CÁLCULO 1

Prof. Dr. Milton Kist

Universidade Federal da Fronteira Sul
Curso: Ciência da Computação
UFFS – Câmpus Chapecó
milton.kist@uffs.edu.br

Teoremas Sobre Derivadas

Proposição: Se $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, e derivável no interior de $[a,b]$, então:

(i) $f'(x) > 0$ em (a,b), então, f é crescente em (a,b)

(ii) $f'(x) < 0$ em (a,b), então f é decrescente em (a,b)

Teoremas Sobre Derivadas

Exemplo: Determine os intervalos em que a função $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 9$ é crescente e os intervalos onde ela é decrescente.

Teoremas Sobre Derivadas

Teoremas Sobre Derivadas

<u>Proposição</u>: (Critério da derivada de primeira ordem para determinação de extremos)

Seja $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ uma função contínua, e derivável em (a,b), com $c \in (a,b)$:

(i) Se $f'(x) > 0, \forall x < c$ e $f'(x) < 0$, para todo $x > c$, então f tem um máximo local em $\underline{c}$.

(ii) Se $f'(x) < 0, \forall x$ com $x \in [a,c)$ e $f'(x) > 0, \forall x$, com $x \in (c,b]$, então f tem um mínimo local em c.

Teoremas Sobre Derivadas

Exemplo: Determine os valores de máximo e mínimo relativos da função $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 9$.

Teoremas Sobre Derivadas

Proposição: (Critério derivada de segunda ordem para determinação de extremos de uma função)

Seja $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ uma função duas vezes derivável em (a,b) e $x_0 \in (a,b)$ um ponto crítico de f:

(i) Se $f''(x_0) < 0$, então f tem um valor de máximo local em x_0.

(ii) Se $f''(x_0) > 0$, então f tem um valor de mínimo local em x_0.

Teoremas Sobre Derivadas

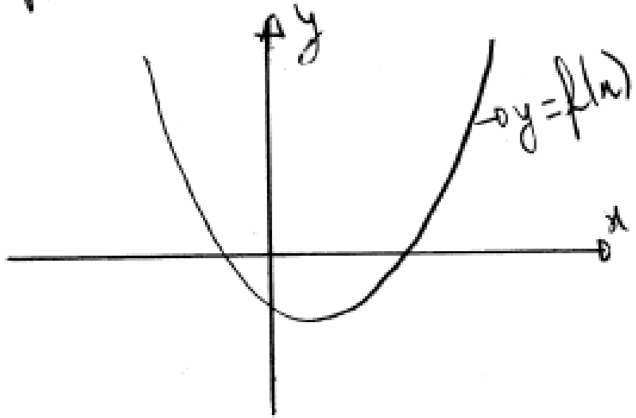
Usando o critério da derivada de segunda ordem para determinação de máximos e mínimos de funções, faça o seguinte exemplo.

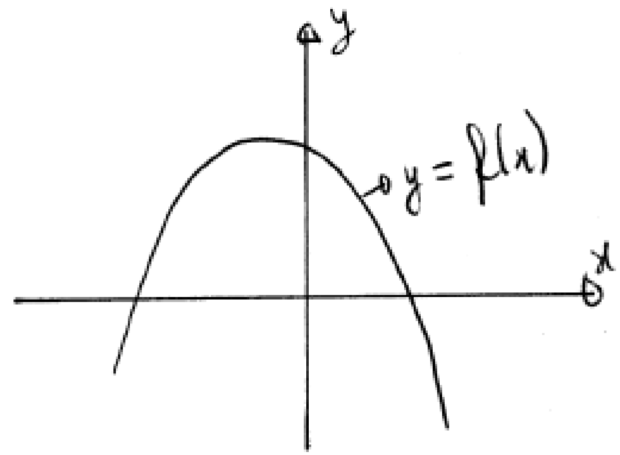
<u>Exemplo</u>: Determine os valores de máximo e mínimo relativos da função $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 9$.

Teoremas Sobre Derivadas

Concavidade e pontos de Inflexão

Uma função $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ é dita estrita-mente convexa se sua representação gráfica for côncava para cima e será dita estritamente côncava se sua representação gráfica tiver a concavidade voltada para baixo.





Teoremas Sobre Derivadas

Teorema: Seja $f: I \to \mathbb{R}$ uma função derivável e I um intervalo aberto, então:

(i) f é estritamente convexa em I se, e somente se, f' for crescente em I

(ii) f é estritamente côncava em I se, e somente se, f' for decrescente em I.

Teoremas Sobre Derivadas

Proposição: Seja $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ uma função, que possui derivada de segunda ordem em (a,b), então:

(i) Se $f''(x) > 0, \forall x \in (a,b)$ então f é estritamente convexa.

(ii) Se $f''(x) < 0, \forall x \in (a,b)$ então f é estritamente côncava.

Teoremas Sobre Derivadas

Exemplo: Dada a função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$, determine os intervalos em que f é estritamente convexa e estritamente côncava.

Teoremas Sobre Derivadas

<u>Definição</u>: Seja $f: I \to \mathbb{R}$ uma função contínua, I um intervalo aberto. Um ponto $x_0 \in I$ é denominado <u>ponto de inflexão</u> de f se existir $\delta > 0$ tal que f é convexa em $I \cap (x_0 - \delta, x_0)$ e côncava em $I \cap (x_0, x_0 + \delta)$, ou vice-versa ($f$ muda de concavidade em x_0)

<u>Exemplo</u>: Determine os pontos de inflexão da função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$, caso existam.

Teoremas Sobre Derivadas

Proposição: Seja $f: I \to \mathbb{R}$, I um intervalo aberto, uma função que possui derivada de segunda ordem. Se x_0 for um ponto de inflexão de f, então. $f''(x_0) = 0$

Nota: Assistam os vídeos: → Construção de Gráficos e
→ Dimensão de uma caixa com Volume X

Vídeo Aulas

Material para atividades assíncronas:

https://www.youtube.com/channel/UCJWVAaZwA9jh1XVVmyQ9znw

https://miltonkist.herokuapp.com/aulas/calculo-i/