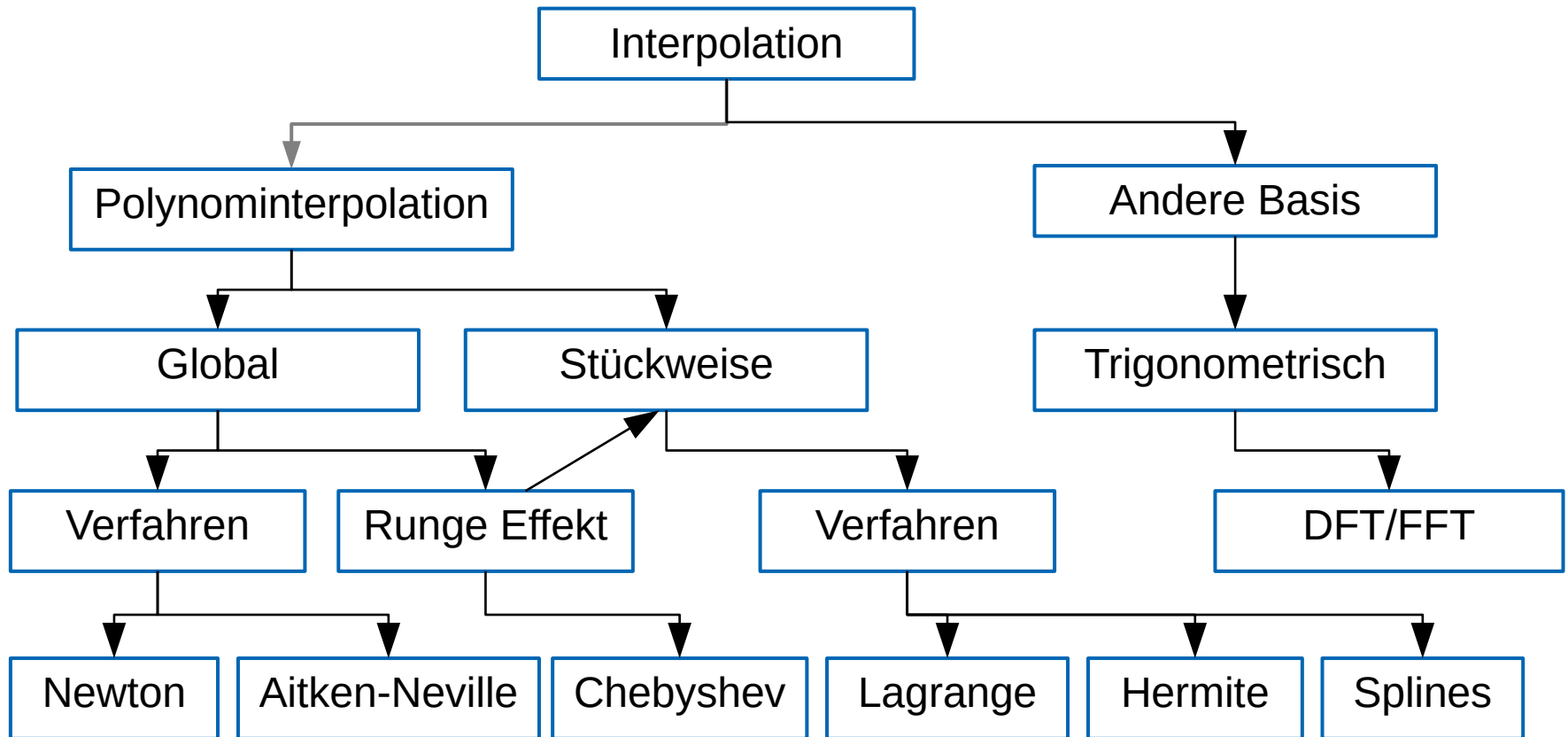
- Abschätzung durch Epsilontik:
 $\text{rd}(x \text{ op } y) = (x \text{ op } y)(1 + \varepsilon); \varepsilon < \varepsilon_{\text{Ma}}$
- Bsp: $\text{rd}(x + y) = (x + y)(1 + \varepsilon)$
- **Implementierungsabhängig!**
- Umformung der Operation kann helfen.

Interpolation

- Gegeben: Stützpunkte (x_i, y_i) als Samples von $f(x)$
- Gesucht: $f(x)$
- Vorgehen: Konstruiere $g(x)$ mit $g(x_i) = f(x_i)$ und idealerweise $g(x) \approx f(x)$

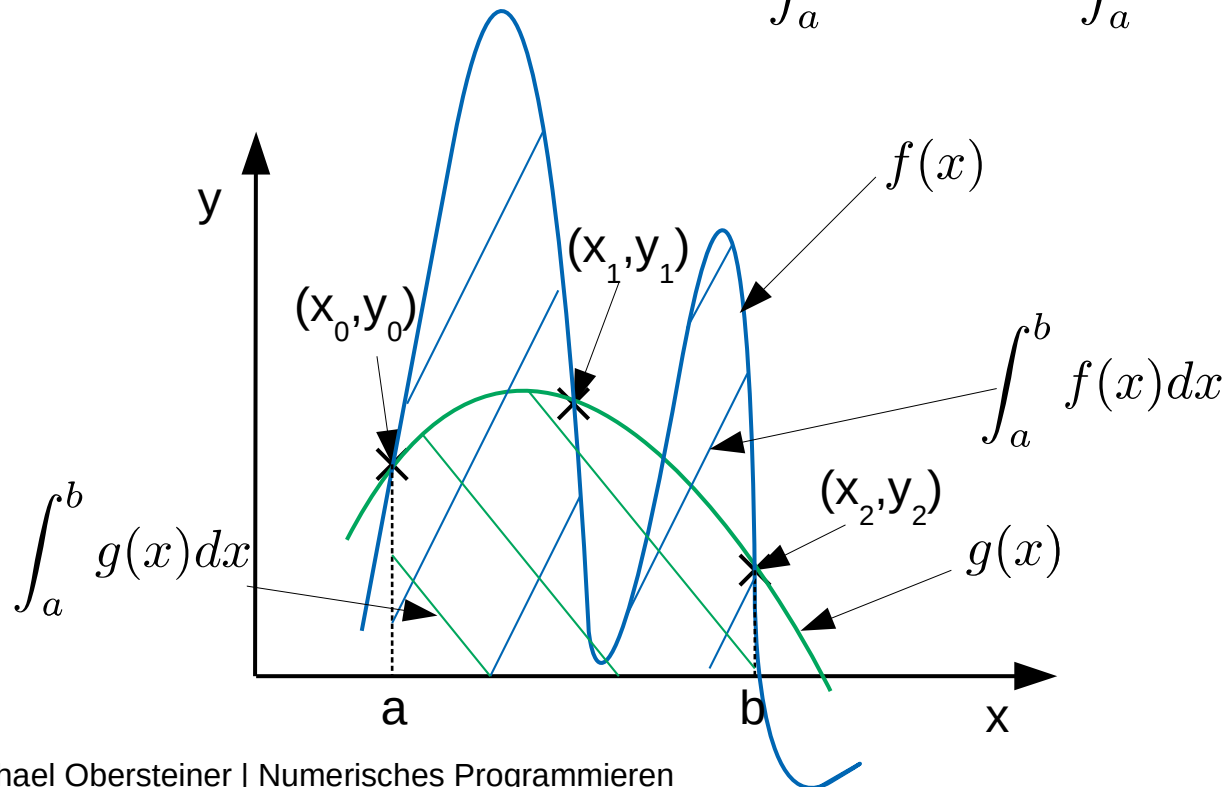


Interpolation

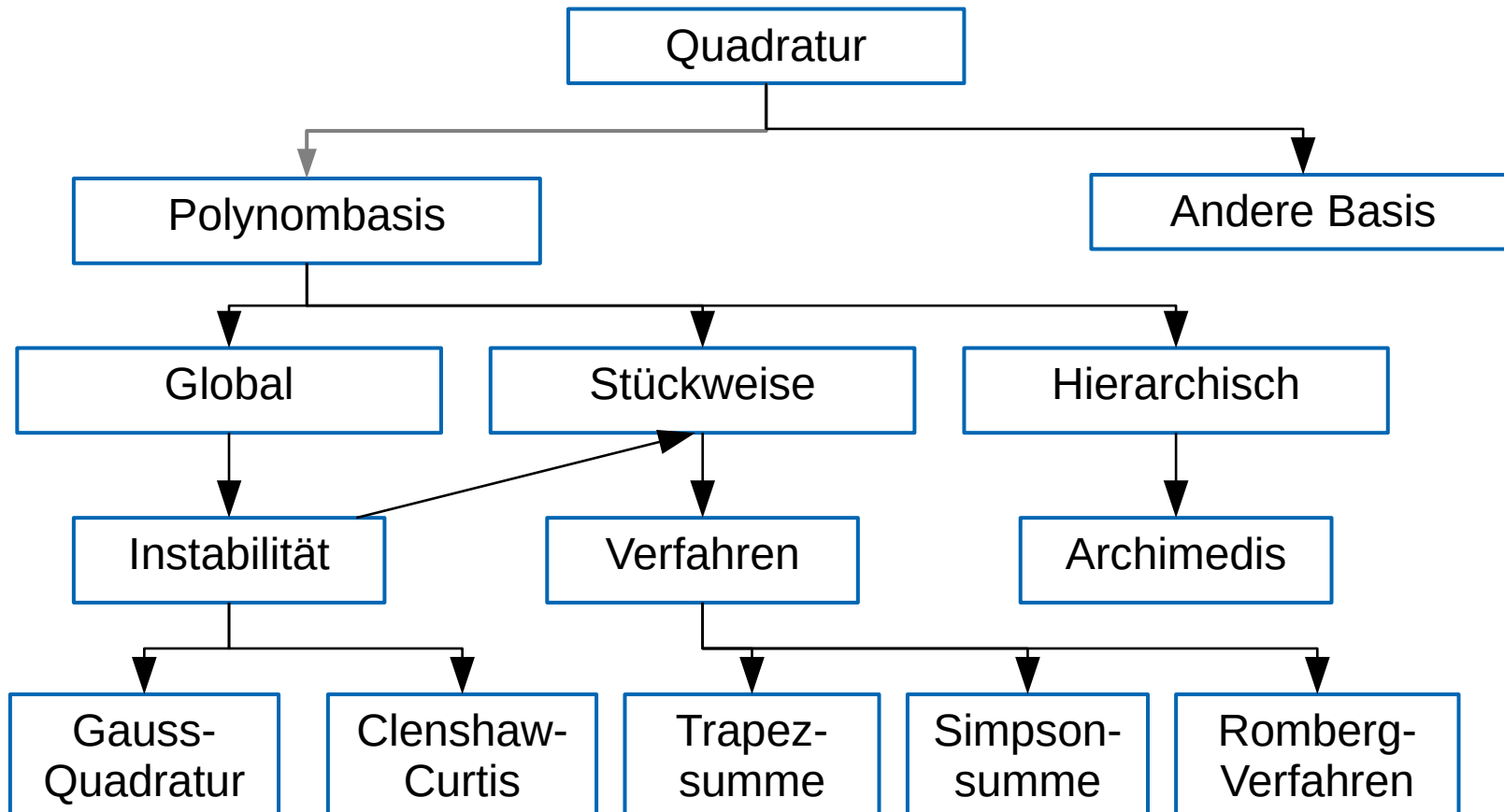


Numerische Quadratur

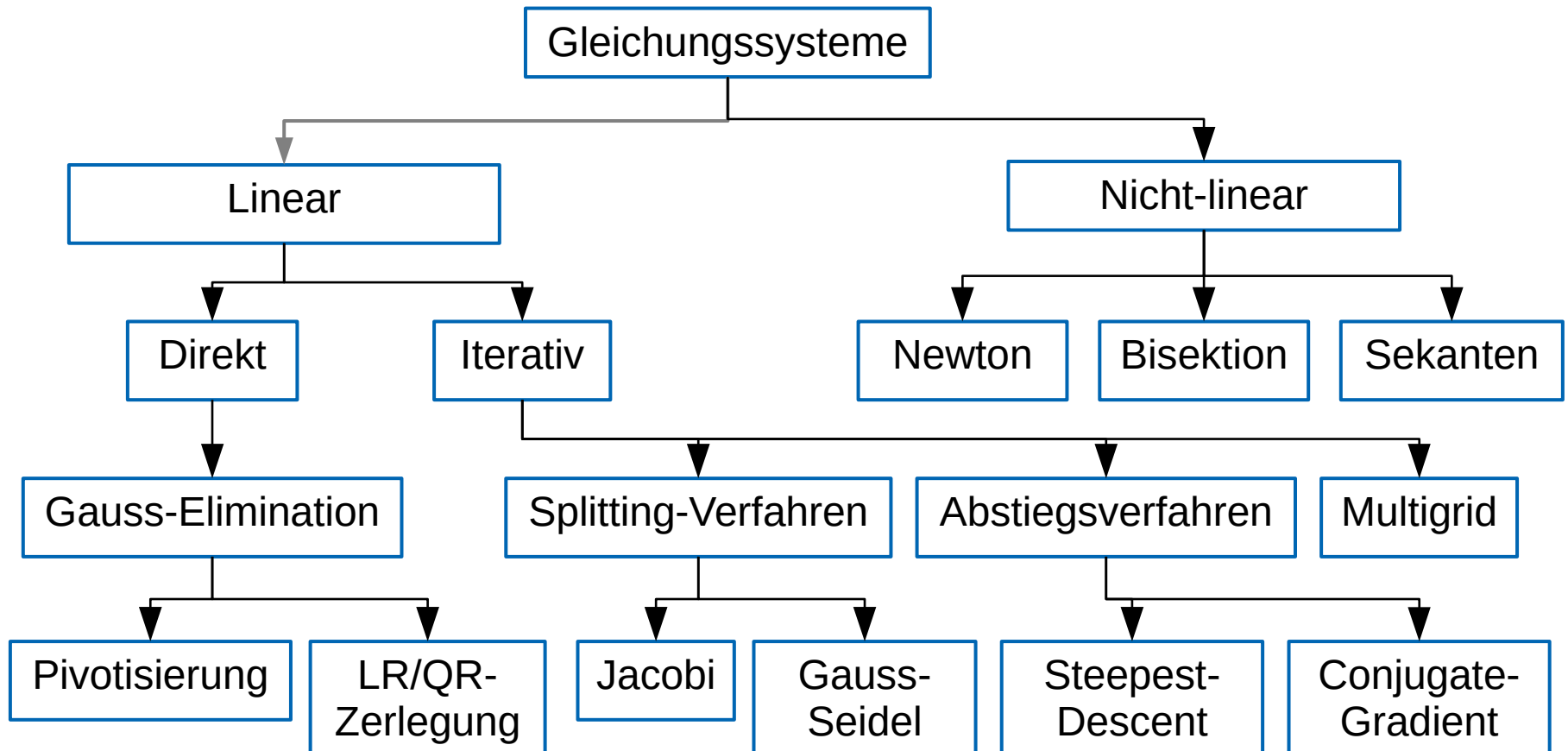
- Ziel: Berechnung des Integrals einer Funktion $f(x)$: $I_f = \int_a^b f(x)dx$
- Problem: Oft nur numerisch Möglich!
- Ansatz: Interpolation mit $g(x) \rightarrow \int_a^b g(x)dx \approx \int_a^b f(x)dx$



Quadratur

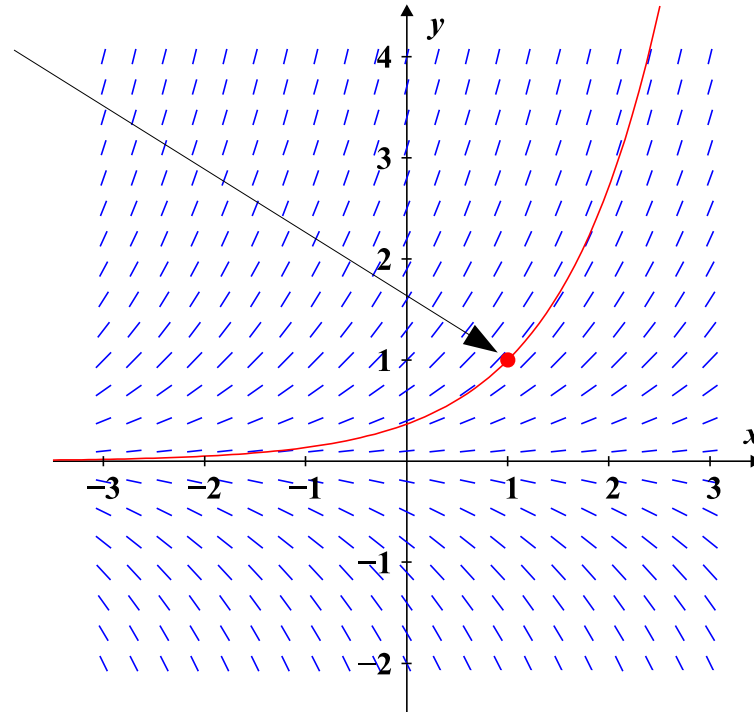


Gleichungssysteme



Gewöhnliche Differentialgleichungen

- Beschreiben Zusammenhang der Ableitung(en) zur Funktion
- Dient zur Beschreibung dynamischer Systeme (zum Beispiel in der Physik)
- Allgemein mit potenziell weiteren Ableitungen: $\dot{y}(t) = f(y(t), t, \dots)$
- Bei uns Beschränkung auf 1. Ableitung: $\dot{y}(t) = f(y(t), t)$
- Eindeutig lösbar mit Anfangswert
- Beispiel: $\dot{y}(t) = y(t)$



Differentialgleichungen

