#### 题目描述

一个快递公司希望在一条街道建立新的服务中心。公司统计了该街道中所有区域在地图上的位置,并希望能够以 此为依据为新的服务中心选址:使服务中心到所有区域的距离的总和最小。

给你一个数组positions, 其中positions[i] = [left, right] 表示第 i 个区域在街道上的位置,其中left代表区域的左侧的起点,right代表区域的右侧终点,假设服务中心的位置为location:

- 如果第 i 个区域的右侧终点right满足 right < location,则第 i 个区域到服务中心的距离为 location right;
- 如果第 i 个区域的左侧起点left 满足 left > location,则第 i 个区域到服务中心的距离为left location;
- 如果第 i 个区域的两侧left, right满足left <= location <= right, 则第 i 个区域到服务中心的距离为0

选择最佳的服务中心位置为location,请返回最佳的服务中心位置到所有区域的距离总和的最小值。

### 输入描述

第一行,一个整数N表示区域个数。

后面N行,每行两个整数,表示区域的左右起点终点。

# 输出描述

运行结果输出一个整数,表示服务中心位置到所有区域的距离总和的最小值。

#### 用例

输入	3 1 2 3 4 10 20
输出	8
说明	无

# 题目解析

本题考察的是: 中位数最短距离定理

如果你还不知道这个定理,请看:中位数的性质(数学真是有趣啊) 太强了 xidian\_mao 博客园

而中位数是指按照一定顺序(从大到到小或从小到大)排列后中间的一个数(这组数所的个数为奇数个时)或中间两个数的平均数(当这组数据为偶数个时),求解公式如下:-

- 有序数列arr的元素有奇数n个,那么中点mid = floor(n/2),中位数midVal = arr[mid]
- 有序数列arr的元素有偶数n个,那么中点就有两个midR = floor(n/2),midL = midR 1,中位数也有两个,分别是arr[midL],arr[midR],如果中位数可以不是数列元素,那么中位数 = (arr[L] + arr[R]) / 2

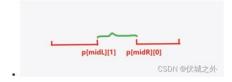
本题特殊在,不是依据多个点来求解中位数,而是依据多个区间来求解中位数,这个其实不难,我们只要将多个区间进行排序,然后取中间区间到中位数即为所有区间的中位数:-

- 如果区间是奇数n个,那么中间位置就是mid = floor(n/2),中间区间就是positions[mid],而该区间的中位数midPos = (positions[mid][0] + positions[mid][1]) / 2
- 如果区间是偶数n个,那么中间位置就是 midR = floor(n/2), midL = midR − 1,中间区间就是 positions[midL]和 positions[midR],这两个区间的中位数midPos = (positions[midL][1] + positions[midR][0]) / 2



求得中位数后,接下来就是遍历所有区间[I, r],比较I, r和midPos的关系

如果 I > midPos, 那么该区间到中位数的距离为: I - midPos



求得中位数后,接下来就是遍历所有区间[I, r],比较I, r 和midPos的关系

如果 I > midPos, 那么该区间到中位数的距离为: I - midPos

如果 r < midPos,那么该区间到中位数的距离为: midPos - r

如果 I <= midPos <= r,那么该区间到中位数的距离为: 0

累加上面的距离就是题解。

根据网友反馈,上面逻辑的代码通过率为0。

我分析了一下原因,上面代码只针对各区域不存在交集时有效,如果各区域之间存在交集,特别是中间区域存在交集时,则上面逻辑会有问题。

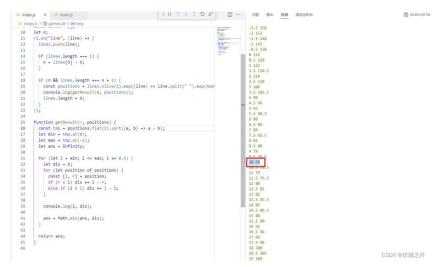
因此, 本题中各区域应该是有交集的。

我想了很久,如何求解某个点到有交集区域的最小距离和,但是没有什么好的办法,直到我死心准备用暴力法求解时,发现了一丝丝生机。下面是暴力法测试过程:

测试用例: 含区域交集情况

```
11
-10 10
12
3 4
5 10
6 8
7 12
9 13
15 20
31 41
22 35
34 50
```

JavaScript暴力实现



可以发现,当服务中心选址10位置时,到各区间距离之和最小为78 Java暴力实现

```
import java.util.ArrayList;
import java.util.Scanner;

public class Main {
   public static void main(String[] args) {
        Scanner sc = new Scanner(System.in);

        int n = sc.nextInt();

        double[][] positions = new double[n][2];
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            positions[i][0] = sc.nextInt();
        positions[i][1] = sc.nextInt();
</pre>
```

```
import java.util.ArrayList;
import java.util.Scanner;

public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        Scanner sc = new Scanner(System.in);

    int n = sc.nextInt();

    double[][] positions = new double[n][2];
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        positions[i][0] = sc.nextInt();
    positions[i][1] = sc.nextInt();
}

System.out.println(getResult(int n, double[][] positions) {
    ArrayList-Double tep = new ArrayList<-();
    for (double[] pos : positions) {
        tmp.add(pos[1]);
    }
    tmp.add(pos[1]);
}

tnp.sort(Double::compareTo);

double min = tmp.get(0);
    double min = tmp.get(0);
    double min = tmp.get(0);
    double min = tmp.get(0);
    double dis = 0;
    for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double dis = 0;
        for (double[] pos : positions) {
        double r = pos[1];
        if (r < i) dis += 1 - 1;
        relse if (i < l) dis += l - 1;
        relse if (i < l) dis += l - 1;
        relse if (i < l) dis += l - 1;
        return ans;
    }
}

**Yestern out.println(if + "\t" + dis);

**Total main out.println(if + "\t" + dis);
```

```
Run: Main ×

1 2 0 114.0

2 2.0 114.0

2 2.5 110.0

3 3.0 100.0

4.0 99.0

4.0 99.0

5.0 93.0

5.5 90.5

6.0 88.0

7.0 84.0

7.5 82.5

8.0 81.0

8.5 80.0

9.0 79.0

9.5 79.5
Main.java ×
                           double[][] positions = new double[n][2];
for (int i = 0; i < n; i++) {
  positions[i][0] = sc.nextInt();
  positions[i][1] = sc.nextInt();</pre>
                     System.out.println(getResult(n, positions));
}
                     public static double getResult(int n, double[][] positions) {
    ArrayList<0ouble> tap = new ArrayList<>();
    for (double[] pos : positions) {
        tap.ad(pos[o]);
    }
}
                               tmp.add(pos[1]);
                                                                                                                                                                                                                   9.5 78.5
10.0 78.0
                           tmp.sort(Double::compareTo);
                                                                                                                                                                                                                         10.5
11.0
11.5
                           double min = tmp.get(0);
double max = tmp.get(tmp.size() - 1);
double ans = Double.MAX_VALUE;
                                                                                                                                                                                                                                           79.5
                                                                                                                                                                                                                         12.0
                                                                                                                                                                                                                         12.5
13.0
13.5
                                                                                                                                                                                                                                         81.0
82.0
83.5
                           for (double \underline{i} = min; \underline{i} <= max; \underline{i} += 0.5) {
                            double dis = 0;

for (double[] pos : positions) {

   double l = pos[0];

   double r = pos[1];

   if (r < i) dis += ½ - r;

   else if (i < 1) dis += 1 - i;

}
                                                                                                                                                                                                                         14.0
14.5
15.0
15.5
16.0
                                                                                                                                                                                                                                         85.0
86.5
88.0
90.0
92.0
                                                                                                                                                                                                                                          94.0
96.0
98.0
100.0
102.0
                                                                                                                                                                                                                         16.5
                                                                                                                                                                                                                         17.0
                            System.out.println(\underline{i} + "\t" + \underline{dis});
                         ans = Math.min(ans, dis);
}
                                                                                                                                                                                                                          18.5
                                                                                                                                                                                                                         19.0
                                                                                                                                                                                                                                           104.0
                                                                                                                                                                                                                         19.5
                                                                                                                                                                                                                                           106.0
                                                                                                                                                                                                                         20.0
20.5
21.0
                                                                                                                                                                                                                                          108.0
110.5
113.0
                                                                                                                                                                                                                                                                  CSDN @伏城之外
```

可以发现,当服务中心选址10位置时,到各区间距离之和最小为78

Python暴力实现

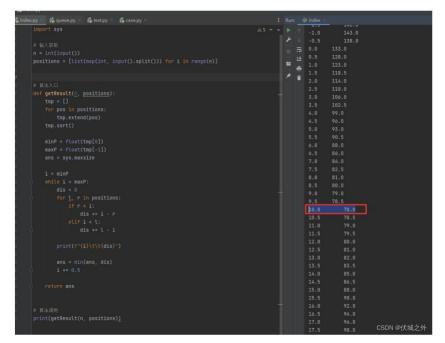
```
Run: Main x

All A y

Mainjava ×
                                                                       double[][] positions = new double[n][2];
for (int i = 0; i < n; i++) {
  positions[i][0] = sc.nextInt();
  positions[i][1] = sc.nextInt();
}</pre>
                                                                             {\tt System.out.println} ({\tt getResult}({\tt n, positions}));\\
                                                               public static double getResult(int n, double[][] positions) {
   ArrayList<Double> tmp = new ArrayList<>();
   for (double[] pos : positions) {
     tmp.add(pos[]);
     tmp.add(pos[]);
}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         7.0 84.0
7.5 82.5
8.0 81.0
8.5 80.0
9.0 79.0
9.5 78.5
10.5 7
11.5 7
11.5 7
                                                                             tmp.sort(Double::compareTo);
                                                                           double min = tmp.get(0);
double max = tmp.get(tmp.size() - 1);
double ans = Double.MAX_VALUE;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              12.0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          81.0
82.0
83.5
85.0
86.5
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          12.5
13.0
13.5
14.0
                                                                         for (double \underline{i} = min; \underline{i} <= max; \underline{i} += 0.5) { double \underline{dis} = 0; for (double[] pos: positions) { double 1 = pos[0]; double r = pos[1]; if (r < \underline{i}) \underline{dis} += \underline{i} - r; else if (\underline{i} < \underline{l}) \underline{dis} += \underline{l} - \underline{i}; }
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              14.5
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            15.0
15.5
16.0
16.5
17.0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              88.0
90.0
92.0
94.0
96.0
98.0
                                                                                      System.out.println(\underline{i} + "\t" + \underline{dis});
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              17.5
18.0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              100.0
102.0
104.0
106.0
                                                                         ans = Math.min(ans, dis);
}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              19.5
                                                                             return ans:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              20.0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              108.0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              20.5
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              110.5
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  CSDN @伏城之外
```

可以发现,当服务中心选址10位置时,到各区间距离之和最小为78

### Python暴力实现



可以发现,当服务中心选址10位置时,到各区间距离之和最小为78

上面暴力法过程中,我首先获得了所有区间中最左边的点min,和最右边的点max,并遍历这两个点之间每一个点作为服务中心地址 i ,并求每个服务中心地址到各区域的距离之和 dis,然后将它们成对打印出来,结果发现一个现象:



随着 服务中心位置 i 的变化,服务中心到各区域的距离之和 dis 呈现上图U型曲线。

即,一定存在一个 i ,其左边点 i-0.5 的,和其右边点 i+0.5 到各区域的距离和大于它。

因此,我想是否可以用二分法<sup>Q</sup>求解,即取min点和max点的中间点mid作为服务中心位置,:

- 1. 如果 dis(mid 0.5) >= dis(mid) && dis(mid+0.5) >= dis(mid),则 mid 就是所求的点
- 如果 dis(mid 0.5) > dis(mid) > dis(mid +0.5), 则说明当前 mid 点处于上图的下降区间, 此时我们应该将 mid作为新的min值, 然后重新取min, max的中间点作为新mid
- 3. 如果 dis(mid 0.5 ) < dis(mid) < dis(mid +0.5),则说明当前 mid 点处于上图的上升区间,此时我们应该将 mid作为新的max值,然后重新取min,max的中间点作为新mid

这样一搞,我们最终就可以找到最低dis的mid点。

可以发现, 当服务中心选址10位置时, 到各区间距离之和最小为78

上面暴力法过程中,我首先获得了所有区间中最左边的点min,和最右边的点max,并遍历这两个点之间每一个点作为服务中心地址 i ,并求每个服务中心地址到各区域的距离之和 dis,然后将它们成对打印出来,结果发现一个现象:



随着 服务中心位置 i 的变化,服务中心到各区域的距离之和 dis 呈现上图U型曲线。

即,一定存在一个 i ,其左边点 i-0.5 的,和其右边点 i+0.5 到各区域的距离和大于它。

因此,我想是否可以用二分法Q 求解,即取min点和max点的中间点mid作为服务中心位置,:

- 1. 如果 dis(mid 0.5) >= dis(mid) && dis(mid+0.5) >= dis(mid),则 mid 就是所求的点
- 2. 如果 dis(mid 0.5) > dis(mid) > dis(mid +0.5),则说明当前 mid 点处于上图的下降区间,此时我们应该将 mid作为新的min值,然后重新取min,max的中间点作为新mid
- 3. 如果 dis(mid 0.5) < dis(mid) < dis(mid +0.5),则说明当前 mid 点处于上图的上升区间,此时我们应该将 mid作为新的max值,然后重新取min,max的中间点作为新mid

这样一搞,我们最终就可以找到最低dis的mid点。

# JavaScript算法源码

```
const midDis = getDistance(mid - 0.5, positions);
const midRDis = getDistance(mid + 0.5, positions);
```

### Java算法源码

```
import java.util.ArrayList;
import java.util.Scanner;

public class Main {
   public static void main(String[] args) {
        Scanner sc = new Scanner(System.in);

        int n = sc.nextInt();

        double[][] positions = new double[n][2];
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            positions[i][0] = sc.nextInt();
            positions[i][1] = sc.nextInt();
        }

        System.out.println(getResult(n, positions));
    }

    public static double getResult(int n, double[][] positions) {
        ArrayList<Double> tmp = new ArrayList<>();
        for (double[] pos : positions) {
            tmp.add(pos[0]);
            tmp.add(pos[1]);
        }
        tmp.sort(Double::compareTo);

        double min = tmp.get(0);
        double max = tmp.get(tmp.size() - 1);
    }
}
```

```
import java.util.ArrayList;
import java.util.Scanner;
                      tmp.add(pos[0]);
tmp.add(pos[1]);
                     double midDis = getDistance(mid, positions);
double midLDis = getDistance(mid - 0.5, positions);
double midRDis = getDistance(mid + 0.5, positions);
                     double() pos : positions) {
   double l = pos[0];
   if (r < t) dis += t - r;
   else if (t < l) dis += l - t;</pre>
59
60
```

### Python算法源码

```
import math

minor math

mid math.ceil((minor + maxp) / 2)

midDis = getDistance(mid, positions)

midDis = getDistance(mid - 0.5, positions)

midRDis = getDistance(mid + 0.5, positions
```

```
positions = [list(map(int, input().split())) for i in range(n)]
    minP = float(tmp[0])
maxP = float(tmp[-1])
```