



Nama : Muhammad Azhar Rasyad
NIM : 0110217029
Mata Kuliah : Pengolahan Citra
Tugas : Artikel Konvolusi dan *Histogram Equalization*

Artikel ini bertujuan untuk membahas mata kuliah pengolahan citra dengan materi Konvolusi dan *Histogram Equalization*. Materi yang akan dijelaskan terdiri dari teori, metode, asal-usul, aplikasi, contoh, dan sebagainya yang berhubungan dengan materi, berikut merupakan penjabaran materinya :

A. Konvolusi

Berikut merupakan beberapa definisi dari konvolusi berdasarkan sumber yang berbeda-beda, sebagai berikut:

- Konvolusi merupakan operator sentral pengolah citra dan telah digunakan secara luas pada berbagai *software* [1].
- Konvolusi merupakan teknik untuk menghaluskan atau memperjelas suatu citra dengan menggantikan nilai piksel dengan sejumlah nilai piksel yang berdekatan dengan piksel aslinya, namun dengan adanya konvolusi ukuran dari citra tetap sama dan tidak berubah [2].
- Konvolusi merupakan metode yang dapat digunakan untuk memperbaiki kualitas citra digital dan bagian dari metode filter domain spasial [3].
- Konvolusi adalah proses *filtering image* yang dilakukan pada pengolahan gambar. [4].

Dari penjelasan di atas menurut saya, konvolusi merupakan proses memperbaiki sebuah citra menjadi lebih jelas dengan mengelola nilai piksel dan

konvolusi ini sudah banyak digunakan pada *software* pengolah citra. Lalu bagaimana cara kerja konvolusi agar sebuah citra yang sebelumnya belum begitu jelas dapat diperbaiki sehingga menjadi lebih jelas lagi, berikut beberapa penjelasan terkait metode konvolusi :

- Metode konvolusi dilakukan dengan menggeser kernel konvolusi piksel per piksel, menghitung piksel keluaran, lalu menyimpannya dalam matriks baru. Konvolusi sangat berguna untuk melakukan operasi filtering pada citra serta dilakukan secara dua dimensi [1].
- Metode konvolusi ini bekerja dengan cara menggabungkan dua array, biasanya untuk ukuran array berbeda-beda tetapi untuk dimensi arraynya sama dan kemudian menghasilkan array ketiga yang mempunyai dimensi yang sama. Konvolusi ini juga menerapkan operator yang mempunyai nilai output dari piksel yang berasal dari kombinasi linear nilai input piksel tertentu [2].
- Metode konvolusi dilakukan dengan menggunakan matriks mask yaitu matriks yang berjalan sepanjang proses dan digunakan untuk menghitung nilai representasi lokal dari beberapa piksel pada image [4].
- Metode konvolusi dapat terjadi ketika kernel diletakkan pada setiap pixel dari citra input dan menghasilkan pixel baru. Nilai pixel baru dihitung dengan mengalikan setiap nilai pixel tetangga dengan bobot yang berhubungan pada kernel dan kemudian menjumlah hasil perkalian tersebut [5].

Dari beberapa penjelasan di atas mengenai bagaimana metode konvolusi bekerja, dapat diketahui bahwa proses konvolusi ini berasal dari operasi matematis antara dua buah deret atau antara sinyal dan sistem yang terdiri dari operasi perkalian, penjumlahan dan pergeseran [6]. Supaya dapat memahami lebih lanjut mengenai proses konvolusi maka akan dijelaskan secara teknis operasi apa saja yang ada di dalamnya. Pada operasi konvolusi dasar terdapat dua fungsi utama yaitu $f(x)$ dan $g(x)$, berikut rumus selengkapnya [5] :

$$h(x) = f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(a)g(x-a)da$$

Gambar 1. Operasi Konvolusi Dasar

Keterangan:

- $h(x)$ adalah *output*
- $f(x)$ adalah sinyal *input*
- Tanda $*$ adalah operator konvolusi
- *Variable* a adalah *dummy variable*
- $g(x)$ adalah kernel penapis atau disebut filter

Selain operasi dasar di atas terdapat bentuk lainnya yaitu operasi konvolusi satu dimensi dan dua dimensi, sebagai berikut [2]:

- Operasi konvolusi satu dimensi

$$h(x) = f(x) * g(x) = \sum_{a=-\infty}^{\infty} f(a) \cdot g(x-a)$$

Gambar 2. Rumus operasi konvolusi satu dimensi

- Operasi konvolusi dua dimensi, fungsi integral

$$h(x, y) = f(x, y) * g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a, b) \cdot g(x-a, y-b) da db$$

Gambar 3. Rumus operasi konvolusi dua dimensi fungsi integral

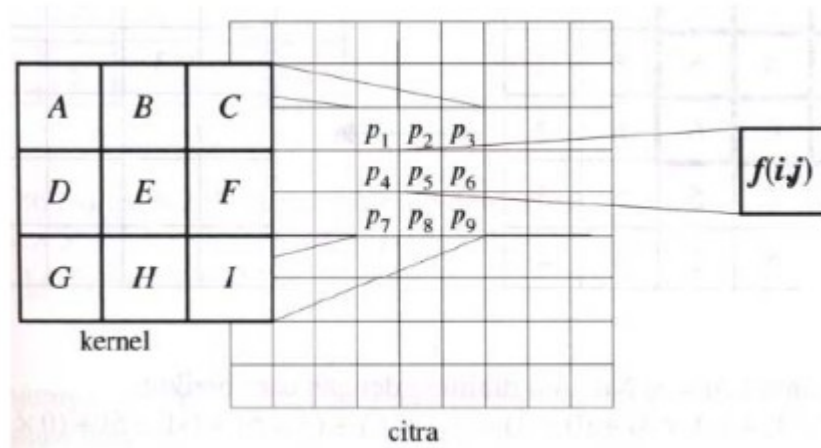
- Operasi konvolusi dua dimensi, fungsi diskrit

$$h(x, y) = f(x, y) * g(x, y) = \sum_{a=-\infty}^{\infty} \sum_{b=-\infty}^{\infty} f(a, b) \cdot g(x-a, y-b)$$

Gambar 4. Rumus operasi konvolusi dua dimensi fungsi diskrit

Dalam artikel ini dikhususkan untuk membahas operasi konvolusi dua dimensi dengan fungsi diskrit. Pada gambar 4 terdapat fungsi $g(x, y)$ atau yang disebut *kernel*. *Kernel* tersebut digambarkan sebagai matriks yang ukurannya lebih kecil

dari ukuran gambar atau citra. Berikut merupakan ilustrasi dari operasi konvolusi dua dimensi:



Gambar 5. Operasi Konvolusi Dua Dimensi

Pada gambar 5 terdapat dua buah matriks yang pertama matriks citra dan kedua matriks *kernel*. Prosesnya dilakukan dengan mengalikan setiap piksel pada matriks *kernel* dengan matriks citra sesuai posisinya, berikut ilustrasinya:

$$f(i,j) = Ap_1 + Bp_2 + Cp_3 + Dp_4 + Ep_5 + Fp_6 + Gp_7 + Hp_8 + Ip_9$$

Gambar 6. Proses Matriks Citra dengan Matriks *Kernel*

Keterangan: $f(i,j)$ merupakan piksel yang berada di pertengahan matriks *kernel* dan merupakan matriks tetangga seperti berikut [2]:

$i-1, j-1$	$i-1, j$	$i-1, j+1$
$i, j-1$	i, j	$i, j+1$
$i+1, j-1$	$i+1, j$	$i+1, j+1$

Gambar 7. Matriks Tetangga

Agar dapat memahami lebih lanjut mengenai proses diatas maka selanjutnya diberikan sebuah contoh dengan menggunakan matriks citra 5x5 atau $f(x,y)$ dan matriks *kernel* 3x3 atau $g(x,y)$, sebagai berikut [4]:

$f(x,y) =$	4	4	3	5	4
	6	6	5	5	2
	5	6	6	6	2
	6	7	5	5	3
	3	5	2	4	4

$g(x,y) =$	0	-1	0
	-1	4	-1
	0	-1	0

Langkah pertama yaitu menyesuaikan piksel antara $g(x,y)$ dengan $f(x,y)$, menjadi seperti berikut:

$f(x,y) =$	4	4	3	5	4
	6	6	5	5	2
	5	6	6	6	2
	6	7	5	5	3
	3	5	2	4	4

$g(x,y) =$	0	-1	0
	-1	4	-1
	0	-1	0

Perhatikan piksel dengan garis merah di atas, posisi awalnya berada di atas kiri matriks citra dan kemudian dijumlahkan dengan rumus sebelumnya seperti berikut:

$$(0*4)+(-1*4)+(0*3)+(-1*6)+(4*6)+(-1*5)+(0*5)+(-1*6)+(0*6) = 3$$

Hasil penjumlahan di atas diletakkan pada hasil konvolusi di dalam matriks baru yang ukurannya sama dengan matriks citra dan diletakkan pada bagian pertengahan matriks *kernel* sebelumnya seperti berikut:

$f(x,y) =$						
			3			

Pertanyaannya mengapa harus diletakkan di tengah dan bukan di pojok atas kiri? Karena dalam rumus sebelumnya tertulis $f(i,j)$ yang terletak di tengah matriks *kernel* dan apabila diletakkan di pojok atas kiri maka posisi $f(i,j)$ perlu diganti menjadi seperti berikut:

	?	?	?			
$f(x,y) =$?	4	4	3	5	4
	?	6	6	5	5	2
	?	5	6	6	6	2
	?	6	7	5	5	3
	?	3	5	2	4	4

Berdasarkan hal di atas jika $f(i,j)$ diubah posisinya di atas kiri maka ada sebagian piksel yang tidak ada dalam matriks citra tersebut. Oleh karena itu piksel yang

berada dipinggir diabaikan dan piksel-piksel tersebut tidak dikonvolusi, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$f(x,y) =$	4	4	3	5	4
	6				2
	5				2
	6				3
	3	5	2	4	4

Dari hal di atas maka yang perlu dikonvolusi yaitu pada bagian tengah, dalam hal ini sebenarnya untuk mencari konvolusi tidak harus dari posisi atas kiri melainkan bebas dengan catatan bagian yang berwarna hijau di atas sudah dikonvolusi.

Berikut kelanjutan untuk mencari nilai yang lainnya:

- $(0*4)+(-1*4)+(0*3)+(-1*6)+(4*6)+(-1*5)+(0*5)+(-1*6)+(0*6) = 3$
- $(0*4)+(-1*3)+(0*5)+(-1*6)+(4*5)+(-1*5)+(0*6)+(-1*6)+(0*6) = 0$
- $(0*3)+(-1*5)+(0*4)+(-1*5)+(4*5)+(-1*2)+(0*6)+(-1*6)+(0*2) = 2$

Berikut merupakan baris pertama dari hasil konvolusi:

$f(x,y) =$	4	4	3	5	4
	6	3	0	2	2
	5				2
	6				3
	3	5	2	4	4

Selanjutnya melakukan konvolusi pada baris kedua:

- $(0*6)+(-1*6)+(0*5)+(-1*5)+(4*6)+(-1*6)+(0*6)+(-1*7)+(0*5)) = 0$
- $(0*6)+(-1*5)+(0*5)+(-1*6)+(4*6)+(-1*6)+(0*7)+(-1*5)+(0*5)) = 2$
- $(0*5)+(-1*5)+(0*2)+(-1*6)+(4*6)+(-1*2)+(0*5)+(-1*5)+(0*3)) = 6$

Berikut merupakan baris kedua dari hasil konvolusi:

$f(x,y) =$	4	4	3	5	4
	6	3	0	2	2
	5	0	2	6	2
	6				3
	3	5	2	4	4

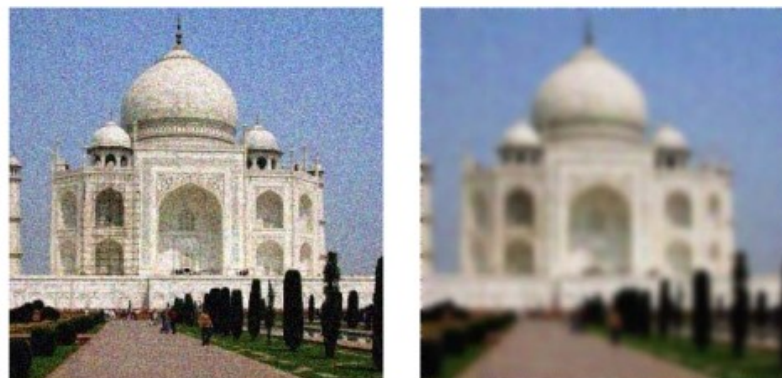
Selanjutnya melakukan konvolusi pada baris ketiga:

- $(0*5)+(-1*6)+(0*6)+(-1*6)+(4*7)+(-1*5)+(0*3)+(-1*5)+(0*2) = 6$
- $(0*6)+(-1*6)+(0*6)+(-1*7)+(4*5)+(-1*5)+(0*5)+(-1*2)+(0*4) = 0$
- $(0*6)+(-1*6)+(0*2)+(-1*5)+(4*5)+(-1*3)+(0*2)+(-1*4)+(0*4) = 2$

Berikut merupakan baris ketiga dari hasil konvolusi:

4	4	3	5	4
6	3	0	2	2
5	0	2	6	2
6	6	0	2	3
3	5	2	4	4

Itulah contoh mengenai proses konvolusi, adapun ilustrasi hasilnya pada citra yang sebenarnya sebagai berikut [2]:



Gambar 8. Hasil Konvolusi pada Citra menjadikan Smooth

Gambar di atas terlihat yang sebelah kiri merupakan citra yang memiliki *noise* dan gambar yang kanan merupakan hasil konvolusi pada citra tersebut dengan dijadikan *smooth*. *Smooth* ini mempunyai efek pemerataan derajat warna menjadi keabuan, sehingga gambar yang diperoleh tampak lebih kabur kontrasnya akan tetapi terlepas dari itu bahwa *noise* pada citra berhasil dihaluskan dengan melalui proses konvolusi.

B. Histogram Equalization

Berikut merupakan beberapa definisi dari *Histogram Equalization* (HE) berdasarkan sumber yang berbeda-beda, sebagai berikut:

- HE merupakan proses pemerataan histogram citra dengan cara mengubah nilai keabuan suatu piksel menjadi nilai keabuan baru yang berbeda dari aslinya melalui suatu proses transformasi [7].
- HE merupakan proses untuk meningkatkan kualitas citra digital dengan konsep *men-strecth* histogram, sehingga perbedaan piksel menjadi lebih besar. Hal tersebut membuat informasi menjadi lebih kuat sehingga secara kasat mata dapat menangkap informasi yang disampaikan [8].
- HE merupakan proses perbaikan citra dimana histogram piksel citra menjadi menyebar dan meskipun tidak akan sama seluruhnya, akan tetapi histogramnya lebih merata [9].

Histogram sendiri merupakan diagram yang menunjukkan jumlah kemunculan tingkat keabuan antara 0 s.d 255 pada suatu citra [10]. Sehingga kesimpulannya bahwa HE merupakan proses perbaikan pada citra dengan cara melakukan pemerataan terhadap nilai piksel. Penjelasan lebih lanjut mengenai langkah-langkah proses metode HE sebagai berikut [7]:

- Menghitung frekuensi setiap nilai keabuan
- Menormalisasi setiap frekuensi
- Menghitung penjumlahan kumulatif
- Memetakan tingkat keabuan citra masukan ke suatu tingkat keabuan citra keluaran.

Selain langkah-langkah di atas, berdasarkan [9] terdapat proses kerja HE yang berbeda yaitu seperti berikut:

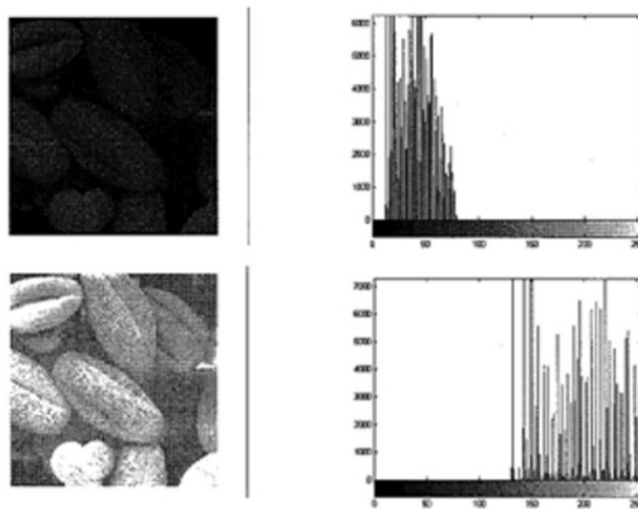
- Input citra digital yang akan dilakukan perbaikan
- Mengambil nilai piksel citra tersebut tersebut dengan menghitung derajat keabuan menggunakan rumus berikut:

$$S_k = \frac{(L - 1)}{M \times N} \times \sum_{i=0}^k n_{ki}$$

- Menghitung nilai histogramnya
- Menghitung transform function
- Ganti piksel dengan nilai piksel baru dan akan didapatkan citra baru yang telah diperbaiki

Langkah-langkah di atas merupakan proses dari HE, akan tetapi dalam histogram sendiri terdapat proses lainnya yaitu mengubah bentuk histogram agar pemetaan tingkat keabuan pada citra juga berubah. Histogram *processing* ini memiliki beberapa tipe yaitu [10]:

- Jika suatu citra gelap maka histogram cenderung ke sebelah kiri
- Jika suatu citra terang maka histogram cenderung ke sebelah kanan
- Jika citra mengalami *low contrast* maka histogram mengumpul di suatu tempat
- Jika citra mengalami *high contrast* maka histogram merata di semua tempat



Gambar 9. Contoh Tipe Citra dengan Histogramnya [11]

Setelah mengetahui proses-proses dalam HE maka agar dapat memahami lebih lanjut dengan menggunakan sebuah contoh yaitu ada sebuah citra dengan derajat keabuan hanya berkisar 0-10 dan terdapat 20 piksel saja, berikut citra awal tersebut [10,11]:

Citra awal	3	5	5	5	4
	5	4	5	4	4
	5	3	4	4	4
	4	5	6	6	3

Piksel citra pada awal seperti di atas dan menggunakan rumus untuk mengubah pemetaan tingkat keabuan pada citra yaitu:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p(r_j)$$

$$0 \leq r_k \leq 1 \quad \text{dan} \quad k = 0, 1, \dots, L-1$$

Keterangan [8]:

- k adalah warna citra awal
- s_k adalah nilai grey level yang baru
- T adalah fungsi mapping
- r_k adalah nilai grey level dari citra awal
- L adalah jumlah tingkat keabuan
- n_j adalah jumlah pixel yang bernilai r_k

Langkah selanjutnya adalah menjabarkan derajat keabuan karena pada contoh ini hanya berkisar 0-10 maka dijabarkan sebagai berikut:

Derajat Keabuan	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Setelah dijabarkan derajat keabuannya maka lihat kembali piksel pada citra awal dan hitung jumlah kemunculan piksel pada setiap derajat keabuan seperti berikut:

Derajat Keabuan	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kemunculan	0	0	0	3	8	7	2	0	0	0	0

Setelah dijabarkan kemunculan piksel pada derajat keabuannya, kemudian hitung probabilitas setiap kemunculannya dengan menggunakan rumus $P = X/N$, dimana P (probabilitas), X (jumlah kemunculan), dan N (jumlah seluruh kemungkinan) seperti berikut:

Derajat Keabuan	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kemunculan	0	0	0	3	8	7	2	0	0	0	0
Probabilitas	0/20	0/20	0/20	3/20	8/20	7/20	2/20	0/20	0/20	0/20	0/20
	0	0	0	0.15	0.40	0.35	0.10	0	0	0	0

Langkah selanjutnya setelah ditemukan probabilitasnya maka menghitung s_k dari derajat 0-10 dengan cara berikut [11]:

- $s_k = \text{Kumulatif } P_k$
- $s_0 = P_0 = 0 = 0$
- $s_1 = P_0 + P_1 = 0 + 0 = 0$ (selanjutnya seperti ini juga)
- $s_2 = 0 + 0 + 0 = 0$
- $s_3 = 0 + 0 + 0 + 0.15 = 0.15$
- $s_4 = 0 + 0 + 0 + 0.15 + 0.40 = 0.55$
- $s_5 = 0 + 0 + 0 + 0.15 + 0.40 + 0.35 = 0.90$
- $s_6 = 0 + 0 + 0 + 0.15 + 0.40 + 0.35 + 0.10 = 1$
- $s_7 = 0 + 0 + 0 + 0.15 + 0.40 + 0.35 + 0.10 + 0 = 1$
- $s_8 = 0 + 0 + 0 + 0.15 + 0.40 + 0.35 + 0.10 + 0 + 0 = 1$
- $s_9 = 0 + 0 + 0 + 0.15 + 0.40 + 0.35 + 0.10 + 0 + 0 + 0 = 1$
- $s_{10} = 0 + 0 + 0 + 0.15 + 0.40 + 0.35 + 0.10 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$

Sehingga hasilnya seperti berikut:

Derajat Keabuan	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kemunculan	0	0	0	3	8	7	2	0	0	0	0
Probabilitas	0/20	0/20	0/20	3/20	8/20	7/20	2/20	0/20	0/20	0/20	0/20
	0	0	0	0.15	0.40	0.35	0.10	0	0	0	0
s_k	0	0	0	0.15	0.55	0.90	1	1	1	1	1

Akan tetapi nilai keabuan yang di atas belum selesai dikarenakan s_k hanya mempunyai range dari 0-1 sementara nilai derajat keabuan berkisar 0-10, maka agar terselesaikan nilai s_k dikalikan dengan 10, sehingga menjadi seperti berikut:

<u>Derajat Keabuan</u>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kemunculan	0	0	0	3	8	7	2	0	0	0	0
Probabilitas	0/20	0/20	0/20	3/20	8/20	7/20	2/20	0/20	0/20	0/20	0/20
	0	0	0	0.15	0.40	0.35	0.10	0	0	0	0
s_k	0	0	0	0.15	0.55	0.90	1	1	1	1	1
$s_k * 10$	0	0	0	1.5	5.5	9	10	10	10	10	10

Setelah perhitungan sudah sampai di atas maka hasil akhirnya yaitu derajat keabuan yang baru dengan cara hasil perhitungan yang ada pada $s_k * 10$ dibulatkan kebawah seperti berikut:

<u>Derajat Keabuan</u>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kemunculan	0	0	0	3	8	7	2	0	0	0	0
Probabilitas	0/20	0/20	0/20	3/20	8/20	7/20	2/20	0/20	0/20	0/20	0/20
	0	0	0	0.15	0.40	0.35	0.10	0	0	0	0
s_k	0	0	0	0.15	0.55	0.90	1	1	1	1	1
$s_k * 10$	0	0	0	1.5	5.5	9	10	10	10	10	10
<u>Derajat Keabuan Baru</u>	0	0	0	1	5	9	10	10	10	10	10

Terakhir masukkan derajat keabuan yang baru kedalam citra baru yaitu dengan mengubah setiap piksel pada citra awal yang diganti dengan derajat keabuan baru, semisal yang citra awal sebelumnya nilainya 3 maka diubah menjadi nilainya 1 dan seterusnya, seperti berikut:

Citra baru	1	9	9	9	5
	9	5	9	5	5
	9	1	5	5	5
	5	9	10	10	1

Hal di atas merupakan proses kerja dan belum ada citra yang sebenarnya, berikut contoh hasil citra yang menggunakan metode HE [10]:



Gambar 10. Citra yang menggunakan metode *Histogram Equalization*

Daftar Pustaka

- [1] Sandy Kosasi, Susanti Margaretha Kuway, and I Dewa Ayu Eka Y, "Rekonstruksi Degradasi dalam Pengolahan Citra Menggunakan Metode Konvolusi," pp. 87–92, Sep. 2015.
- [2] Wikaria Gazali, Haryono Soeparno, and Jenny Ohliati, "PENERAPAN METODE KONVOLUSI DALAM PENGOLAHAN CITRA DIGITAL," *Mathematics & Statistics Department*, vol. 12, no. 2, pp. 103–113, Jul. 2012.
- [3] Tito Sugiharto, S.Kom., M.Eng, "RANCANG BANGUN APLIKASI PERBAIKAN CITRA DIGITAL MENGGUNAKAN PROSES," *Buffer Informatika*, vol. 4, no. 1, Accessed: Apr. 15, 2020. [Online].
- [4] Tim Dosen Universitas Mercubuana, "MODUL PERKULIAHAN Pengolahan Citra." Accessed: Apr. 17, 2020. [Online].
- [5] Tugiono, Hafizah, and Asyahri Hadi Nasyuha, "IMPLEMENTASI PENGOLAHAN CITRA DENGAN MENGGUNAKAN TEKNIK KONVOLUSI UNTUK PELEMBUTAN CITRA (IMAGE SMOOTHING) DALAM OPERASI REDUKSI NOISE," *SAINTIKOM*, vol. 16, no. 2, pp. 150–162, May 2017.
- [6] Djoko Untoro Suwarno, "VISUALISASI OPERASI KONVOLUSI MENGGUNAKAN FREEWARE OCTAVE," *KNPMP III*, pp. 587–593, 2018.
- [7] Dinda Septika Kaesardi and Abduh Riski, "Perbaikan Citra Inframerah dengan Metode Divide-Conquer dan Metode Histogram Equalization," *BERKALA SAINSTEK*, vol. 6, no. 2, pp. 71–74, 2018.
- [8] I Nyoman Gede Arya Astawa and Elina Rudiastari, "PERBAIKAN CITRA WAJAH DENGAN METODE HISTOGRAM EQUALIZATION DAN GAUSSIAN FILTERING," *Proceedings Seminar Nasional Riset Ilmu Komputer*, vol. 1, pp. 15–19, Dec. 2016.
- [9] David, Sherly, Sirano Lahagu, and Fadhilah Azmi, "Implementasi Metode Retinex dan Histogram Equalization Pada Kecerahan Citra Digital," *Journal of Informatics and Telecommunication Engineering*, pp. 63–68, Jan. 2019.
- [10] Mohammad Agung Wibowo, "Image Processing: Image Enhancement Spatial Domain." 2019, Accessed: Apr. 19, 2020. [Online].
- [11] Tdy Ok, "<https://koleksibukukuliah.blogspot.com/2017/07/pengolahan-histogram-dan-histogram.html>," *GUDANG ILMU KOMPUTER*, Jul. 30, 2017. .