

Задания к занятию №5

1. Найти пределы

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(x+3) - \ln x];$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\arcsin 3x};$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x - 1}{3^x - 1};$

4) $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{(x+a)^3 - x^3}{a};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{5x^2+1} - \frac{x^2}{5x-3} \right);$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} 2x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \left(\frac{2}{x} \right);$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{\sin^2 x}};$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{x^2}.$

2. Установить характер разрыва функции в точке x_0 :

1) $f(x) = \frac{x^2-16}{x+4}, x_0 = -4;$

2) $f(x) = \frac{\sin x}{x}, x_0 = 0.$

3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x)$ в точке x_0 :

1) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2}{x-1}, x_0 = 1;$

2) $f(x) = \frac{1}{2^{x-3}-1}, x_0 = 3.$

4*. Исследуйте функцию на непрерывность, укажите тип точек разрыва и построить график функции:

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi x}{2}), & \text{при } |x| \leq 1, \\ |x - 1| & \text{при } |x| \geq 1 \end{cases}$$

5*. Вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sin \operatorname{tg}(x^2/2)}{\ln \cos 3x}.$$