

DEKOMPOSISI CITRA DENGAN WAVELET HAAR

(Oleh: Dina Chahyati)

Misalkan kita memiliki citra berukuran 8x8 dengan nilai sebagai berikut:
(diambil dari citra fruit300.bmp pada posisi pojok kiri atas (201,201) dan pojok kanan bawah (208,208))

47	73	47	30	45	37	27	8
67	69	46	42	63	26	24	14
72	40	59	36	62	11	15	57
67	35	72	52	51	35	30	83
39	37	65	61	41	20	24	70
51	70	54	68	37	36	111	88
64	50	44	50	44	48	119	148
86	46	50	37	34	86	99	145

Langkah-langkah dekomposisi wavelet Haar terhadap potongan citra tersebut adalah:

1. Tentukan filter dekomposisi LH, yaitu

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0
0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0
0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

2. Untuk setiap kolom, kalikan kolom tersebut dengan matriks dekomposisi di atas.

Contoh untuk kolom pertama:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0		47		57
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0		67		-10
0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0		72		69
0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	*	67	=	2.5
0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0		39		45
0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0		51		- 6
0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		64		75
0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$		86		-11

Hasil dekomposisi perbaris ini akan menghasilkan matriks **D2** sbb

57.0000	71.0000	46.5000	36.0000	54.0000	31.5000	25.5000	11.0000
-10.0000	2.0000	0.5000	-6.0000	-9.0000	5.5000	1.5000	-3.0000
69.5000	37.5000	65.5000	44.0000	56.5000	23.0000	22.5000	70.0000
2.5000	2.5000	-6.5000	-8.0000	5.5000	-12.0000	-7.5000	-13.0000
45.0000	53.5000	59.5000	64.5000	39.0000	28.0000	67.5000	79.0000
-6.0000	-16.5000	5.5000	-3.5000	2.0000	-8.0000	-43.5000	-9.0000
75.0000	48.0000	47.0000	43.5000	39.0000	67.0000	109.0000	146.5000
-11.0000	2.0000	-3.0000	6.5000	5.0000	-19.0000	10.0000	1.5000

Keterangan:

- warna biru adalah hasil aproksimasi
- warna merah adalah hasil detail

3. Atur hasil pada point 3 supaya bagian aproksimasi berkumpul di bagian atas dan bagian detail mengumpul di bagian bawah (matriks D3)

57.0000	71.0000	46.5000	36.0000	54.0000	31.5000	25.5000	11.0000
69.5000	37.5000	65.5000	44.0000	56.5000	23.0000	22.5000	70.0000
45.0000	53.5000	59.5000	64.5000	39.0000	28.0000	67.5000	79.0000
75.0000	48.0000	47.0000	43.5000	39.0000	67.0000	109.0000	146.5000
-10.0000	2.0000	0.5000	-6.0000	-9.0000	5.5000	1.5000	-3.0000
2.5000	2.5000	-6.5000	-8.0000	5.5000	-12.0000	-7.5000	-13.0000
-6.0000	-16.5000	5.5000	-3.5000	2.0000	-8.0000	-43.5000	-9.0000
-11.0000	2.0000	-3.0000	6.5000	5.0000	-19.0000	10.0000	1.5000

4. Setelah itu, lakukan hal yang sama dengan cara mengambil perbaris.

1/2	1/2	0	0	0	0	0	0
1/2	- 1/2	0	0	0	0	0	0
0	0	1/2	1/2	0	0	0	0
0	0	1/2	- 1/2	0	0	0	0
0	0	0	0	1/2	1/2	0	0
0	0	0	0	1/2	- 1/2	0	0
0	0	0	0	0	0	1/2	1/2
0	0	0	0	0	0	1/2	- 1/2

$$* \begin{array}{|c|} \hline 57 \\ \hline 71 \\ \hline 46.5 \\ \hline 36 \\ \hline 54 \\ \hline 31.5 \\ \hline 25.5 \\ \hline 11 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 64 \\ \hline -7 \\ \hline 41.25 \\ \hline 5.25 \\ \hline 72.7 \\ \hline 11.25 \\ \hline 18.25 \\ \hline 7.25 \\ \hline \end{array}$$

Kemudian hasilnya diletakkan di matriks hasil kembali dalam bentuk baris, sehingga hasilnya (matriks D4) akan sebagai berikut:

64.0000	-7.0000	41.2500	5.2500	42.7500	11.2500	18.2500	7.2500
53.5000	16.0000	54.7500	10.7500	39.7500	16.7500	46.2500	-23.7500
49.2500	-4.2500	62.0000	-2.5000	33.5000	5.5000	73.2500	-5.7500
61.5000	13.5000	45.2500	1.7500	53.0000	-14.0000	127.7500	-18.7500
-4.0000	-6.0000	-2.7500	3.2500	-1.7500	-7.2500	-0.7500	2.2500
2.5000	0	-7.2500	0.7500	-3.2500	8.7500	-10.2500	2.7500
-11.2500	5.2500	1.0000	4.5000	-3.0000	5.0000	-26.2500	-17.2500
-4.5000	-6.5000	1.7500	-4.7500	-7.0000	12.0000	5.7500	4.2500

5. Atur hasil pada point 4 supaya bagian aproksimasi berkumpul di bagian kiri dan bagian detail mengumpul di bagian kanan (matriks D5)

64.0000	41.2500	42.7500	18.2500	-7.0000	5.2500	11.2500	7.2500
53.5000	54.7500	39.7500	46.2500	16.0000	10.7500	16.7500	-23.7500
49.2500	62.0000	33.5000	73.2500	-4.2500	-2.5000	5.5000	-5.7500
61.5000	45.2500	53.0000	127.7500	13.5000	1.7500	-14.0000	-18.7500
-4.0000	-2.7500	-1.7500	-0.7500	-6.0000	3.2500	-7.2500	2.2500
2.5000	-7.2500	-3.2500	-10.2500	0	0.7500	8.7500	2.7500
-11.2500	1.0000	-3.0000	-26.2500	5.2500	4.5000	5.0000	-17.2500
-4.5000	1.7500	-7.0000	5.7500	-6.5000	-4.7500	12.0000	4.2500

6. Kita telah berhasil melakukan dekomposisi wavelet Haar 1 level terhadap citra.

Matriks yang dihasilkan pada point 6 dapat juga dilihat sebagai berikut:

64.0000	41.2500	42.7500	18.2500	-7.0000	5.2500	11.2500	7.2500
53.5000	54.7500	39.7500	46.2500	16.0000	10.7500	16.7500	-23.7500
49.2500	62.0000	33.5000	73.2500	-4.2500	-2.5000	5.5000	-5.7500
61.5000	45.2500	53.0000	127.7500	13.5000	1.7500	-14.0000	-18.7500
-4.0000	-2.7500	-1.7500	-0.7500	-6.0000	3.2500	-7.2500	2.2500
2.5000	-7.2500	-3.2500	-10.2500	0	0.7500	8.7500	2.7500
-11.2500	1.0000	-3.0000	-26.2500	5.2500	4.5000	5.0000	-17.2500
-4.5000	1.7500	-7.0000	5.7500	-6.5000	-4.7500	12.0000	4.2500

Keterangan:

- warna biru adalah bagian aproksimasi
- warna merah adalah bagian detail horizontal
- warna coklat adalah bagian detail vertikal
- warna hijau adalah bagian detail diagonal

Perhatikan bahwa pada implementasi sebenarnya, matriks LH sebenarnya tidak perlu dibuat secara eksplisit, cukup lakukan beberapa operasi perkalian saja.

REKONSTRUKSI CITRA DENGAN WAVELET HAAR

Selanjutnya, bagaimana merekonstruksi citra tersebut kembali menjadi citra semula? Berikut adalah langkah-langkah yang perlu dilakukan

1. Tentukan filter rekonstruksi L^* dan H^* , yaitu

$$L^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2. Untuk setiap baris hasil dekomposisi (matriks $D5$), kalikan matriks L^* dan H^* tersebut dengan bagian dari matriks $D5$, menjadi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 64 \\ 41.25 \\ 42.75 \\ 18.25 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -7 \\ 5.25 \\ 11.25 \\ 7.25 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 64 \\ 64 \\ 41.25 \\ 41.25 \\ 42.75 \\ 42.75 \\ 18.25 \\ 18.25 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ 7 \\ 5.25 \\ -5.25 \\ 11.25 \\ -11.25 \\ 7.25 \\ -7.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57 \\ 71 \\ 46.5 \\ 36 \\ 54 \\ 31.5 \\ 25.5 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Kemudian hasilnya kembali diletakkan secara perbaris di matriks hasil, yang nantinya akan sama persis dengan matriks $D3$

3. Dengan cara yang sama, lakukan perkalian pada tahap 2 terhadap setiap kolom dari matriks yang diperoleh pada langkah sebelumnya.

Langkah ini akan menghasilkan kembali citra awal. Proses rekonstruksi pun selesai 😊

Perhatikan bahwa pada implementasi sebenarnya, matriks L^* dan H^* sebenarnya tidak perlu dibuat secara eksplisit, cukup lakukan beberapa operasi perkalian saja.