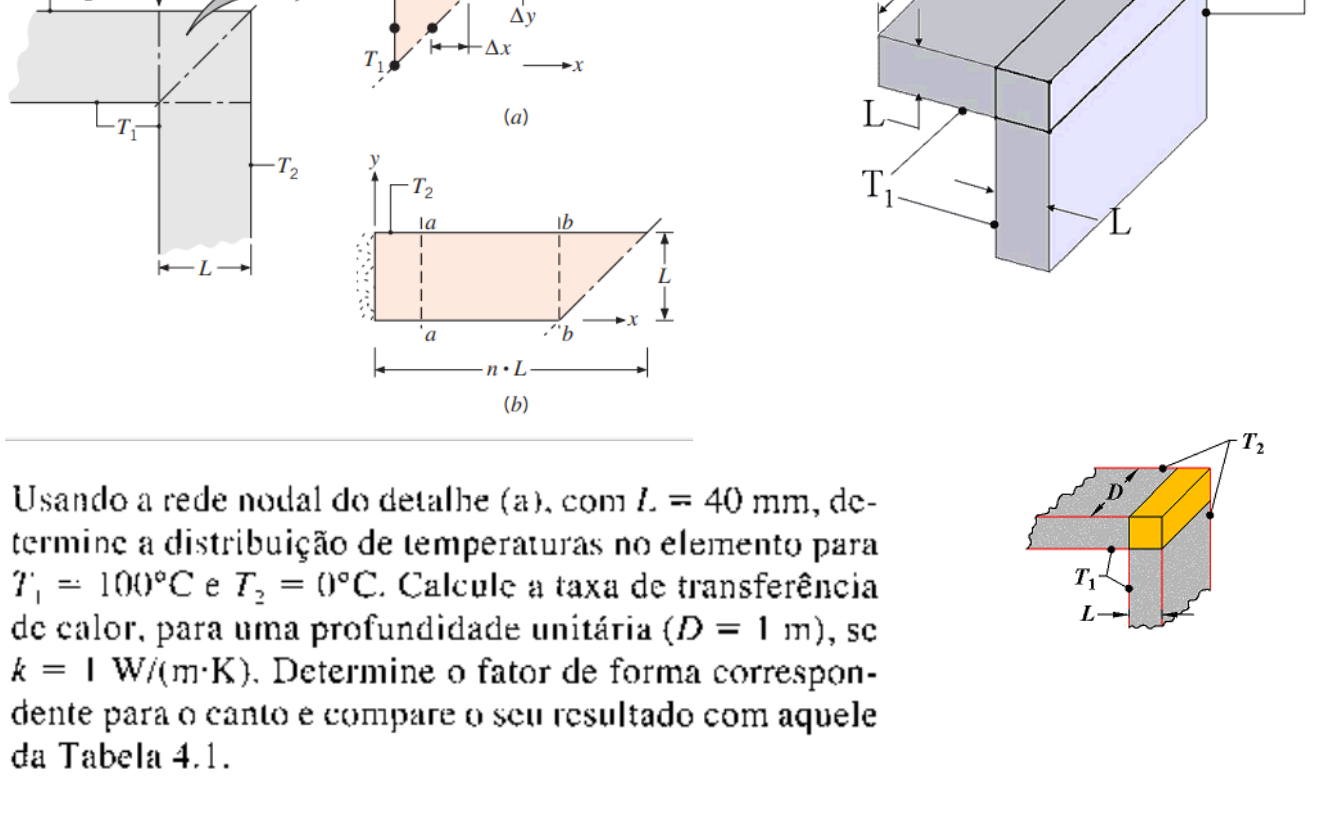
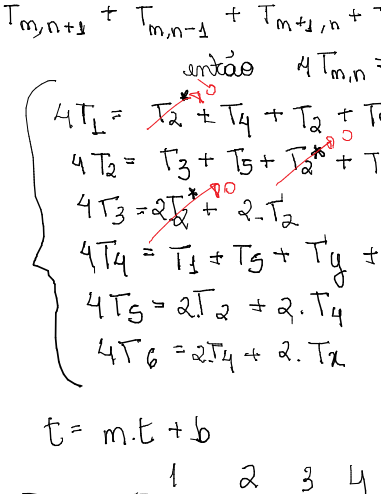
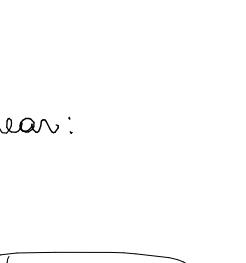


4.62 O fator de forma para a condução através do canto formado por duas paredes adjacentes, com $D > L/5$, onde D e L são a profundidade e a espessura da parede, respectivamente, é mostrado na Tabela 4.1. O elemento simétrico bidimensional do canto, que está representado no detalhe (a), é delimitado pela diagonal de simetria adiabática e por uma seção da espessura da parede, na qual a distribuição de temperaturas é considerada ser linear entre T_1 e T_2 .



(a) Usando a rede nodal do detalhe (a), com $L = 40$ mm, determine a distribuição de temperaturas no elemento para $T_1 = 100^\circ\text{C}$ e $T_2 = 0^\circ\text{C}$. Calcule a taxa de transferência de calor, para uma profundidade unitária ($D = 1$ m), se $k = 1$ W/(m.K). Determine o fator de forma correspondente para o canto e compare o seu resultado com aquele da Tabela 4.1.



$$\begin{aligned} T_2^* &= 0^\circ \\ T_1^* &= 100^\circ \\ \text{Como a distribuição é linear:} \\ \Delta T &= \frac{100^\circ\text{C}}{4} = 25^\circ\text{C} \\ T_2 &= 100 - 25 = 75^\circ\text{C} \\ T_4 &= 75 - 25 = 50^\circ\text{C} \\ T_6 &= 50 - 25 = 25^\circ\text{C} \\ T_8 &= 25 - 25 = 0^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Tabela 4.1
página 63

Como não apenas pontos interiores, pelo Teorema 4.2:

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

$$\begin{cases} 4T_1 = T_2^* + T_4 + T_2 + T_8 \\ 4T_2 = T_3 + T_5 + T_2^* + T_1 \\ 4T_3 = T_4 + 2T_2 \\ 4T_4 = T_1 + T_5 + T_8 + T_6 \\ 4T_5 = 2T_2 + 2T_4 \\ 4T_6 = 2T_4 + 2T_2 \end{cases}$$

$$T = mT + b$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

matriz T matriz coluna, seus valores correspondem às temperaturas desconhecidas dos nós interiores da malha.

matriz b os seus elementos representam os valores das temperaturas fixas nos contornos da área de interesse, onde se procura a distribuição de temperatura.

matriz m matriz quadrada, seus valores (6) são associados a uma equação do sistema de equações, onde os seus elementos não nulos representam as temperaturas desconhecidas dos nós que se pretende encontrar.

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = L_2 - (-0,25) \cdot L_1$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_4 = L_4 - (-0,25) \cdot L_1$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 & -3,75 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ 0 \\ -56,25 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_3 = L_3 - (-0,533) \cdot L_2$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 & -3,75 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,25 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_4 = L_4 - (0,067) \cdot L_2$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0,067 & -3,733 & 1,067 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,633 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_5 = L_5 - (0,533) \cdot L_2$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0,067 & -3,733 & 1,067 & 1 \\ 0 & 0 & 0,533 & -2,133 & -3,967 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,633 \\ -3,333 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_4 = L_4 - (-0,012) \cdot L_3$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_5 = 0,577 \cdot L_5 - (-0,577) \cdot L_4$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,75 & 1 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,67 & 0,123 & 0,533 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,731 & 1,077 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2,763 & 0,577 & -36,988 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ -6,25 \\ -3,33 \\ -56,731 \\ -36,988 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$L_6 = L_6 - (-0,205) \cdot L_5$$

Resolvendo por Gauss em um resquinho a parte os resultados que encontrei são:

0	3	4	5	6	7
16,7	8	9	10	11	12
33,3	13	14	15	16	17
49,9	18	19	20	21	22
66,6	23	24	25	26	27
83,3					
100					

A distribuição de temperatura na malha acima fica:

0	0	0	0	0	0
16,7	16,9	17,14	17,3	16,8	11,7
33,3	33,7	34,33	35,43	38,15	47,0
49,9	50,4	51,0	51,9	53,3	54,6
66,6	66,9	67,4	67,9	68,4	68,4
83,3	83,5	83,7	83,9	84,0	83,9
100	100	100	100	100	100

0	0	0	0	0	0
16,7	16,9	17,14	17,3	16,8	11,7
33,3	33,7	34,33	35,43	38,15	47,0
49,9	50,4	51,0	51,9	53,3	54,6
66,6	66,9	67,4	67,9	68,4	68,4
83,3	83,5	83,7	83,9	84,0	83,9
100	100	100	100	100	100

0	0	0	0	0	0
16,7	16,9	17,14	17,3	16,8	11,7
33,3	33,7	34,33	35,43	38,15	47,0
49,9	50,4	51,0	51,9	53,3	54,6
66,6	66,9	67,4	67,9	68,4	68,4
83,3	83,5	83,7	83,9	84,0	83,9
100	100	100	100	100	100

0	0	0	0	0	0
16,7	16,9	17,14	17,3	16,8	11,7
33,3	33,7	34,33	35,43	38,15	47,0
49,9	50,4	51,0	51,9	53,3	54,6
66,6	66,9	67,4	67,9	68,4	68,4
83,3	83,5	83,7	83,9	84,0	83,9
100	100	100	100	100	100

0	0	0	0	0	0
16,7	16,9	17,14	17,3	16,8	11,7
33,3	33,7	34,33			