CÁLCULO 1

Prof. Dr. Milton Kist

Universidade Federal da Fronteira Sul
Curso: Ciência da Computação
UFFS – Câmpus Chapecó
milton.kist@uffs.edu.br

Derivada

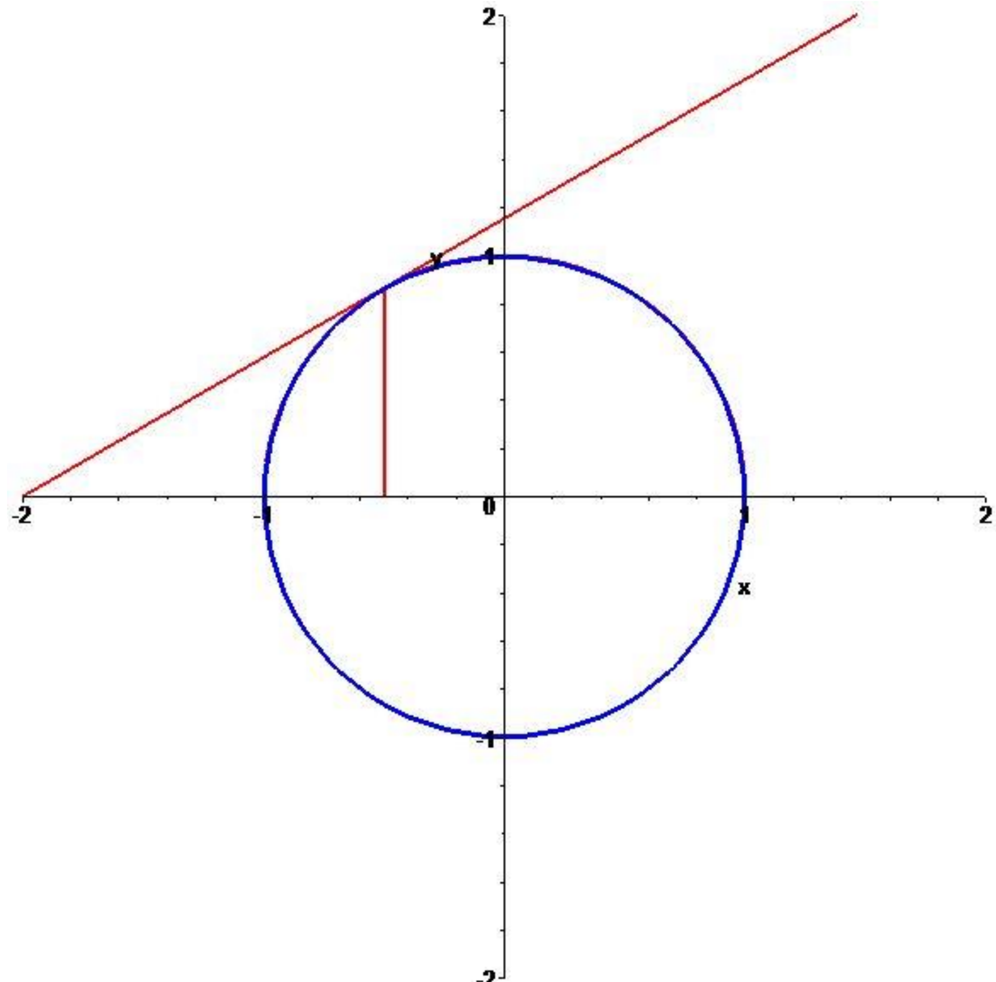
Nesta sessão vamos apresentar os conceitos de derivada de uma função, sua interpretação geométrica e física, bem como os métodos de calculá-las e aplicações na resolução de problemas.

Derivada – Reta Tangente

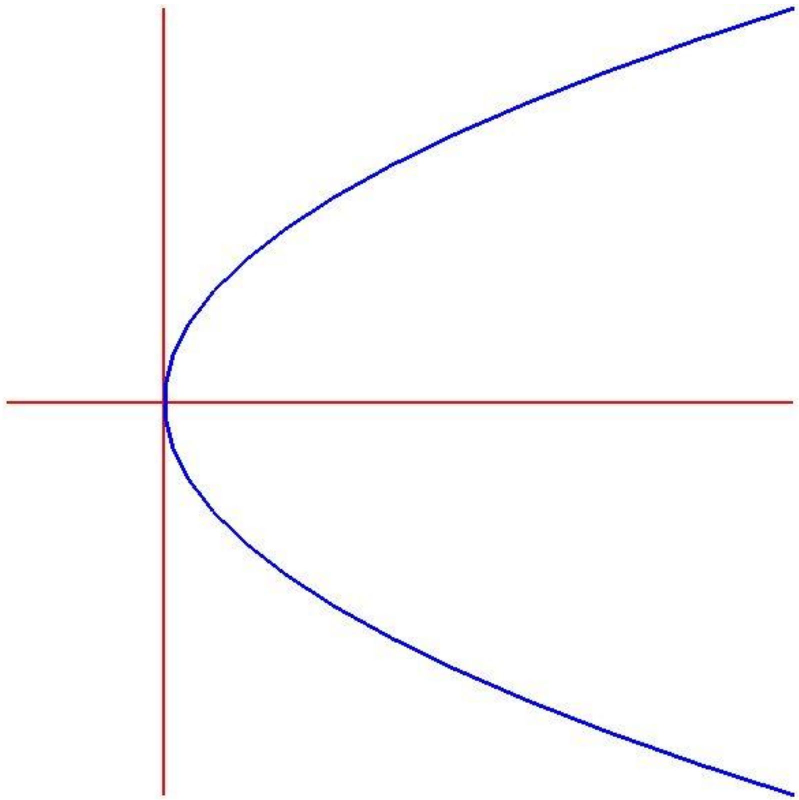
Objetivo: *Dada uma função f e um ponto $P(x_0,y_o)$ no seu gráfico, determine o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico em P*

Derivada – Reta Tangente

Para um círculo, poderíamos simplesmente, como Euclides, dizer que a tangente é uma reta que intercepta o círculo uma única vez.



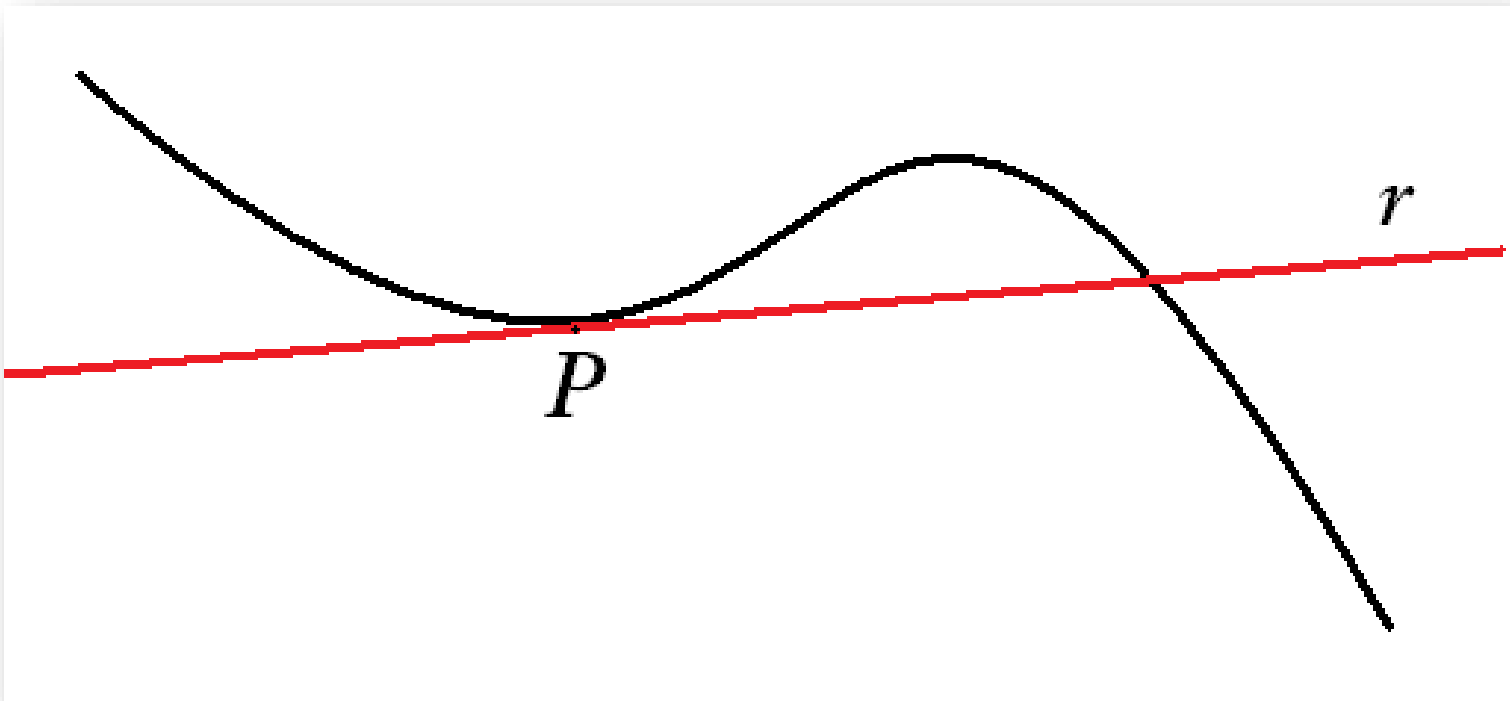
Derivada – Reta Tangente



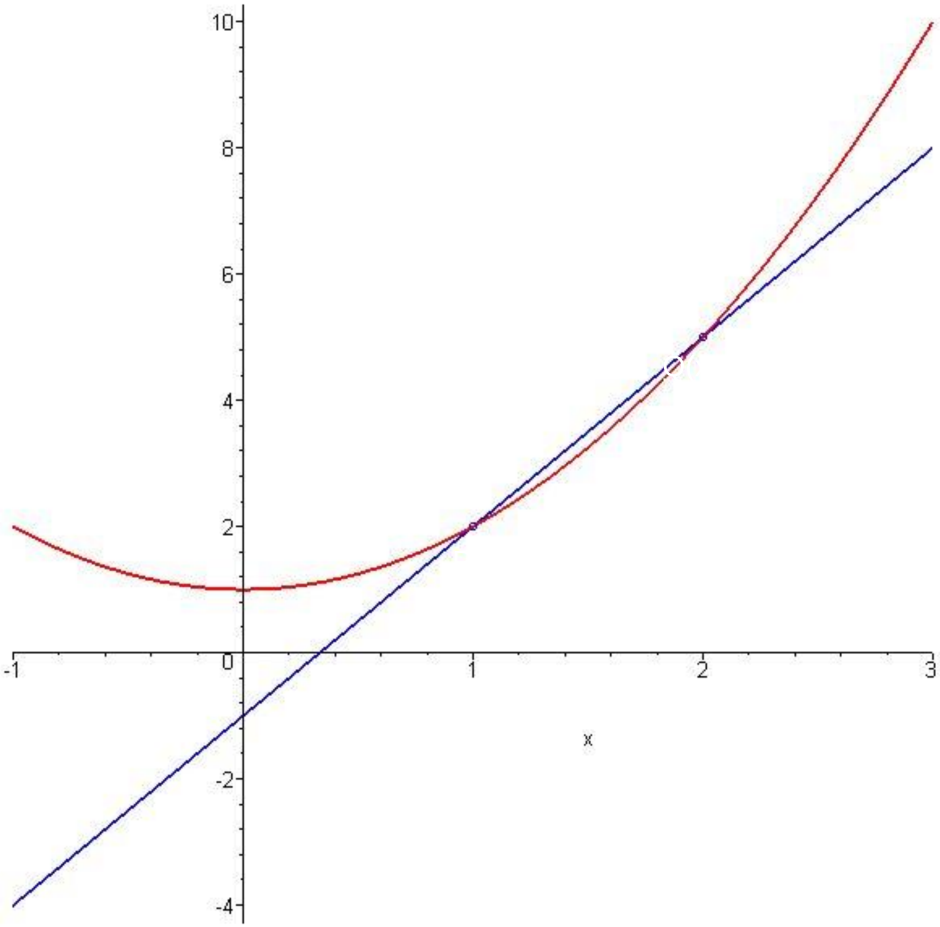
Quais dessas duas retas estão tangenciando o gráfico?

Derivada – Reta Tangente

No caso geral não parece ser verdade como podemos ver no exemplo abaixo:

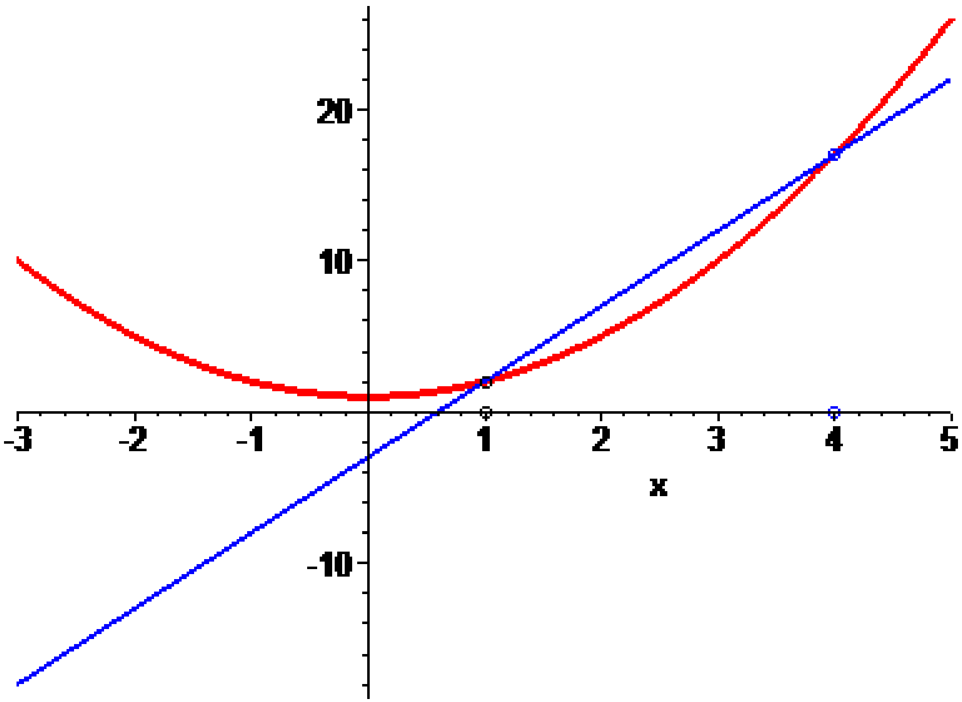


Derivada – Reta Tangente



$$m_{\sec} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

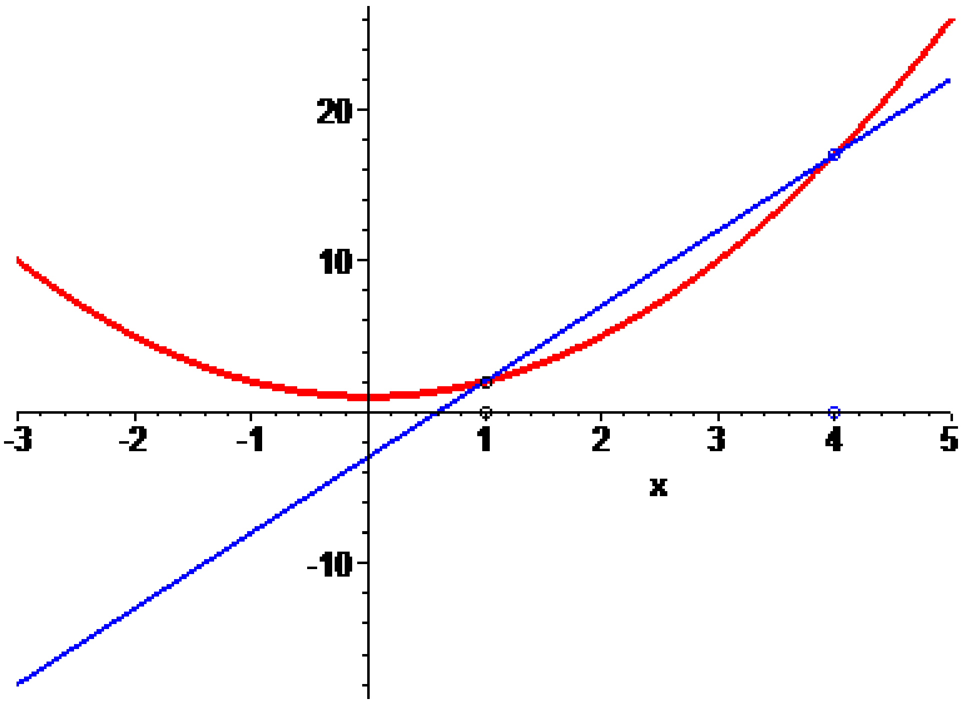
Derivada – Reta Tangente



Quando o ponto Q se aproxima do ponto P, a reta secante vai inclinando até atingir uma posição limite. Essa posição limite é o que chamamos de reta tangente.

$$\lim_{Q \to P}(\text{reta secante}) = \text{reta tangente}$$

Derivada – Reta Tangente



Portanto definimos o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de y=f(x) no ponto P(x_0,y_0) por:

$$m_{\tan} = \lim_{x \to x_o} m_{\sec}$$

$$= \lim_{x \to x_o} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Derivada – Reta Tangente

Como vimos, o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de uma equação num ponto é ***P(x_0,y_0).***

$$m_{\tan} = \lim_{x \to x_o} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Usando a mudança de variável $h = x - x_0$, temos:

$$m_{\tan} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Derivada – Velocidade

Seja $s = f(t)$ a equação horária do movimento de uma partícula. A ***velocidade média*** *da partícula entre os instantes* t *e* t_0 *é definida pelo quociente*

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$$

A velocidade instantânea no instante t_0 *é definida como sendo o limite*

$$v(t_0) = \lim_{t \to t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$$

Derivada

Definição: Seja *f* uma função e x_0 um ponto de seu domínio. O limite

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

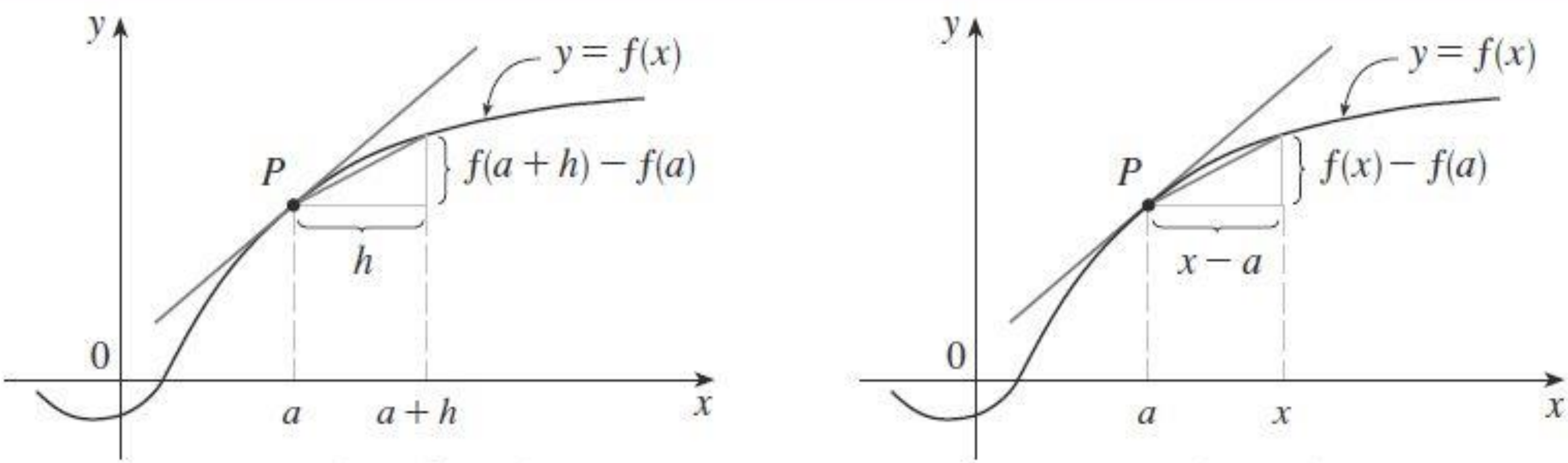
Quando existe e é finito denomina-se ***derivada de f em*** x_0 *e indica-se por* $f'(x_0)$. Assim

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Como a derivada é um limite ela pode ou não existir!

Derivada como a Inclinação da Reta Tangente

A reta tangente a *y=f(x)* em *(a, f(a))* é a reta que passa em *(a, f(a)),* cuja inclinação é igual a *f'(a)*, a derivada de *f* em *a.*



(a) $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (b) $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$

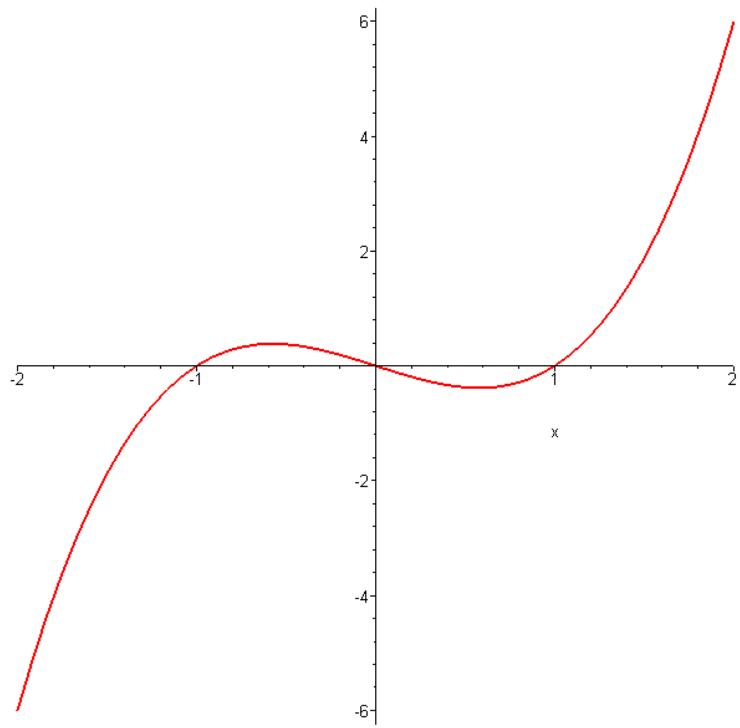
Derivada

- Dizemos que *f* é derivável em $A \subset Dom f$ se f for derivável em todo $x \in A$.

- ***Exemplo 1:*** *Seja* $f(x) = x^2$. *Calcule:*
- *f ’(2)*
- *f ’(x)*
- *f ’(-3)*
- ***Exemplo 2:*** *Seja* $f(x) = x^2$. *Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto:*
- *(1,f(1))*
- *(-1,f(-1))*

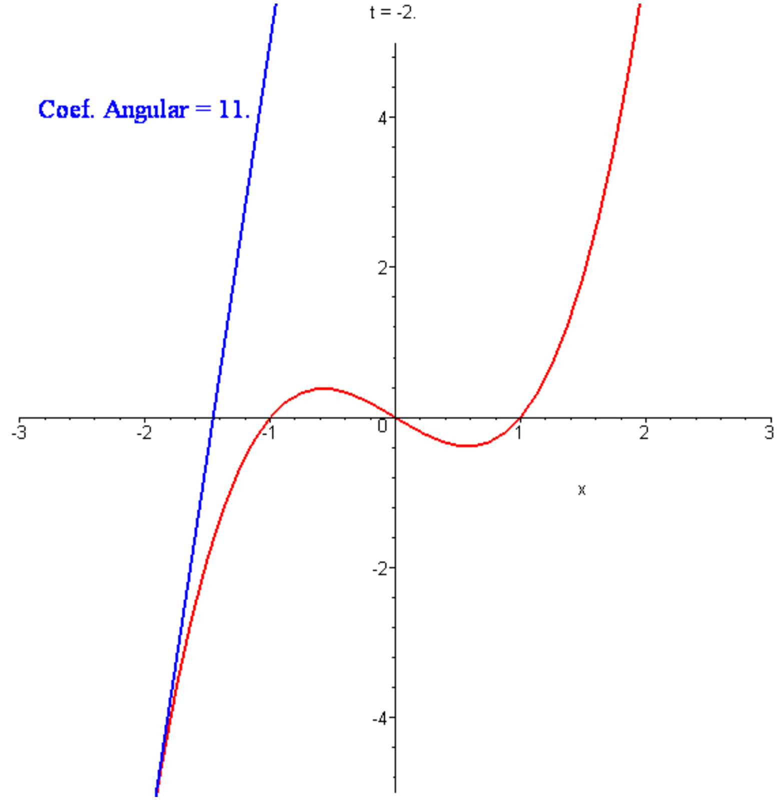
Derivada – Representação Gráfica

Exemplo 1: Dado o gráfico da função y=f(x), conforme a figura abaixo, determine o gráfico de *f’(x)*.

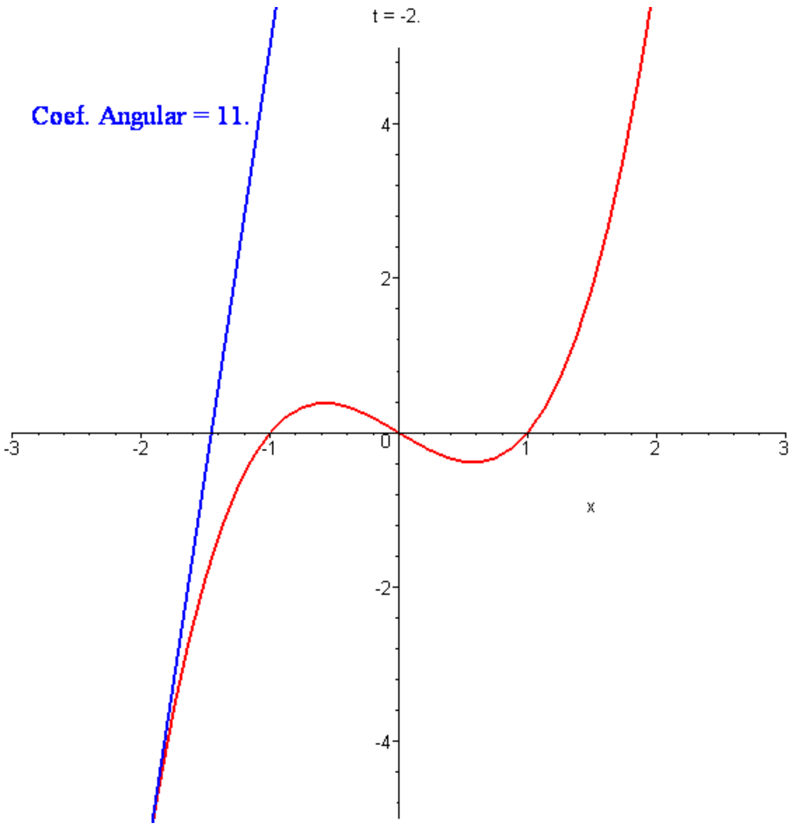


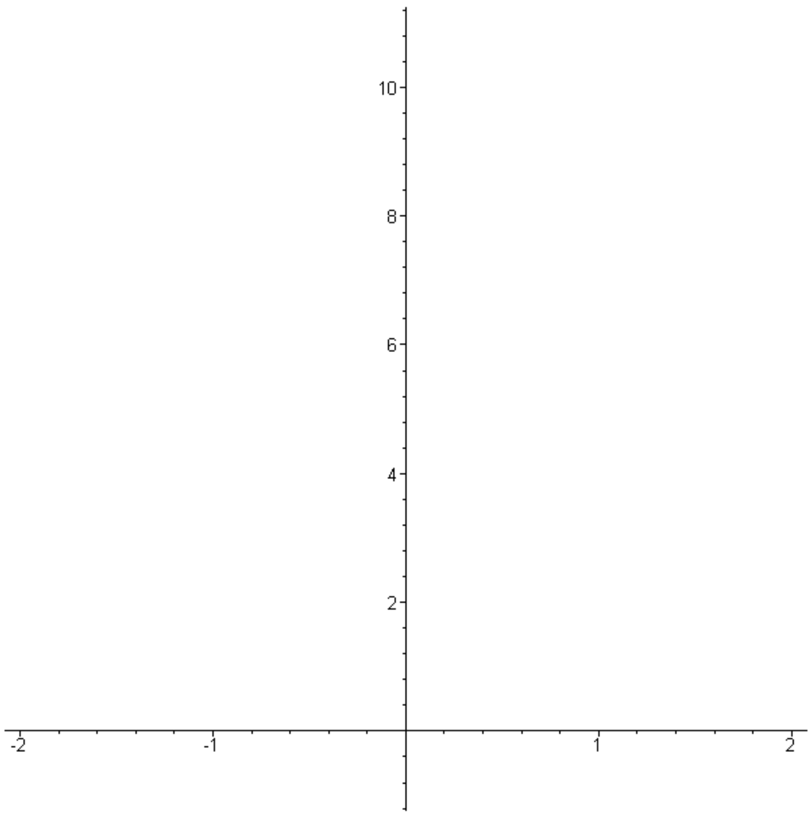
Derivada – Representação Gráfica

Observe o comportamento do coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função:



Derivada – Representação Gráfica



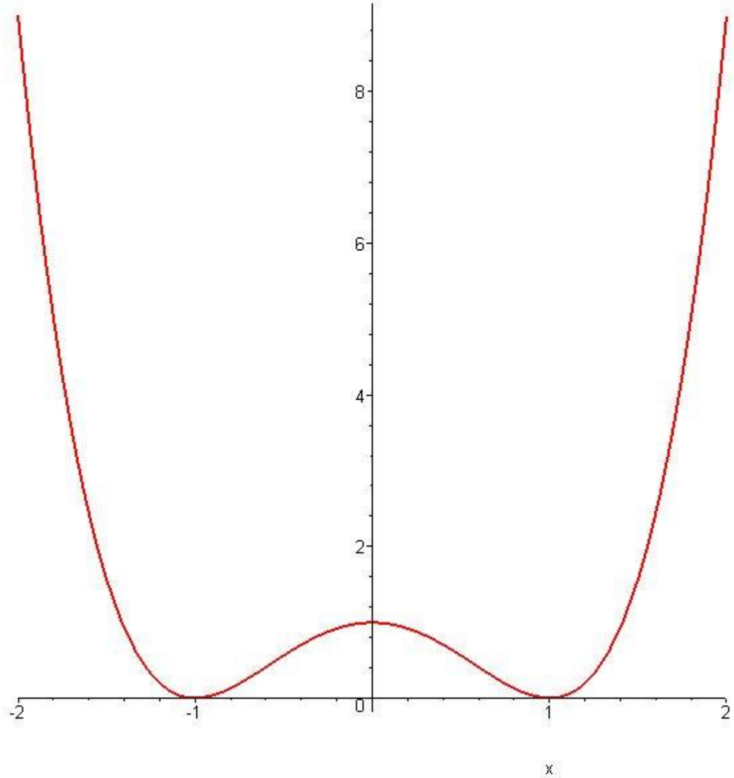


Variação do coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função

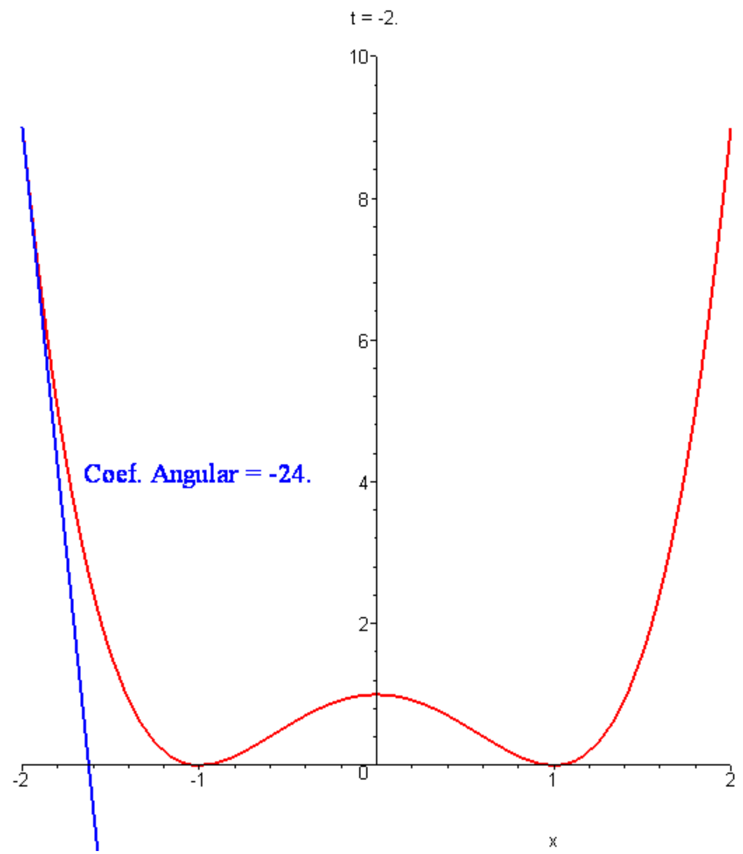
Gráfico de f ’(x)

Derivada – Representação Gráfica

Exemplo 2: Dado o gráfico da função y=f(x), conforme a figura abaixo, determine o gráfico de *f'(x)*.



Derivada – Representação Gráfica



Variação do coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função

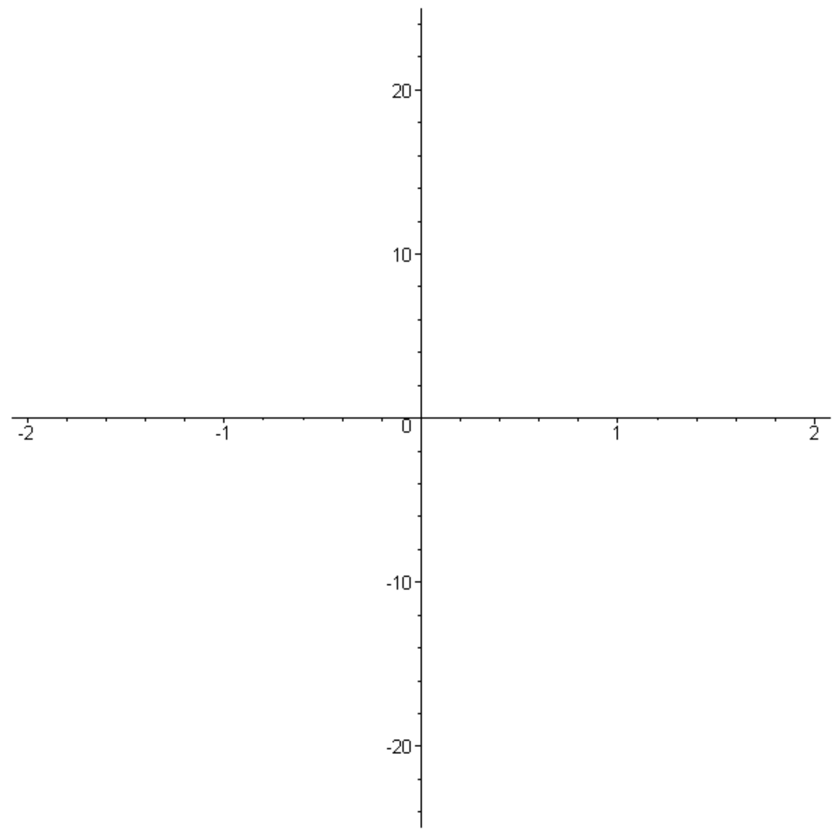


Gráfico de f ’(x)