

# **Image Processing** **(Pengolahan Citra)**

**Semester Genap Tahun 2019-2020**

**Jam 08:00 s.d. 10:30**

**Pengajar: Mohammad Agung Wibowo, M.Kom.**

**STT Nurul Fikri**

**Slides by: Prof. Dr. Anianti Murni Arymurthy (FASILKOM UI)**

# Topics

- Image Registration
- Convolution versus Correlation

# Topic 1:

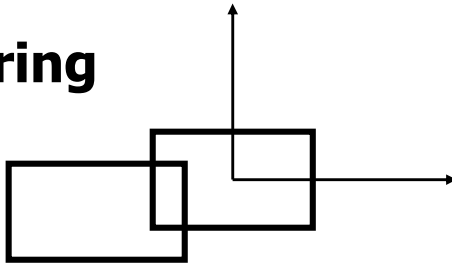
# Image Registration

# Geometric Distortion

- Merupakan **distorsi spatial**
- Penyebabnya antara lain adalah letak dan arah serta adanya gerakan perekam citra atau dari objek yang direkam
- Juga bisa dari internal sensor
- Bila distorsi tidak kompleks (sederhana), koreksi juga dapat dilakukan dengan mudah: **centering** (koreksi dengan translasi), **size** (koreksi dengan skala), **skew** (koreksi dengan rotasi)

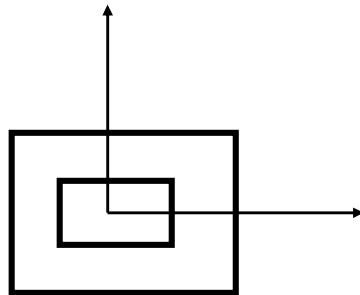
# Koreksi Geometrik Sederhana (Transformasi 2D)

**Centering**



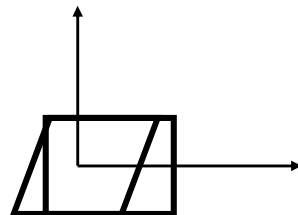
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

**Size**



$$\begin{vmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

**Skew**

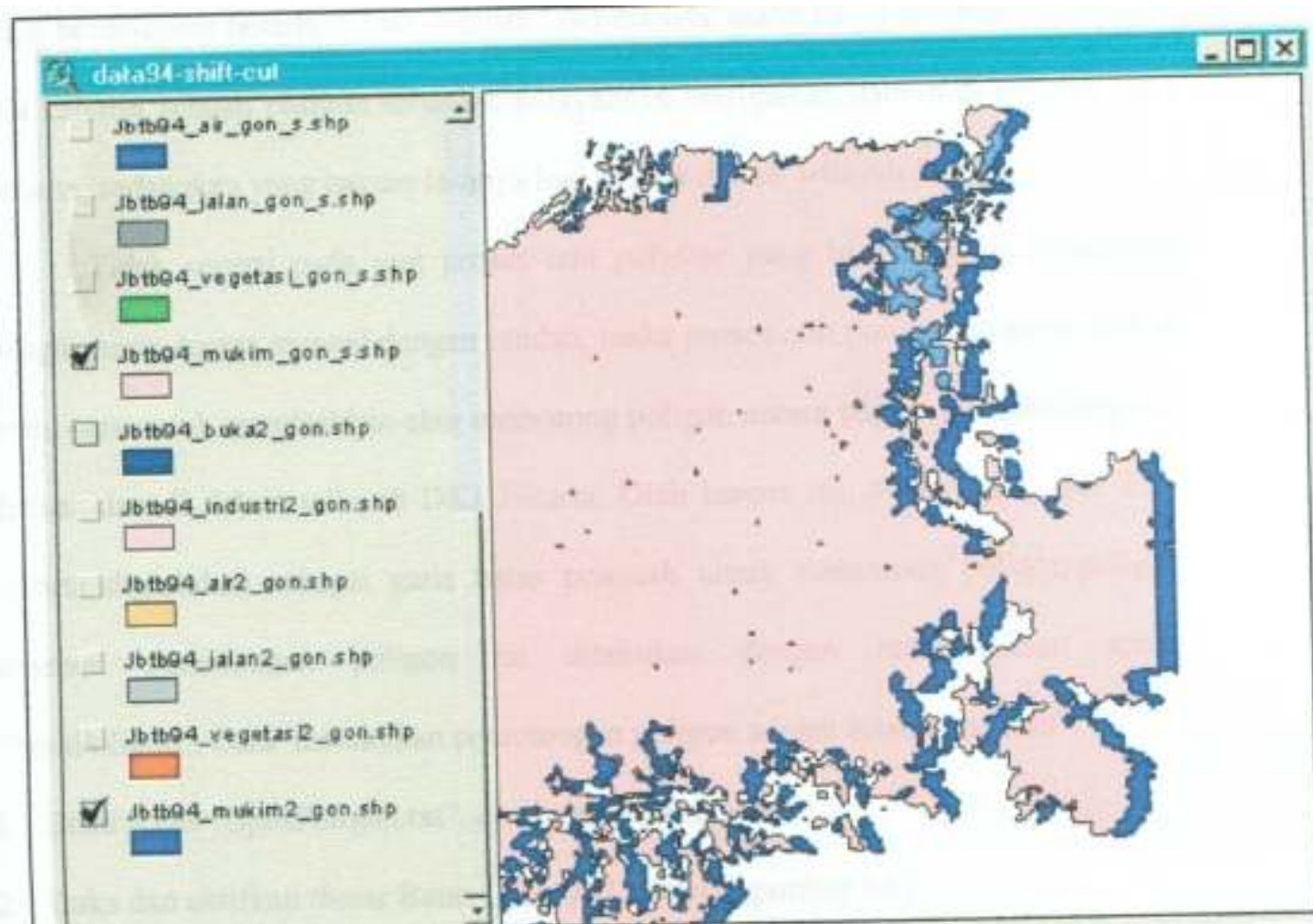


$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A & \sin A & 0 \\ 0 & -\sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

# Contoh koreksi yang sederhana

Centering – Koreksi dengan translasi

(Source: Ira Hastitu *et. al*, 2002)

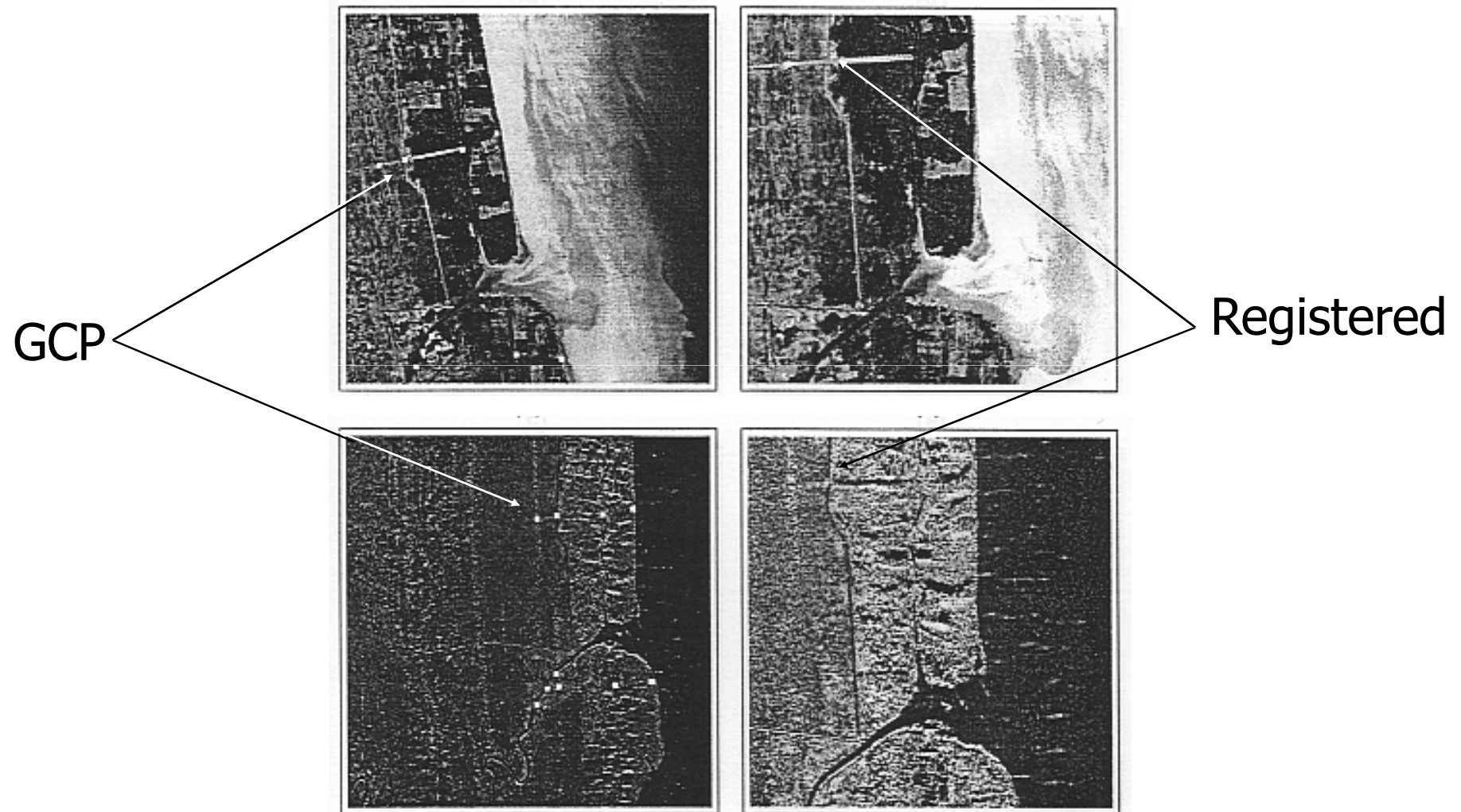


Hanya diperlukan proses translasi beberapa piksel arah horizontal

# Image Registration

- **Image registration** termasuk geometric spatial transformation untuk distorsi geometrik yang tidak teratur (kompleks).
- **Image rectification** adalah image registration dimana citra reference yang digunakan sudah dalam proyeksi peta yang standar, misal untuk Indonesia adalah proyeksi UTM (Universal Transverse Mercator)
- Diperlukan penentuan **pasangan ground control points**, juga jenis distorsi yang terjadi (**mapping function**nya)
- Berikut beberapa contoh hasil image registration

# Koreksi Geometrik – Image Registration

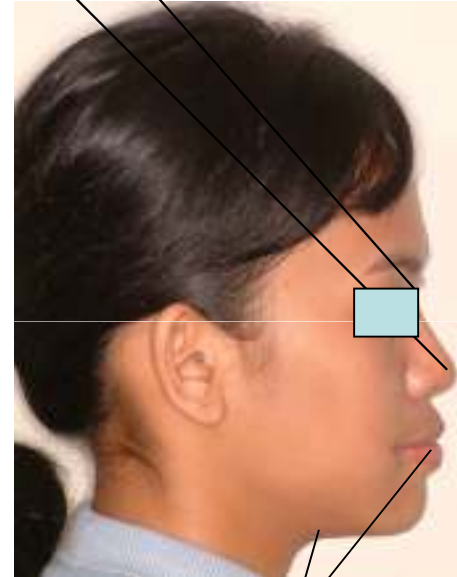
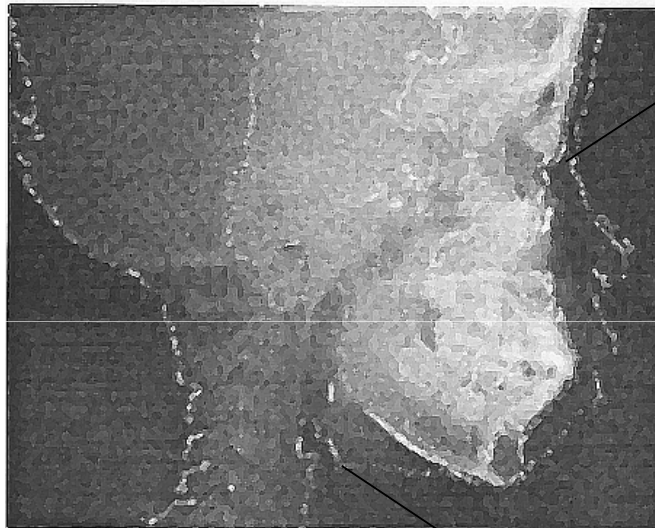


(Sumber citra asli: Bakosurtanal RI; sumber citra registered: A. Murni, 1995)



# Image Registration

(Source: J. Kusnoto and A. Murni, 2007)

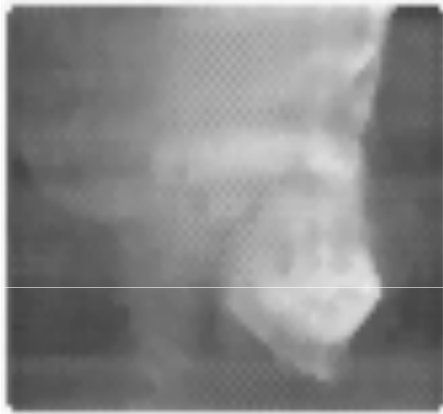


Multimodal data: Cephalo (X-Ray) image and Profile Photo image  
(Registration is done using Dolphin software)

Corresponding Control Points

# Geometric Correction: Image Morphing

(Sumber: Joko Kusnoto *et al.*, AICBET-2007)



**Cephalo Data/Image  
untuk menentukan  
nilai orthodontic metric**



**Indonesian Deuteromalay  
normative facial profile**



**Preferred facial profile**

**Display simulasi facial profile  
dengan metrik normative atau preferred,  
untuk menampilkan simulasi hasil  
treatment yang akan diperoleh**

# Automatic Image Registration

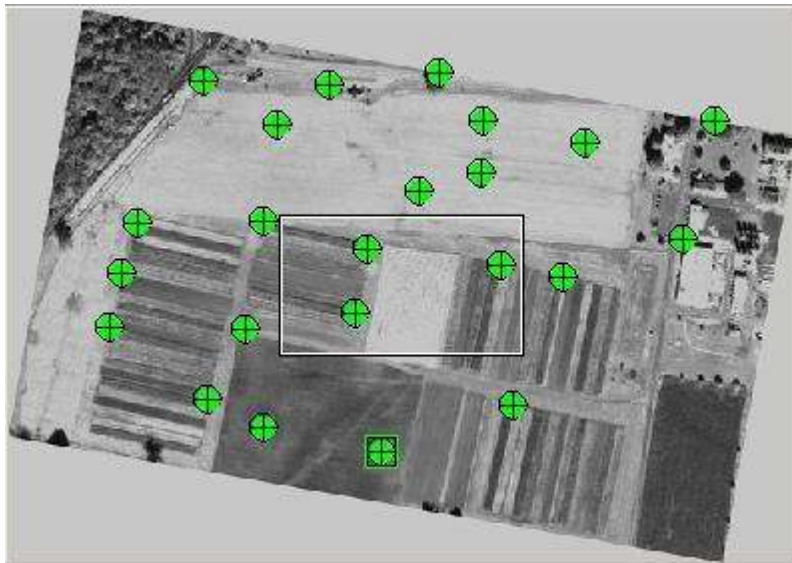
(Sumber: Skripsi Gunawan, 2006)

# Deteksi GCPs dilakukan secara otomatis dengan metode **Harris Corner Detection**

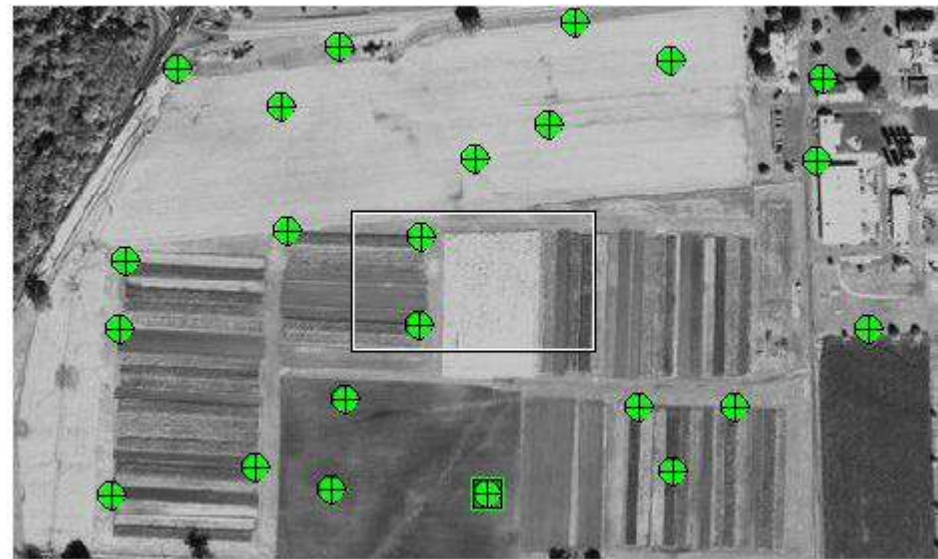
(Sumber: Gunawan, 2006; Pahala Sirait, 2014)



Sensed Image



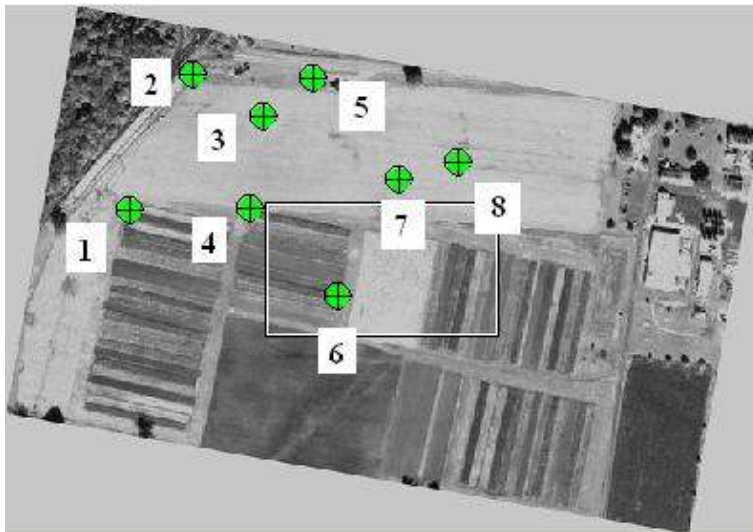
Reference Image



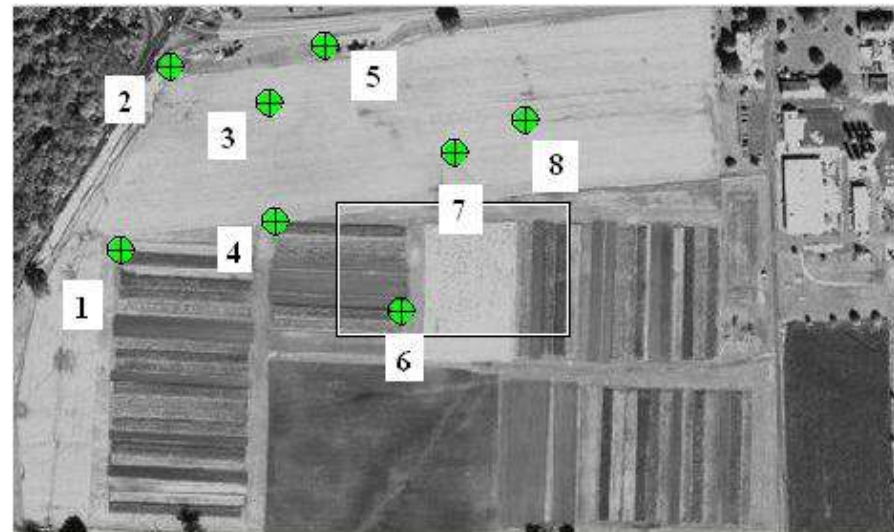
# Pencarian Pasangan GCPs

- Pencarian pasangan GCPs yang dideteksi pada *sensed image* dan *reference image* dilakukan secara otomatis berdasarkan **similarity measure** dengan metode **combined invariants** atau **correlation**.

Sensed Image



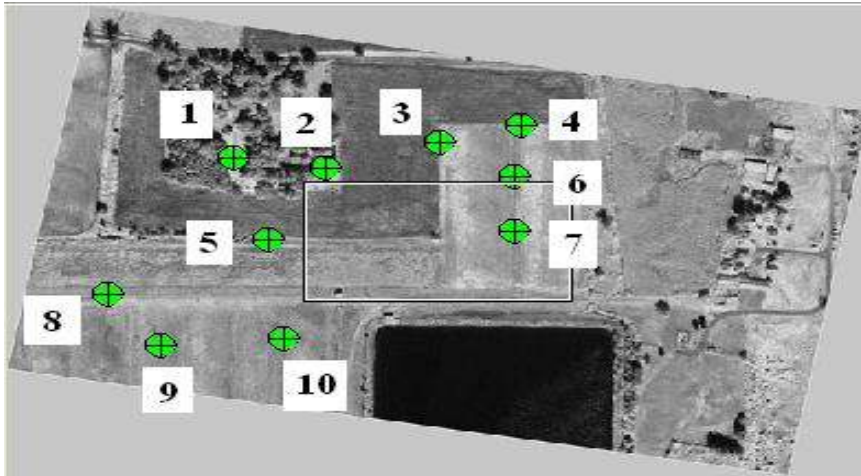
Reference Image



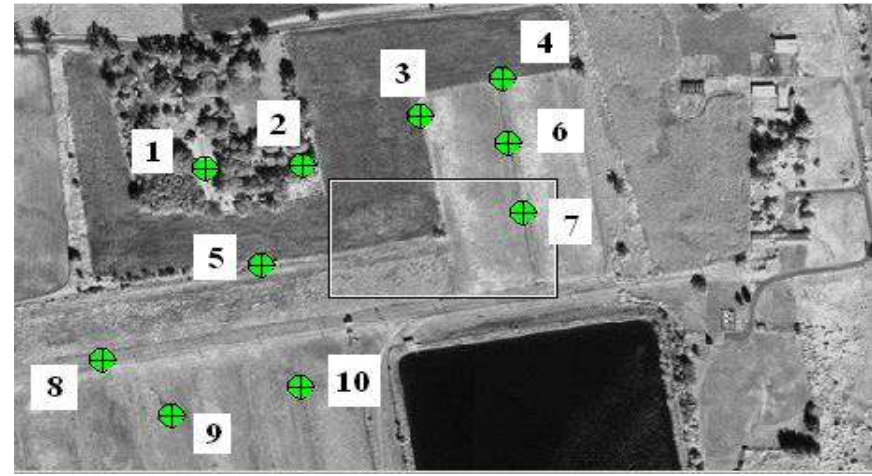


# Contoh Hasil Image Registration

Sensed Image



Reference Image



Registered Image



Pasangan GCPs = 10  
Image Registration using MATLAB  
RMSE = 0.4159  
(Source of image <http://imagers.gsfc.nasa.gov>)

# Dua tahapan Image Registration

- ***Spatial Transformation:** merupakan pemetaan letak piksel yang dikoreksi pada bidang citra acuan menggunakan **suatu mapping function**.*
- ***Gray-level Interpolation:** merupakan pemberian nilai intensitas piksel sesuai dengan nilai intensitas piksel bersangkutan, dan **pemberian nilai intensitas piksel-piksel yang kosong** berdasarkan interpolasi intensitas piksel-piksel yang berdekatan / tetangga (*nearest neighbour method*).*

# Spatial Transformation

- *Misal model dari distorsi geometrik berbentuk transformasi Helmert mapping (citra(u,v) ditransformasi ke citra(x,y)) dengan:*

$$x' = au + bv + c$$

$$y' = bu + av + d$$

- *Digunakan 10 – 20 Ground Control Points (GCPs). 4 koefisien a, b, c, d dapat diperoleh dari kedua persamaan diatas dengan 10 – 20 pasangan (u,v) dan (x,y) yang merupakan koordinat GCPs. Bila 4 koefisien a, b, c, d telah dapat dihitung, maka (x',y') untuk setiap pasangan juga dapat dihitung.*
- *Criterion of goodness yang biasa digunakan adalah E-RMS (root-mean-square error):*

$$E-RMS = \text{sqrt} (\text{sum } ((x' - x)^2 + (y' - y)^2))$$



# Beberapa Fungsi Transformasi

Nama Fungsi	Rumus Transformasi	Jumlah Parameter yg tidak diketahui
Transformasi Helmert	$x = au + bv + c$ $y = bu + av + d$	4
Transformasi Affine	$x = au + bv + c$ $y = du + ev + f$	6
Pseudo Affine	$x = a_1uv + a_2u + a_3v + a_4$ $y = a_5uv + a_6u + a_7v + a_8$	8
Transformasi Proyeksi	$x = (a_1u + a_2v + a_3) / (a_7u + a_8 + 1)$ $y = (a_4u + a_5v + a_6) / (a_7u + a_8 + 1)$	8
Konform Orde Kedua	$x = a_1u + a_2v + a_3(u^2 - v^2) + 2a_4uv + a_5$ $y = a_2u + a_1v + 2a_3uv - a_4(u^2 - v^2) + a_6$	6

# Langkah-langkah Proses

- Pemilihan fungsi transformasi
- Pemilihan *ground control points (GCPs)*
- Penentuan parameter fungsi transformasi berdasarkan informasi GCPs
- Proses transformasi ruang menggunakan GCPs dan fungsi transformasi yang telah diketahui
- Interpolasi / resampling untuk piksel yang tidak teridentifikasi
- Evaluasi akurasi dengan *Root Mean Square Error (RMSE)*
- RMSE sebaiknya  $< 1$  piksel. Bila masih besar dilakukan pembuangan GCPs yang besar error-nya selama jumlah GCPs masih representatif; atau dipilih penggunaan fungsi transformasi yang lain.

# Contoh Komputasi (1)

(Sumber: Joko Kusnoto, Anianti Murni, dan Kasiyah M.J.)

- Diambil contoh dua buah citra dengan 5 pasang titik kontrol yang berkorespondensi:

Citra (u,v)	→	Citra (x,y)
(10,15)	→	(3,5)
(15,18)	→	(7,10)
(5,10)	→	(0,5)
(8,5)	→	(4,1)
(10,8)	→	(2,3)

- Kita ambil persamaan Helmert sebagai fungsi pemetaan:

$$x = au + bv + c$$

$$y = bu + av + d$$

# Contoh Komputasi (2)

(Sumber: Joko Kusnoto, Aniati Murni, dan Kasiyah M.J.)

- Maka akan diperoleh persamaan-persamaan berikut:

$3=10a+15b+c$	$\rightarrow$	$10a+15b+c+0d=3$
$5=10b+15a+d$	$\rightarrow$	$15a+10b+0c+d=5$
$7=15a+18b+c$	$\rightarrow$	$15a+18b+c+0d=7$
$10=15b+18a+d$	$\rightarrow$	$18a+15b+0c+d=10$
$0=5a+10b+c$	$\rightarrow$	$5a+10b+c+0d=0$
$5=5b+10a+d$	$\rightarrow$	$10a+5b+0c+d=5$
$4=8a+5b+c$	$\rightarrow$	$8a+5b+c+0d=4$
$1=8b+5a+d$	$\rightarrow$	$5a+8b+0c+d=1$
$2=10a+8b+c$	$\rightarrow$	$10a+8b+c+0d=2$
$3=10b+8a+d$	$\rightarrow$	$8a+10b+0c+d=3$

# Contoh Komputasi (3)

(Sumber: Joko Kusnoto, Aniati Murni, dan Kasiyah M.J.)

- Persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentuk:

$$A.\bar{x} = \bar{b}$$

dengan

$$A = \begin{array}{c|cccc} 10 & 15 & 1 & 0 \\ 15 & 10 & 0 & 1 \\ 15 & 18 & 1 & 0 \\ 18 & 15 & 0 & 1 \\ 5 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & 5 & 0 & 1 \\ 8 & 5 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 0 & 1 \\ 10 & 8 & 1 & 0 \\ 8 & 10 & 0 & 1 \end{array} \quad \bar{x} = \begin{array}{c|c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} \quad \bar{b} = \begin{array}{c|c} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 10 \\ 0 \\ 5 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

# Contoh Komputasi (4)

(Sumber: Joko Kusnoto, Aniaty Murni, dan Kasiyah M.J.)

- Persamaan  $A\bar{x} = \bar{b}$  belum tentu konsisten, oleh karena itu perlu diselesaikan dengan *least square method* menggunakan persamaan normalnya yang pasti konsisten:

$$A^T.A\bar{x} = A^T.\bar{b}$$

- Skenario-1: jika  $A^T.A$  tidak mempunyai *inverse*, maka persamaan diselesaikan dengan eliminasi *Gauss-Jordan*.
- Skenario-2: jika  $A^T.A$  mempunyai *inverse*, maka  $\bar{x} = (A^T.A)^{-1}.A^T.\bar{b}$

# Contoh Komputasi (5)

(Sumber: Joko Kusnoto, Aniati Murni, dan Kasiyah M.J.)

$$A^T = \begin{vmatrix} 10 & 15 & 15 & 18 & 5 & 10 & 8 & 5 & 10 & 8 \\ 15 & 10 & 18 & 15 & 10 & 5 & 5 & 8 & 8 & 10 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$A^T$  = transpose matriks A, sehingga

$$A^T.A = \begin{vmatrix} 1252 & 1180 & 56 & 48 \\ 1180 & 1252 & 66 & 38 \\ 56 & 66 & 6 & 0 \\ 48 & 38 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

# Contoh Komputasi (6)

(Sumber: Joko Kusnoto, Aniati Murni, dan Kasiyah M.J.)

Hasil perhitungan operasi dasar matriks inverse  $A^{-1}$  menghasilkan:

$$(A^T.A)^{-1} = \begin{vmatrix} 0.0121 & -0.0079 & -0.0258 & -0.0700 \\ -0.0079 & 0.0112 & -0.0498 & -0.0118 \\ -0.0258 & -0.0498 & 0.9551 & 0.7826 \\ -0.0700 & -0.0118 & 0.7826 & 1.2015 \end{vmatrix}$$

Perhitungan operasi dasar matriks dapat dilakukan dengan software tool seperti MATLAB dll.

Selanjutnya dengan memasukkan hasil perhitungan diatas ke persamaan:  $\bar{x} = (A^T.A)^{-1}.A^T.\bar{b}$ , maka akan didapat nilai koefisien a,b,c, dan d sebagai berikut:

$$a = 0.6221$$

$$b = -0.0345$$

$$c = -2.2605$$

$$d = -1.8878$$



# Contoh Komputasi (7)

(Sumber: Joko Kusnoto, Aniati Murni, dan Kasiyah M.J.)

Evaluasi akurasi hasil registrasi dilakukan dengan melihat perbedaan hasil mapping dengan koordinat titik sebenarnya - perbedaan  $(x',y')$  dengan  $(x,y)$ :

$$X1' = 10a + 15b + c = 10 \times 0.62 + 15 \times (-0.03) + (-2.26) = 3.49$$

X1 nilainya 3, jadi error = 0.49 pixel

$$Y1' = 15a + 10b + d = 15 \times 0.62 + 10 \times (-0.03) + (-1.88) = 7.12$$

Y1 nilainya 5, jadi error = **2.12 pixel**

$$X2' = 15a + 18b + c = 15 \times 0.62 + 18 \times (-0.03) + (-2.26) = 6.5$$

X2 nilainya 7, jadi error = 0.5 pixel

$$Y2' = 18a + 15b + d = 18 \times 0.62 + 15 \times (-0.03) + (-1.88) = 8.77$$

Y2 nilainya 10, jadi error 1.23 pixel

dst.nya

# Contoh Komputasi (8)

(Sumber: Joko Kusnoto, Aniati Murni, dan Kasiyah M.J.)

- Dari hasil evaluasi diatas, titik kontrol pertama mempunyai error yang relatif besar untuk nilai Y-nya yaitu lebih dari 2 piksel, karena itu titik kontrol pertama dapat diabaikan. Pemetaan dapat diulangi dengan hanya menggunakan 4 titik kontrol.
- Bila jumlah titik kontrol yang harus diabaikan cukup besar,  **mungkin perlu ditambah lagi dengan titik kontrol yang baru atau *mapping function*-nya harus diganti.**
- Selanjutnya dapat dihitung Root Mean Square:  
$$\text{RMS Error} = \text{square-root} [1/4\{(0.5)^2+(1.23)^2+ \dots\}]$$

# Grey-level Interpolation

- *Proses pemetaan dengan transformasi spatial terkadang menghasilkan **piksel-piksel yang kosong**, yaitu posisi piksel pada bidang citra acuan yang **tidak pernah ditempati oleh piksel yang dipetakan** ke bidang citra tersebut. Akibatnya perlu ditentukan suatu intensitas yang harus diisikan pada piksel-piksel kosong tersebut.*
- ***Nearest-neighbour method**: piksel yang kosong dapat diisi dengan salah satu nilai dari 4- atau 8-piksel-tetangga-nya atau nilai rata-rata dari 4- atau 8-piksel-tetangga-nya.*

# Topic 2:

## Convolution dan Correlation

# Proses Konvolusi

- *Formula Konvolusi:*

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha) g(x - \alpha) d\alpha$$

$\alpha$  = *dummy variable of integration*

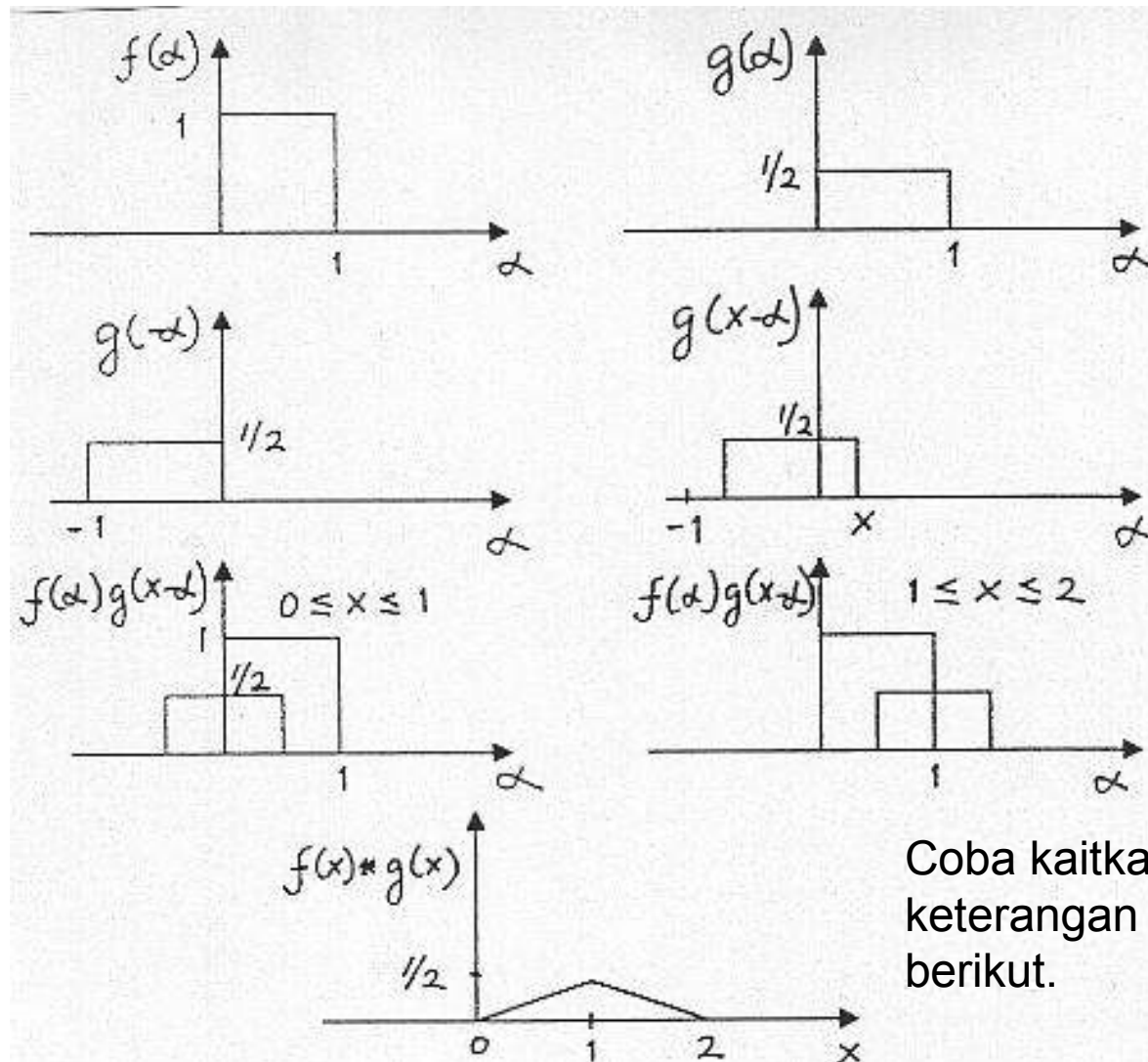
- *Mekanisme konvolusi dalam bentuk integral ini **tidak mudah** untuk digambarkan (Gonzalez & Woods, 1992, Bab 4)*

## Proses Konvolusi pada Citra 2-Dimensi

- *Bentuk Kontinue dan Diskrit:*

$$f(x, y) * g(x, y) = \iint f(\alpha, \beta) g(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$
$$f(x, y) * g(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) g(x - m, y - n)$$

# Konvolusi pada Domain Kontinue



Coba kaitkan dengan  
keterangan pada slide  
berikut.

# Konvolusi pada Domain Diskrit

- *Bila  $A$  adalah periode dalam diskritisasi  $f(x)$  dan  $B$  adalah periode dalam diskritisasi  $g(x)$ , maka hasil konvolusi akan mempunyai periode  $M$  dimana  $M=A+B$*

- *Periode  $f(x)$  dan  $g(x)$  masing-masing dibesarkan menjadi  $M$  dengan menyisipkan 0*

$$f(x) = f(x) \text{ bila } 0 \leq x \leq A-1 \text{ dan } f(x) = 0 \text{ bila } A \leq x \leq M-1$$

$$g(x) = g(x) \text{ bila } 0 \leq x \leq B-1 \text{ dan } g(x) = 0 \text{ bila } B \leq x \leq M-1$$

- *Konvolusi diskrit:*

- *dilakukan melalui proses flip and shift terhadap fungsi  $g(x)$*

$$f(x) * g(x) = \sum_{m=0}^{M-1} f(m) g(x-m)$$



# Konvolusi pada Domain Diskrit: dengan pendekatan flip and shift kernel

$$f(x) = [0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 0] \quad \rightarrow [ \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ \boxed{3 \ 4} \ 0 \ 0 \ 0 ]$$

$$g(x) = [-1 \ 4 \ -1] \text{ karena simetri di-flip tetap } [-1 \ 4 \ -1]$$

$$\rightarrow [-1 \ 4 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\text{maka } f(x) * g(x) =$$

$$0x-1 + 0x4 + 1x-1 + 2x0 + 3x0 + 4x0 + 0x0 + 0x0 + 0x0 = -1$$

$$0x0 + 0x-1 + 1x4 + 2x-1 + 3x0 + 4x0 + 0x0 + 0x0 + 0x0 = 2$$

$$0x0 + 0x0 + 1x-1 + 2x4 + 3x-1 + 4x0 + 0x0 + 0x0 + 0x0 = 4$$

$$0x0 + 0x0 + 1x0 + 2x-1 + 3x4 + 4x-1 + 0x0 + 0x0 + 0x0 = 6$$

$$0x0 + 0x0 + 1x0 + 2x0 + 3x-1 + 4x4 + 0x-1 + 0x0 + 0x0 = 13$$

$$0x0 + 0x0 + 1x0 + 2x0 + 3x0 + 4x-1 + 0x0 + 0x0 + 0x0 = -4$$

$$0x0 + 0x0 + 1x0 + 2x0 + 3x0 + 4x0 + 0x-1 + 0x4 + 0x-1 = 0$$

$$0x0 + 0x0 + 1x0 + 2x0 + 3x0 + 4x0 + 0x0 + 0x-1 + 0x4 = 0$$

$$0x0 + 0x0 + 1x0 + 2x0 + 3x0 + 4x0 + 0x0 + 0x0 + 0x-1 = 0$$

$$f(x) * g(x) = \boxed{-1} \ \boxed{2} \ 4 \ 6 \ \boxed{13 \ -4} \ 0 \ 0 \ 0]$$

## Konvolusi pada Domain Diskrit: dengan Pendekatan Rumus Konvolusi

- Kita lihat kembali rumusan konvolusi:*

$$f(x) * g(x) = \sum_{m=0}^{M-1} f(m)g(x-m)$$

- $f(0)=0; f(1)=0; f(2)=1; f(3)=2; f(4)=3; f(5)=4; f(6)=0; \dots f(8)=0$   
 $g(6)=0; \dots g(1)=0; g(0)=-1; g(-1)=4; g(-2)=-1;$   
 $f(0)*g(0) = f(0)g(0) + f(1)g(-1) + f(2)g(-2) + dst = -1$   
 $f(1)*g(1) = f(0)g(1) + f(1)g(0) + f(2)g(-1) + f(3)g(-2) + dst = 2$   
 $f(2)*g(2) = f(0)g(2) + f(1)g(1) + f(2)g(0) + f(3)g(-1) + f(4)g(-2) + dst = 4$

*dst.nya hasil yang diperoleh sama dengan cara sebelumnya !*

# Proses Korelasi

- *Korelasi pada domain kontinue:*

$$f(x) \circ g(x) = \int f(\alpha) g(x + \alpha) d\alpha$$
$$f(x, y) \circ g(x, y) = \iint f(\alpha, \beta) g(x + \alpha, y + \beta) d\alpha d\beta$$

- *Korelasi pada domain diskrit:*

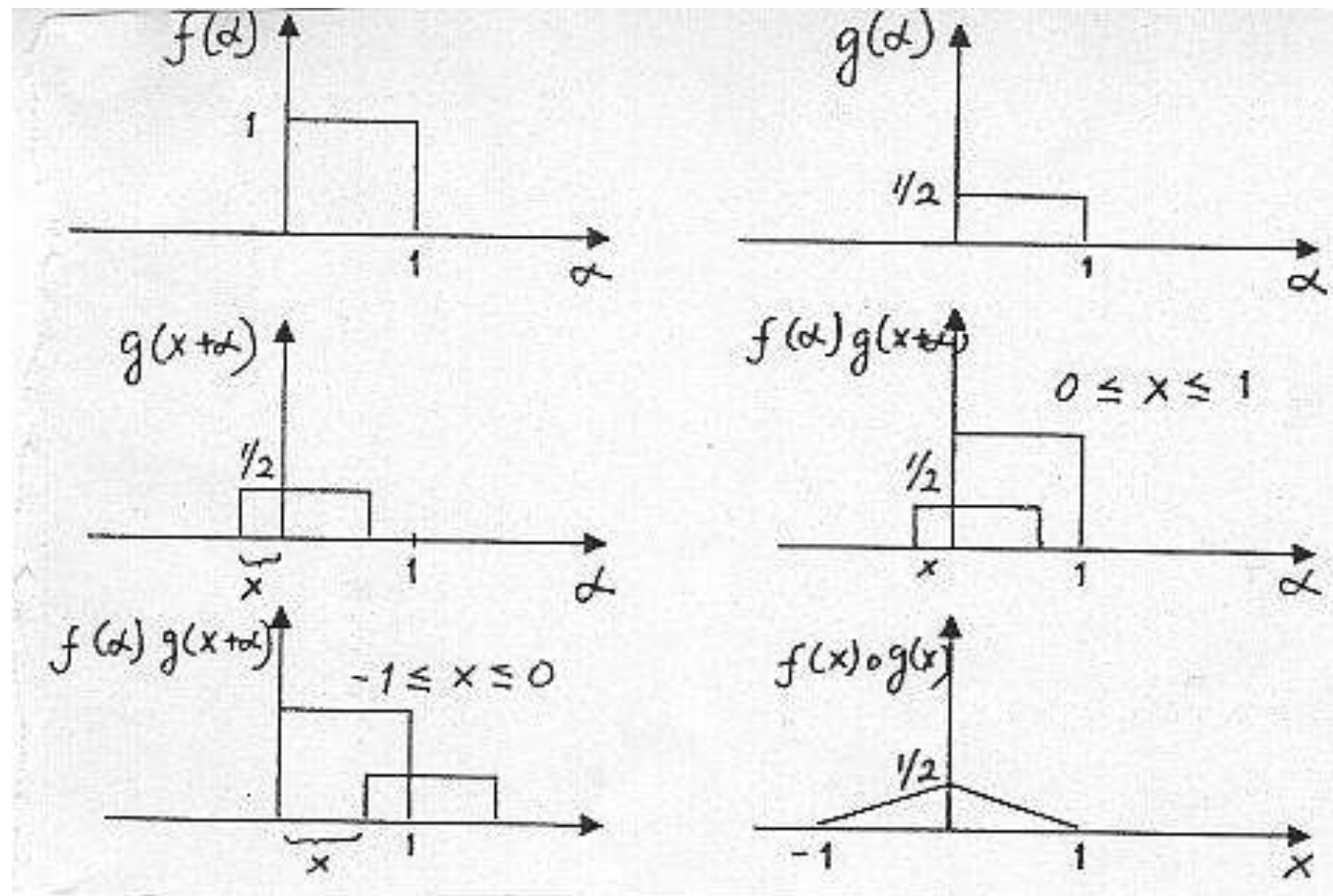
$$f(x) \circ g(x) = \sum_{m=0}^{M-1} f(m) g(x + m)$$
$$f(x, y) \circ g(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) g(x + m, y + n)$$

## Perbedaan antara Konvolusi dan Korelasi

- ***Konvolusi (operator  $*$ ):***
  - *Flip  $g(x)$  and shift by  $f(x)$*
  - *Aplikasi filtering system*
- ***Korelasi (operator  $\circ$ ):***
  - *Slide  $g(x)$  by  $f(x)$*
  - *Aplikasi template matching*

# Proses Korelasi pada Domain Kontinue

- Kalau pada konvolusi didahului dengan proses flip fungsi operatornya, pada korelasi proses flip tersebut tidak dilakukan*



# Proses Korelasi pada Domain Diskrit: Untuk Citra Biner

<i>Template</i>	<i>Image</i>	<i>Hasil Korelasi</i>
<i>1 1 1</i>	<i>1 1 0 0 0</i>	<i>7 4 2 x x</i>
<i>1 1 1</i>	<i>1 1 1 0 0</i>	<i>5 3 2 x x</i>
<i>1 1 1</i>	<i>1 0 1 0 0</i>	<i>2 1 1 x x</i>
	<i>0 0 0 0 0</i>	<i>x x x x x</i>
	<i>0 0 0 0 0</i>	<i>x x x x x</i>
		<i>x = undefined</i>

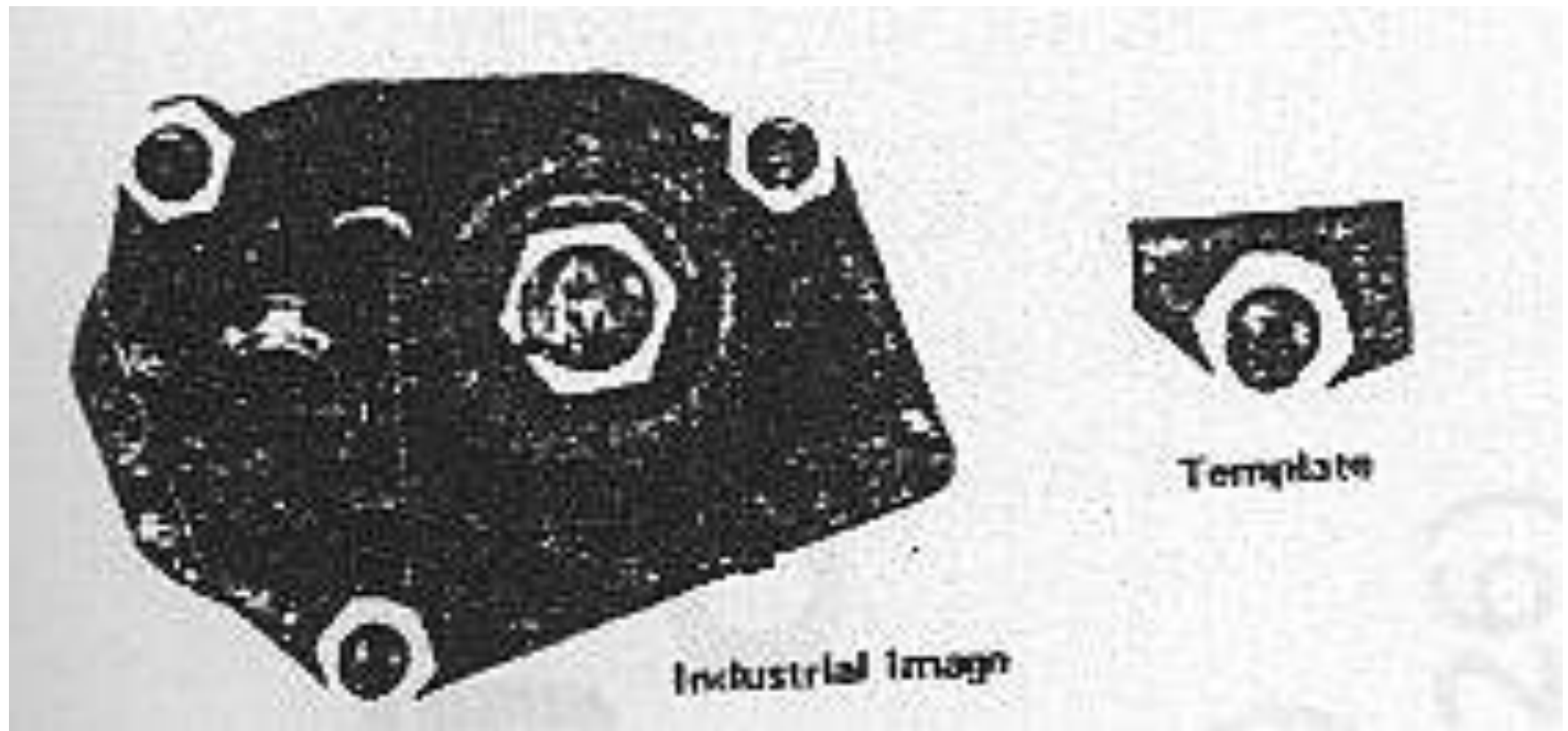
*match terjadi  
pada nilai terbesar  
(posisi/lokasi match)*

## Proses Template Matching: Untuk Citra Multiple Gray Level

<i>Template</i>	<i>Image</i>	<i>Hasil Korelasi</i>
<b>2 3 1</b>	<b>2 3 2 1 3</b>	<b>6 4 3 x x</b>
<b>1 2 3</b>	<b>1 2 3 3 3</b>	<b>1 2 3 x x</b>
<b>3 1 2</b>	<b>3 3 3 2 3</b>	<b>1 1 0 x x</b>
	<b>0 0 0 0 0</b>	<b>x x x x x</b>
	<b>0 0 0 0 0</b>	<b>x x x x x</b>
		<b>x = undefined</b>

*match terjadi  
pada nilai terbesar  
(posisi/lokasi match)*

# Template Matching pada Industrial Image





# Operasi Korelasi: Pendekatan Rumus Korelasi

- Rumus Korelasi:

$$f(x) \circ g(x) = \sum_{m=0}^{M-1} f(m)g(x+m)$$

- Citra : 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0      Template: 1 1 1

$$f(0)=0 \ f(1)=0 \ f(2)=1 \ f(3)=1 \ f(4)=1 \ \text{dst.}$$

$$g(0)=1 \ g(1)=1 \ g(2)=1 \ g(3)=0 \ g(4)=0 \ \text{dst.}$$

$$f(0)g(0) = f(0)g(0)+f(1)g(1)+f(2)g(2) \ \dots = 1$$

$$f(1)g(1) = f(0)g(1)+f(1)g(2)+f(2)g(3) \ \dots = 2$$

$$f(2)g(2) = f(0)g(2)+f(1)g(3)+f(3)g(4) \ \dots = 3 \ \text{dst.}$$

- Hasil Korelasi

1 2 3 2 1 1 2 2 1      posisi matching



# Rumus Korelasi

- *Formula korelasi diatas mempunyai kelemahan:*
  - *Rentan terhadap ukuran yang tidak sama antara template dan obyek yang ada pada citra*
  - *Rentan terhadap orientasi yang berbeda antara template dan obyek yang ada pada citra*
- *Banyak penelitian dan usulan rumus korelasi yang telah dikembangkan*

# The End of Presentation