Rolf Vidar Hoksaas
Institutt for Informatikk
Universitetet i Oslo

September 12, 2019

OBLIG 1 — Obligatorisk oppgave 1 av 2

> *Skriv det komplekse tallet $z = \frac{6}{\sqrt{3}+3i}$ først på formen $a + ib$ også på polarformen $re^{i\theta}$.*

$$z = \frac{6}{\sqrt{3}+3i}$$

$$z = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{3}}+i}$$

$$z = \frac{2 \times (\sqrt{\frac{1}{3}} - i)}{(\sqrt{\frac{1}{3}}+i) \times (\sqrt{\frac{1}{3}} - i)}$$

$$z = \frac{2 \times (\sqrt{\frac{1}{3}} - i)}{\frac{1}{3} - i^2}$$

$$z = \frac{2 \times (\sqrt{\frac{1}{3}} - i)}{\frac{4}{3}}$$

$$z = \frac{3 \times (\sqrt{\frac{1}{3}} - i)}{2}$$

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$$

□

With Pythagora's Theorem

$$r = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{3}{2})^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}}$$

$$r = \sqrt{3}$$

■

$$\theta' := 2\pi - \theta$$

$$\sin(\theta') = \frac{-1.5}{\sqrt{3}}$$

$$\theta' = \arcsin(\frac{-1.5\sqrt{3}}{3})$$

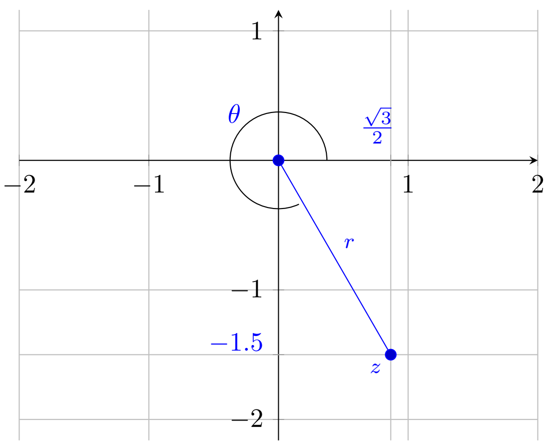
$$\theta' = \arcsin(\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\theta' = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \theta = \frac{5\pi}{3}$$

■

Using $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$:



$$r : \sqrt{3} \wedge \theta : \frac{5\pi}{3} \therefore z = \sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{3}}$$

□

"*Finn de to løsningene til likningen* $w^2 - w + 1 = \theta$*, og bruk disse til å finne alle komplekse løsninger til likningen* $z^4 - z^2 + 1 = \theta$*. Gi en faktorisering av* $z^4 - z^2 + 1$*, først i komplekse førstegradspolynomer og så i reelle andregradspolynomer.*"

$\square$

"*Finn grensene* $\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{\sqrt{4n^2-1}}$ *og* $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-5n} - n)$."

$\square$

"*Finn de komplekse tallenezsom oppfyller likningen* $2|z-1| = |z-4|$ *og skisser løsningsmengden i det komplekse planet.(Hint: Sett inn* $z = x+iy$ *og finn en polynomlikning ixogyforløsningsmengden.)*"

$\square$

"*En følge* $\{a_n\}$ *er definert ved* $a_1 = 3, a_n+1 = 3\sqrt{a_n}$ *for* $n \geq 1$*. Vis at* $a_n < 9$ *og at* $a_n+1 > a_n$ *for alle* n*. Forklar hvorfor følgen konvergerer og finn* $\lim_{n\to\infty} a_n$"

$\square$.

Submitted by Rolf Vidar Hoksaas *on September 12, 2019.*