CÁLCULO 1

Prof. Dr. Milton Kist

Universidade Federal da Fronteira Sul
Curso: Ciência da Computação
UFFS – Câmpus Chapecó
milton.kist@uffs.edu.br

Derivadas de Funções

Derivadas de algumas funções:

(i) Se $f(x) = k$, onde $k \in \mathbb{R}$, então:

$$f'(x) = 0 \quad , \quad \forall x \in D(f)$$

(ii) Se $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$,

então: $f'(x) = a$

(iii) Se $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$, então:

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

(iv) Se $f(x) = \frac{1}{x^n} = x^{-n}$, $n \in \mathbb{N}$, então:

$$f'(x) = (-n) \cdot x^{-(n-1)}.$$

Derivadas de Funções

(v) Se $f(x) = \operatorname{sen} x$, então $f'(x) = \cos x$.

(vi) Se $f(x) = \cos x$, então $f'(x) = -\operatorname{sen} x$.

(vii) Se $f(x) = a^x$, então $f'(x) = a^x \cdot \ln a$, $a > 0$ e $a \neq 1$.

(viii) Se $f(x) = \log_a x$, então $f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \log_a e$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Aqui temos dois casos particulares, quando $\underline{a = e}$.

Se $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$ e se $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

(ix) Se $f(x) = \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$, então:

$$f'(x) = \left(\frac{m}{n}\right) \cdot x^{\frac{m}{n} - 1}$$

Derivadas de Funções

Conhecendo as derivadas de algumas funções, podemos "abrir mão" de usar a definição de derivada toda vez que queremos calcular a derivada de uma função

Exemplo: Determine as derivadas das seguintes funções.

a) $f(x) = x^6 + \frac{2}{x^3} + 7 = x^6 + 2x^{-3} + 7$

$\Rightarrow f'(x) = (x^6)' + (2 \cdot x^{-3})' + (7)' = 6 \cdot x^5 + 2(-3) \cdot x^{-4} + 0$

$= 6x^5 - \frac{6}{x^4}$

Derivadas de Funções

b) $g(x) = e^x \cdot \operatorname{sen} x$

$\Rightarrow g'(x) = (e^x)' \cdot \operatorname{sen} x + e^x \cdot (\operatorname{sen} x)'$

$= e^x \cdot \operatorname{sen} x + e^x \cdot \cos x = e^x(\operatorname{sen} x + \cos x)$

c) $f(x) = \dfrac{x^2+3x}{\cos x}$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{(x^2+3x)' \cdot \cos x - (x^2+3x) \cdot (\cos x)'}{(\cos x)^2}$

$= \dfrac{(2x+3)\cos x - (x^2+3x)(-\operatorname{sen} x)}{\cos^2 x}$

$= \dfrac{(2x+3)\cos x + (x^2+3x) \cdot \operatorname{sen} x}{\cos^2 x}$

Notações: Para indicar a derivada de uma função f, podemos usar como notações:

$f'(x)$ ou $f_x(x)$

ou $\dfrac{df(x)}{dx}$

Derivadas de Funções

Derivada da Função Composta

Teorema: (Regra da Cadeia) Sejam I e J intervalos abertos e $g: I \to J$, $f: J \to \mathbb{R}$ duas funções deriváveis então $f \circ g: I \to \mathbb{R}$ é derivável, e sua derivada é dada por:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

→ Tomando $u = g(x)$, teremos:

$$\underbrace{h(x)} = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \underbrace{f(u(x))}$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dx} = \underbrace{\frac{dh}{du}}_{h'(u)} \cdot \underbrace{\frac{du}{dx}}_{u'(x)}, \text{ isto é, } h'(x) = f'(u) \cdot g'(x)$$

$$= f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Derivadas de Funções

Exemplo: Dada a função $f(x) = (x^2+4x)^5$, determine $f'(x)$.

f é uma função composta, chamando $u = x^2+4x$, e $g(u) = u^5$ teremos, $f(x) = g(u(x))$, assim:

$u'(x) = 2x+4$ e $g'(u) = 5 \cdot u^4$.

$$\Rightarrow f'(x) = g'(u) \cdot u'(x) = 5 \cdot u^4 \cdot (2x+4)$$

$$= 5(x^2+4x)^4 \cdot (2x+4)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 5(2x+4) \cdot (x^2+4x)^4.$$

Derivadas de Funções

Derivadas de Funções

Derivada

Compõe parte das atividades assíncronas, as seguintes vídeo aulas.

https://www.youtube.com/watch?v=rPzFJpGIEh0&list=PL2D9B691A704C6F7B&index=17 (Derivada do polinômio)

https://www.youtube.com/watch?v=f_PwzFrWp7Q&list=PL2D9B691A704C6F7B&index=18 (derivada de f/g, regra da cadeia)

https://www.youtube.com/watch?v=J_pgvEewQU0&list=PL2D9B691A704C6F7B&index=19 (Função exponencial, função seno, função cosseno)