

# Übung 6 - Numerisches Programmieren

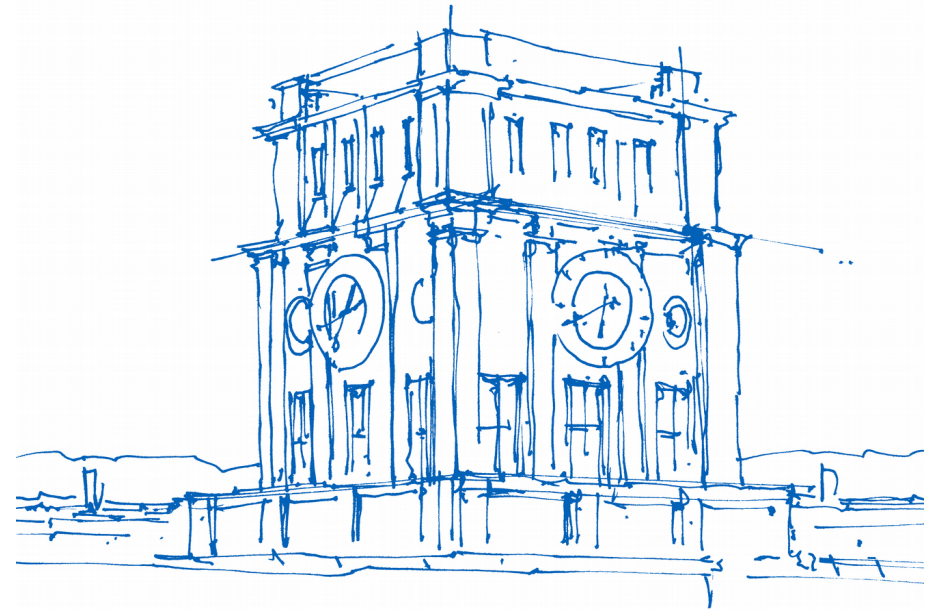
Michael Obersteiner

Technische Universität München

Fakultät für Informatik

Lehrstuhl für Wissenschaftliches Rechnen

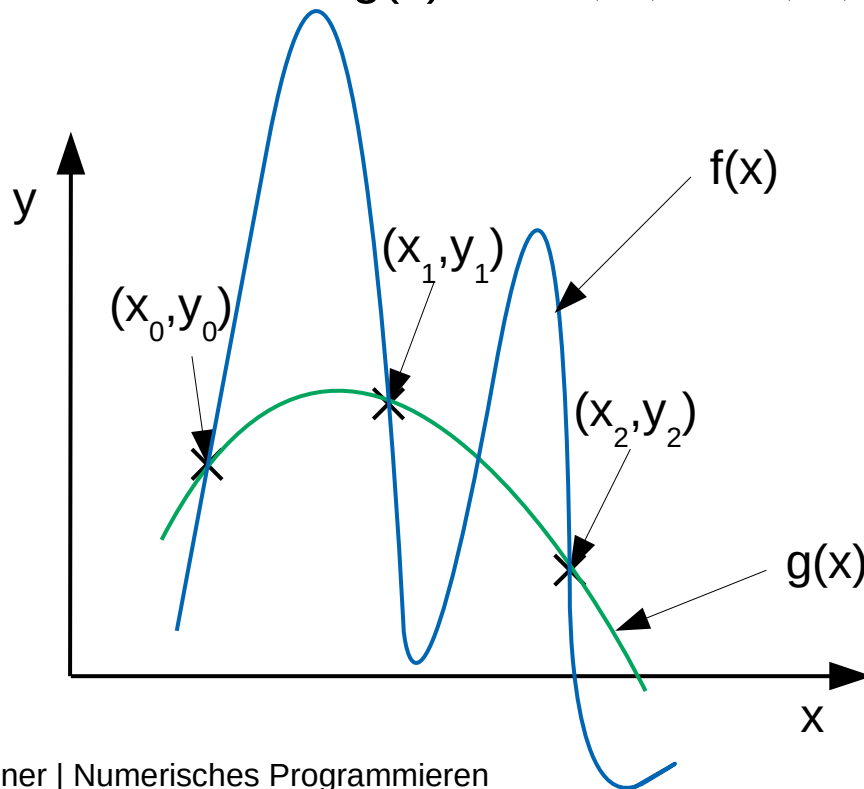
BigBlueButton, 16. Dezember 2020



*Uhrenturm der TUM*

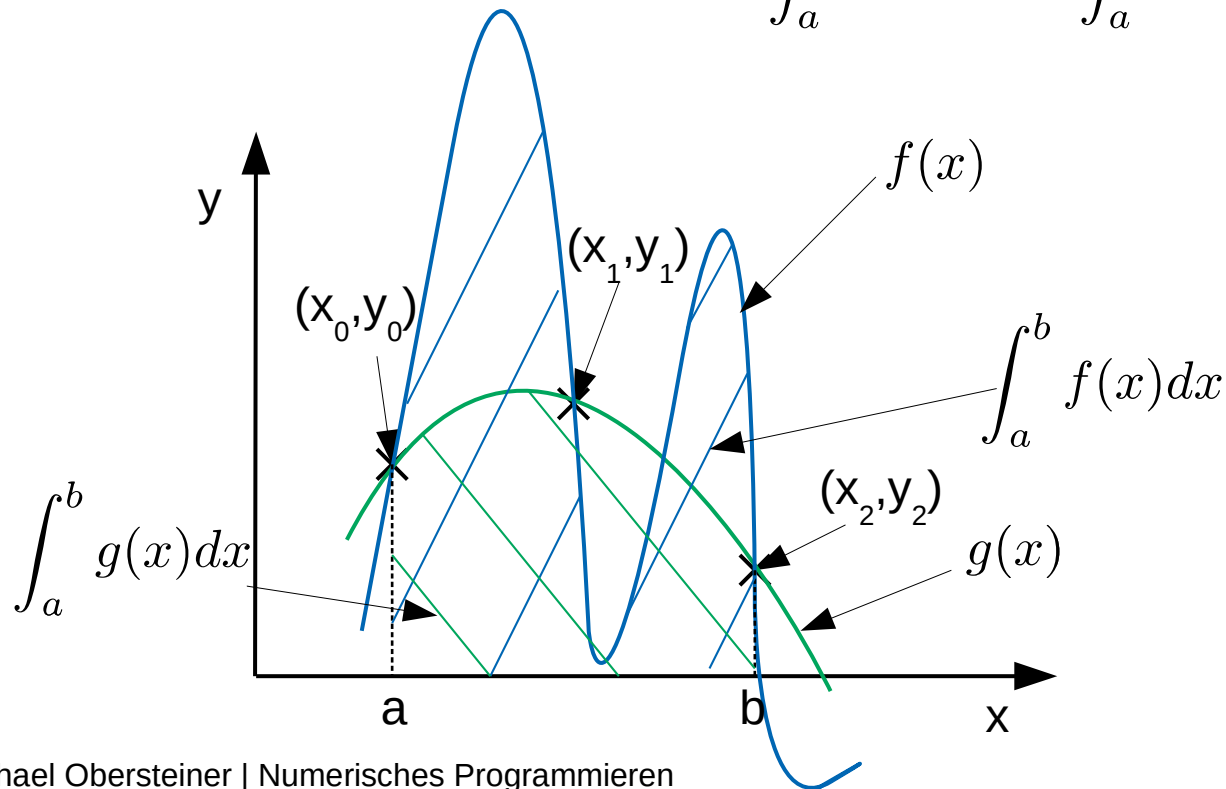
# Recap - Interpolation

- Gegeben: Stützpunkte  $(x_i, y_i)$  als Samples von  $f(x)$
- Gesucht:  $f(x)$
- Vorgehen: Konstruiere  $g(x)$  mit  $g(x_i) = f(x_i)$  und idealerweise  $g(x) \approx f(x)$



# Numerische Quadratur

- Ziel: Berechnung des Integrals einer Funktion  $f(x)$ :  $I_f = \int_a^b f(x)dx$
- Problem: Oft nur numerisch Möglich!
- Ansatz: Interpolation mit  $g(x) \rightarrow \int_a^b g(x)dx \approx \int_a^b f(x)dx$



# Numerische Quadratur

- Ziel: Berechnung des Integrals einer Funktion  $f(x)$ :  $I_f = \int_a^b f(x)dx$
- Problem: Oft nur numerisch Möglich!
- Ansatz: Interpolation mit  $g(x) \rightarrow \int_a^b g(x)dx \approx \int_a^b f(x)dx$
- Algorithmus:
  - 1) Wähle Basis und Stützpunkte
  - 2) Berechne Interpolationsfunktion  $g(x)$
  - 3) Integriere  $g(x) \rightarrow$  Quadraturformel  $Q_g$
- Allgemein: Summe aus Stützwerten  $y_i$  und Gewichten  $w_i$

$$Q_g = \sum_{i=1}^n w_i y_i \quad \text{mit} \quad y_i = f(x_i)$$

# Numerische Quadratur

## Bearbeitung Aufgabe 1

a) Quadraturregel mit 2 Punkten (Trapezregel)

b) Quadraturregel mit 3 Punkten (Fassregel)

# Numerische Quadratur

## Bearbeitung Aufgabe 1

# Numerische Quadratur

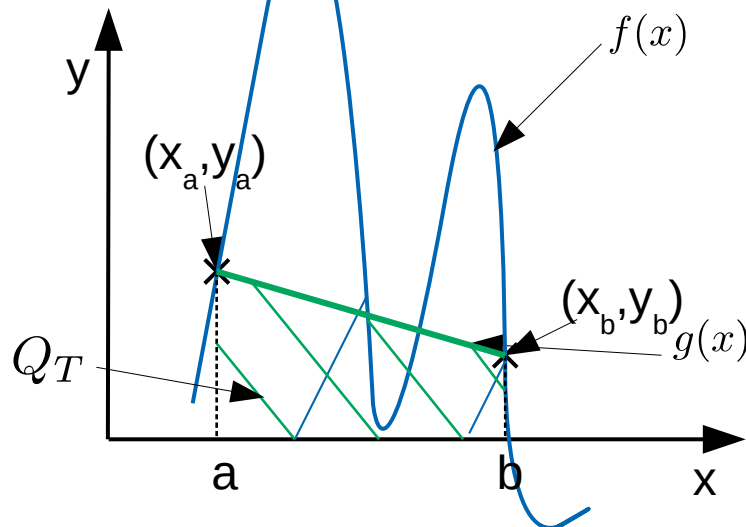
## Bearbeitung Aufgabe 1

# Trapezregel

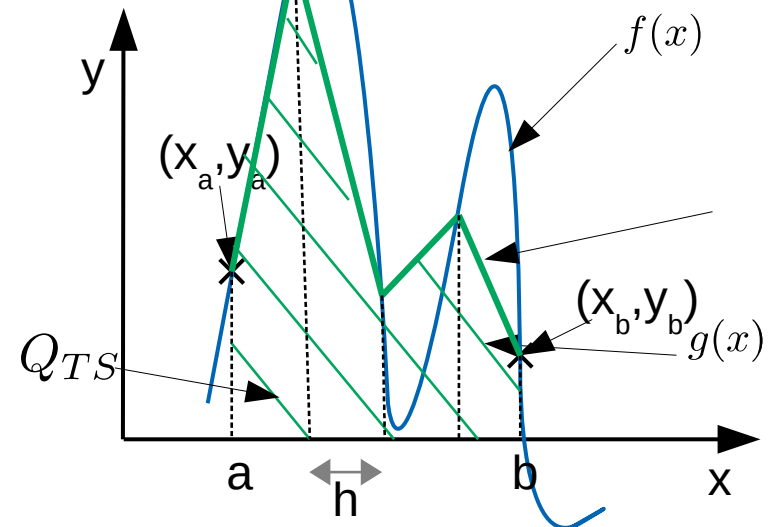
- Approximation mit Trapez:  $Q_T(f) = (b - a) \frac{y_a + y_b}{2}$
- Bei Verkettung mehrere Trapeze → Trapezsumme:

$$Q_{TS}(f; h) = h \cdot \left( \frac{y_0}{2} + y_1 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2} \right); h = \frac{b - a}{n}$$

**Trapezregel**



**Trapezsumme**





# Numerische Quadratur

## Bearbeitung Aufgabe 2

a) Berechnung von Trapezregel

b) Berechnung von Trapezsumme + Fehlerabschätzung

# Numerische Quadratur

## Bearbeitung Aufgabe 2

# Numerische Quadratur

## Bearbeitung Aufgabe 2

# Fassregel/Simpsonsumme

- Approximation mit Parabel:  $Q_F(f) = (b - a) \frac{y_a + 4y_{(a+b)/2} + y_b}{6}$

- Verkettung mehrerer Parabeln → Simpsonsumme:

$$Q_{SS}(f; h) = \frac{h}{3} \cdot (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n); h = \frac{b - a}{n}$$

