

动态规划进阶（一）练习题题解

马玉坤

哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院

2017 年 8 月 17 日

Huffman's Greed

POJ 1784

先求出 $w[i][j]$, 即数字 $> a[i-1]$ 且 $< a[i+1]$ 的概率。然后就有

$$dp[i][j] = \min_{k=i+1}^{j-1} dp[i][k-1] + dp[k+1][j] + w[i][j] \times 1$$

满足四边形不等式。

Bridging signals

POJ 1631

最长上升子序列

Longest Ordered Subsequence

POJ 2533

最长上升子序列

Multiplication Puzzle

POJ 1651

经典区间动态规划，矩阵链乘。

$$dp[i][j] = \min_{k=i}^{j-1} dp[i][k] + dp[k+1][j] + row[i] \times col[k] \times col[j]$$

Brackets

POJ 2955

最大括号匹配数目。

- 当 $s[i] = s[j]$ 时, $dp[i][j] = \max(dp[i+1][j-1], \max_{k=i}^{j-1} (dp[i][k] + dp[k+1][j]))$
- 当 $s[i] \neq s[j]$ 时, $dp[i][j] = \max_{k=i}^{j-1} (dp[i][k] + dp[k+1][j])$

Brackets

POJ 1159

添加最少字符使字符串变成回文串。
见上午课件

玩具装箱

BZOJ 1010

设 $a[i] = \sum_{j=1}^i C[j] + i$, 可得

$$\frac{(dp[k] + a[k]^2) - (dp[j] + a[j]^2)}{a[k] - a[j]} < 2a[i] - 2(l + 1)$$

Sliding Window

POJ 2823

滑动窗口，用单调队列即可。

Levels and Regions

Codeforces 674C

$$dp[i][j] = \min_{k=1}^{j-1} dp[i-1][k] + cost(k+1, i)$$

怎么算 $cost(k+1, i)$?

$$cost(l, r) = \sum_{i=l}^r \frac{\sum_{j=l}^i t_j}{t_i}$$

假设打 $level_i$ 的概率是 p_i ，需要花费的期望时间是多少？

$$1 + (1 - p_i) + (1 - p_i)^2 + \dots = \frac{1}{p_i}$$

原则：**独立性**。

Sonya and Problem Without a Legend

Codeforces 713C

先让 $a[i] = i$ ，变成一个单调不下降子序列的问题。

然后我们发现，每次调整一个数，都使它变成一个序列中已经存在的数，这样会得到最优方案。

所以 dp 状态可以设为： $dp[i][j]$ 表示第 i 个数变成了原序列中第 j 小的数的代价。