姓名：　　　　　　　　　学号：

最优化作业 2

第 6 周周 4(4 月 5 日)

1. 考虑下述问题$min -12x_2+4x_1^2+4x_2^2+4x_1x_2$,
   a) 试求其临界点和 Hessian 矩阵H，判断临界点的类别(极大值点，极小值点或者鞍点)
   b) 设初始方向向量为$p^{(1)}=\binom{1}{0}$， 试求与$p^{(1)}$关于H共轭的方向$p^{(2)}$有何特征？
   c) 假设从初始点$x^{(1)}=(-\frac{1}{2},1)$，沿方向$p^{(1)}$来最小化目标函数，此时得到迭代点$x^{(2)}$,求解该点的坐标？验证该点是否为极值点。
   d) 从点$x^{(2)}$出发，沿方向$p^{(2)}$来最小化目标函数，此时得到迭代点$x^{(3)}$,求解该点坐标？验证该点是否为极值点。
   e) 如果从初始点$x^{(1)}=(-\frac{1}{2},1)$，按照负梯度方向来进行最小化目标函数，请写出此时的迭代过程求出$x^{(2)},x^{(3)}$,并判断是否为极值点。

2. 判定下列函数是凸函数(严格凸函数)，凹函数(严格凹函数)，或者两者都不是
   a) $f(x)=5x_1+2x_2^2+x_3^2-3x_3x_4+4x_4^2+2x_5^4+x_5^2+3x_5\ \ x_6+6x_6^6+3x_6x_7+x_7^2$
   b) $f(x)=20x-2x^2$
   c) $f(x)=-6x_1-4x_1^2-8x_2-2x_2^2+4x_1x_2$
3. 求解下列函数的临界点，并对其进行分类(判断是极大值，极小值或者拐点)
   a) $f(x)=4x_1^2-x_1^2x_2+\frac{1}{2}x_2^2$
   b) $f(x)=\frac{2}{3}x_1^3-2x_1x_2+2x_2^2$
4. 对函数$f(x)=3x_1^6+x_2^2+5x_2^4$，判断下列点是局部极小点，极大点，拐点还是根本就不是临界点。

   a) (0,0)　　b) (-1,1)　　c(1,1)　　d$(0,-\frac{\sqrt{10}}{10})$
5. 试求下述函数： $f(x)=2x_1x_2x_3-4x_1x_3-2x_2x_3+x_1^2+x_2^2+x_3^2-2x_1-4x_2+4x_3$的临界点，再用充分条件找出其极值点。
6. 设$G=\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$,$p^{(1)}=\binom{1}{0}$,$p^{(2)}=\binom{1}{-2}$,
   a) 证明：$p^{(1)},p^{(2)}$关于G共轭；
   b) 讨论与$p^{(1)}$关于G共轭的向量有何特征？
   c) 讨论与$p^{(2)}$关于G共轭的向量有何特征？
7. 证明:设 G 为$n\times n$的对称正定矩阵，$d^1,d^2,d^3,\cdots,d^m$关于 G 共轭，则$d^1,d^2,\cdots,d^m$线性无关.
8. 分别用黄金分割法，Fibonacci 法，Dichotomous 法和二分法求解下列问题：$\boldsymbol{min\ \ \lambda^2+4\lambda+5,-10\le\lambda\le10}$,假设目标区间宽度定为 0.1.
9. 描述最速下降法的计算过程，并计算：
$$\min f(x)=3x_1^2+2x_1+3x_2^2-4x_2$$
10. 用共轭梯度法求解下列问题：
    a) $f(x)=4x_1^2+4x_2^2-4x_1x_2-12x_2$,取初始点$x^{(1)}=(-0.5,1)^T$
    b) $f(x)=x_1^2-2x_1x_2+2x_2^2+x_3^2-x_1x_3+x_1+3x_2-x_3$,取初始点$x^{(1)}=(0,0,0)^T$
11. 总结各无约束最优化方法的基本思想及各方法的特性。