

1 Essai

Diberikan titik data hasil percobaan sebagai berikut!

i	x_i	$y_i = f(x_i)$
0	2	2,1000
1	2,4	3,0000
2	3	2,0000
3	4	5,3000
4	4,7	8,0000
5	5	11,0000
6	5,5	10,9000

- (30 poin) Menggunakan regresi, cari fungsi apakah yang lebih tepat untuk mendekati titik-titik data tersebut! Apakah fungsi linier ($y = mx + c$) atau fungsi pangkat sederhana ($y = ax^b$)?
 - Tuliskan fungsi yang didapat jika digunakan regresi linier dengan fungsi linier dan fungsi pangkat!
 - Hitung galat RMS masing masing.
 - Fungsi yang mana yang lebih baik untuk mendekati titik data tersebut? Kenapa?
 - Hitung nilai fungsi di titik 3,5!
- (20 poin) Dengan data yang sama, buat polinom interpolasi Lagrange atau Newton (pilih salah satu) derajat 3 sehingga error dari $f(3, 5)$ minimal. Hitung nilai $f(3, 5)$!
- (10 poin) Apa perbedaan regresi dan interpolasi? Kapan masing-masing digunakan?
- (20 poin) Hitung nilai integral

$$\int_1^4 \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

dengan metode trapesium, dengan lebar selang $h = 0.6$!

- (20 poin) Hitung nilai integral tersebut jika banyak pita yang digunakan adalah $n = 6$ dengan metode (pilih salah satu) persegi panjang, trapesium, atau titik tengah!

2 Tabel dan Rumus

2.1 Interpolasi

Polinom interpolasi Lagrange

$$p_n(x) = a_0L_0(x) + a_1L_1(x) + \cdots + a_nL_n(x)$$

$$a_i = y_i \quad ; i = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{aligned} L_i(x) &= \prod_{j=0; j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \\ &= \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_n)} \quad ; i \neq j \end{aligned}$$

Polinom interpolasi Newton

$$\begin{aligned} p_n(x) &= \sum_{i=0}^n a_i \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j) \\ &= a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots \\ &\quad + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \end{aligned}$$

Tabel selisih terbaginya

i	x_i	$y_i = f(x_i)$	ST-1	ST-2	ST-3
0	x_0	$a_0 = f(x_0)$	$a_1 = f[x_1, x_0]$	$a_2 = f[x_2, x_1, x_0]$	$a_3 = f[x_3, x_2, x_1, x_0]$
1	x_1	$f(x_1)$	$f[x_2, x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	
2	x_2	$f(x_2)$	$f[x_3, x_2]$		
3	x_3	$f(x_3)$			

$$\begin{aligned} f[x_i, x_j] &= \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} \\ f[x_i, x_j, x_k] &= \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k} \\ f[x_i, x_j, x_k, x_l] &= \frac{f[x_i, x_j, x_k] - f[x_j, x_k, x_l]}{x_i - x_l} \end{aligned}$$

2.2 Integral Numerik

Metode Persegi Panjang - Kiri

$$\int_a^b f(x)dx = h \cdot \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

Metode Persegi Panjang - Kanan

$$\int_a^b f(x)dx = h \cdot \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

Metode Trapesium

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} \cdot \left(f(x_0) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right)$$

$$E = -\frac{h^2}{12}(b-a)f''(t) \quad ; a < t < b$$

Metode Titik Tengah

$$\int_a^b f(x)dx = h \cdot \sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right)$$

$$E = \frac{h^2}{24}(b-a)f''(t) \quad ; a < t < b$$